

钢筋混凝土矩形薄板在弹性地基上的热屈曲

程选生, 杜永峰, 李 慧

(兰州理工大学土木工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘 要: 基于板的小挠度理论, 考虑混凝土材料的非线性, 推导了弹性地基上钢筋混凝土矩形薄板在热载作用下的平衡方程和稳定方程, 给出了四边简支钢筋混凝土矩形薄板在均匀温度变化时临界屈曲温度变化的封闭解, 讨论了板的材料常数、长宽比、相对厚度和基床系数等对临界屈曲温度变化的影响, 从而为工程结构中弹性地基上钢筋混凝土矩形薄板的临界屈曲温度的计算提供了理论计算依据。

关键词: 钢筋混凝土; 矩形薄板; 弹性地基; 稳定; 热屈曲

中图分类号: TU48

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2006)11-1970-05

作者简介: 程选生(1972-), 男, 博士研究生, 主要从事岩土工程、结构工程方面的教学和科研工作。

Thermal buckling of rectangular reinforced concrete plate on elastic subgrade

CHENG Xuan-sheng, DU Yong-feng, LI Hui

(School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: Based on the small deflection theory of plate, the physical nonlinearity of concrete were taken into consideration, and the equilibrium and stability equations of rectangular reinforced concrete plate subjected to thermal loading condition on elastic subgrade were derived. The closed form solution of the critical buckling temperature for a simply supported rectangular plate made of reinforced concrete under uniform heat variation were presented, and the influences of material constant, length-breadth ratio, relative thickness and bedding coefficient on the variation of buckling temperature were discussed. And so the theoretical basis of calculation for the critical buckling temperature of reinforced concrete rectangular plates on elastic subgrade in engineering structures was provided.

Key words: reinforced concrete; rectangular plate; elastic subgrade; stability; thermal buckling

0 引 言

弹性地基上矩形薄板的屈曲问题, 不仅涉及到土木工程领域, 而且涉及到水利、石油化工、铁路、公路等许多领域。这种屈曲可以由面内压缩荷载引起, 也可以由热载引起。对于各向同性材料矩形薄板在均布和非均布热荷载作用下的后屈曲行为^[1-9]已有许多研究。在这些研究当中, 涉及了几何非线性对板的屈曲影响, 还考虑了各向异性、温度等复杂因素。然而, 对于材料的热屈曲问题, 或基于弹塑性大变形^[6-7], 或假设材料性质为厚度方向坐标的幂函数^[9], 或基于Iliushin 提出的小弹塑性变形理论将应力强度与应变强度的关系式简化为三次多项式的本构关系进行弯曲分析, 并未考虑温度的影响。这些研究对工程结构的热屈曲分析奠定了坚实的基础, 但是, 由于混凝土材料的特殊性, 以上结论不能很好地适用。

混凝土材料具有明显的脆性, 因此, 对混凝土材料的热屈曲分析应基于小变形的经典理论; 另外, 美国 E. Hognestad^[10]、德国 Rusch^[10]及规范^[11]中建议的

混凝土受压的本构关系均为二次幂函数。为此, 本文基于板的小挠度理论, 考虑混凝土材料的非线性效应, 推导弹性地基上钢筋混凝土矩形薄板在热载作用下的平衡方程和稳定方程, 给出四边简支钢筋混凝土矩形薄板在均匀温度变化时临界屈曲温度变化的封闭解, 并讨论板的材料常数、长宽比、相对厚度和基床系数等对临界屈曲温度变化的影响, 从而为工程结构中弹性地基上钢筋混凝土矩形薄板的临界屈曲温度的计算提供理论计算依据。

1 平衡方程和稳定方程

根据已有的试验和分析^[12], 钢筋混凝土的变形和内力状态一般不影响结构的热传导过程和温度场的变化; 另外, 混凝土虽是一种各向异性、非均质的复合材料, 但构件的实际尺寸均大于骨料最大粒径的 4 倍, 故通常假定混凝土为各向同性材料, 而且, 钢筋在钢

筋混凝土板中所占的比重很小, 钢筋的导热系数又很大, 故可忽略钢筋的作用。

1.1 几何方程

现考虑一尺寸为 $a \times b \times h$ 的钢筋混凝土矩形薄板, 取坐标如图 1 所示。

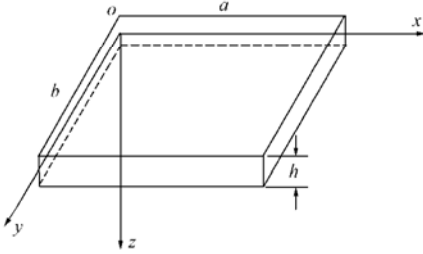


图 1 板的几何图示和直角坐标系

Fig. 1 Configuration and coordinate system of a plate

根据小挠度理论的基本假设, 有 $u = -zw_{,x}$, $v = -zw_{,y}$, u 、 v 和 w 分别为沿 x 、 y 及 z 轴方向的位移。所以薄板的几何方程为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= -zw_{,xx}, \\ \varepsilon_y &= -zw_{,yy}, \\ \gamma_{xy} &= -2zw_{,xy}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, ε_x 、 ε_y 及 γ_{xy} 为 x 、 y 及 z 轴方向的应变分量。

1.2 物理方程

按照 Iliushin 小弹塑性理论^[13], 常用材料的应力-应变关系为 $\sigma_i = \Phi(\varepsilon_i)$, 写成多项式形式, 即

$$\begin{aligned} \sigma_i &= E_1 \varepsilon_i + E_2 \varepsilon_i^2 + E_3 \varepsilon_i^3 + \dots \\ &= E_1 \left(\varepsilon_i + \frac{E_2}{E_1} \varepsilon_i^2 + \frac{E_3}{E_1} \varepsilon_i^3 + \dots \right), \end{aligned} \quad (2)$$

式中, E_1 、 E_2 、 E_3 、 $\dots$ 为材料常数。

本文基于 E. Hognestad 等^[10-11]建议的应力应变关系采用双参数模型 (见图 2)。

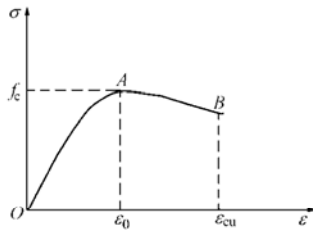


图 2 Hognestad 建议的应力-应变曲线

Fig. 2 Stress-strain curves proposed by Hognestad

模型上升段为二次抛物线, 下降段为斜直线, 即

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= f_c \left[2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] & (\varepsilon \leq \varepsilon_0), \\ \sigma &= f_c \left(1 - 0.15 \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_0} \right) & (\varepsilon_0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cu}), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, f_c 为棱柱体的极限抗压强度, ε_0 为棱柱体的极

限抗压强度对应的应变, ε_{cu} 为极限压应变。

在下降段 AB 混凝土达到峰值应力以后裂缝迅速发展, 内部结构的整体受到愈来愈严重的破坏, 为此本文仅考虑上升段 OA 。

如令 $E = E_1 = \frac{2f_c}{\varepsilon_0}$, $B = \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2\varepsilon_0}$, 由式 (2) 和

(3) 得 $\sigma_i = E(\varepsilon_i - B\varepsilon_i^2)$ 。则薄板应力与应变的非线性弹性本构方程为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} [(\varepsilon_x - B\varepsilon_x^2) + \mu(\varepsilon_y - B\varepsilon_y^2) - (1+\mu)\alpha T], \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} [(\varepsilon_y - B\varepsilon_y^2) + \mu(\varepsilon_x - B\varepsilon_x^2) - (1+\mu)\alpha T], \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\mu)} (\gamma_{xy} - B\gamma_{xy}^2), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中, μ 为泊松比, α 为材料的线膨胀系数, T 为薄板中任意一点的变温。

1.3 平衡方程和稳定方程

由于板的厚度相对于另外两项尺寸很小, 故可假定板中只有平行于中面沿板厚不变的纵向应力 σ_x 、 σ_y 和 τ_{xy} ^[14], 板单位长度的内力和内力矩可以用应力沿厚度方向积分而得到, 即

$$N_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} dz, \quad M_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} z dz. \quad (5)$$

将式 (1)、(4) 代入式 (5), 有

$$\left. \begin{aligned} N_x &= -DB(w_{,xx}^2 + \mu w_{,yy}^2) - \frac{\Phi}{1-\mu}, \\ N_y &= -DB(w_{,yy}^2 + \mu w_{,xx}^2) - \frac{\Phi}{1-\mu}, \\ N_{xy} &= -DB(1-\mu)w_{,xy}^2, \\ M_x &= -D[w_{,xx} + \mu w_{,yy}] - \frac{\varphi}{1-\mu}, \\ M_y &= -D[w_{,yy} + \mu w_{,xx}] - \frac{\varphi}{1-\mu}, \\ M_{xy} &= -D(1-\mu)w_{,xy}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$, $\Phi = E\alpha \int_{-h/2}^{h/2} T dz$,

$\varphi = E\alpha \int_{-h/2}^{h/2} T z dz$ 。

根据经典薄板的小挠度理论^[15], 其平衡方程为

$$\left. \begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} &= 0, \\ N_{y,y} + N_{xy,x} &= 0, \\ M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + N_x w_{,xx} + \\ N_y w_{,yy} + 2N_{xy} w_{,xy} + q - kw &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中, k 为弹性地基的基床系数, q 为薄板单位面积的横向荷载。

式 (7) 中前两式是独立的, 将式 (6) 的第四、

五、六式代入式(7)的第三式得

$$D\nabla^4 w + \frac{1}{1-\mu}(\varphi_{,xx} + \varphi_{,yy}) - N_x w_{,xx} - N_y w_{,yy} - 2N_{xy} w_{,xy} + kw - q = 0, \quad (8)$$

$$\text{式中, } \nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}。$$

式(8)即为弹性地基上的钢筋混凝土薄板在热载和横向荷载共同作用下基于小挠度理论的稳定平衡方程。现利用临界平衡法推导温度作用下板的屈曲方程,分别给 w 和 T 一个微小的增量, $w = w_0 + \delta w$, $T = T_0 + \delta T$, 其中 w_0 和 T_0 为临界状态的挠度和温度,它们既满足屈曲前的平衡方程,又满足屈曲后的平衡方程。将 $w = w_0 + \delta w$ 和 $T = T_0 + \delta T$ 代入式(8)并减去原来的平衡方程,并令 $\delta w = w^*$, $\delta T = T^*$, 则有

$$D\nabla^4 w^* + \frac{1}{1-\mu}(\varphi_{,xx} + \varphi_{,yy}) - N_x w_{,xx}^* - N_y w_{,yy}^* - 2N_{xy} w_{,xy}^* + kw^* = 0。 \quad (9)$$

2 温度均匀变化时薄板的热屈曲

设板的各点初始温度及温度变化均相同,边界条件为面内方向固定,弯曲方向简支,现在来求钢筋混凝土板屈曲时的临界温度升高 ΔT_{cr} 。

由于温度在面内均匀变化,故 $N_{x0}=0$, 由式(7)的前两式可知 N_{x0} 和 N_{y0} 也应为常数,故考虑到边界上,由式(6)有

$$\left. \begin{aligned} N_x \Big|_{x=0,a} &= -DBw_{,xx}^2 - \frac{\Phi}{1-\mu}, \\ N_y \Big|_{y=0,b} &= -DBw_{,yy}^2 - \frac{\Phi}{1-\mu}, \\ M_x \Big|_{x=0,a} &= -Dw_{,xx} - \frac{\varphi}{1-\mu} = 0, \\ M_y \Big|_{y=0,b} &= -Dw_{,yy} - \frac{\varphi}{1-\mu} = 0, \\ M_{xy} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

将式(10)第三、四式代入第一、二式,有

$$\left. \begin{aligned} N_x \Big|_{x=0,a} &= -\frac{B\varphi^2}{D(1-\mu)^2} - \frac{\Phi}{1-\mu}, \\ N_y \Big|_{y=0,b} &= -\frac{B\varphi^2}{D(1-\mu)^2} - \frac{\Phi}{1-\mu}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

所以

$$N_{x0} = N_{y0} = -\frac{B\varphi^2}{D(1-\mu)^2} - \frac{\Phi}{1-\mu}。 \quad (12)$$

另外,由于温度在面内均匀变化,有

$$\varphi_{,xx} + \varphi_{,yy} = 0, \quad (13)$$

当温度在板内均匀变化时,积分得

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= 0, \\ \Phi &= E\alpha Th。 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

将式(12)~(14)代入式(9)得

$$D\nabla^4 w^* + \frac{Eh\alpha}{1-\mu}T(w_{,xx}^* + w_{,yy}^*) + kw^* = 0。 \quad (15)$$

当板为简支时,其约束方程为

$$\left. \begin{aligned} x &= 0, \quad w^* = M_x^* = 0, \\ y &= 0, \quad w^* = M_y^* = 0. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

设满足边界条件式(16)的解为

$$w^* = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (17)$$

式中, m 、 n 为板屈曲时沿 x 、 y 方向的半波数, A_{mn} 为任意的常数。将式(17)代入式(15)得

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \left[D \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \pi^4 - \frac{Eh\alpha T^*}{1-\mu} \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right) + k \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} = 0。$$

上式中 A_{mn} 不能全为 0, 否则将得到一个平凡解, 因此要求括号内的数值为 0, 即有

$$D \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \pi^4 + k - \frac{Eh\alpha T^*}{1-\mu} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \pi^2 = 0,$$

于是, 临界温度表达式可写为

$$T^* = \frac{h^2 \pi^2}{12(1+\mu)\alpha} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) + \frac{k(1-\mu)}{Eh\alpha \pi^2} \frac{a^2 b^2}{m^2 b^2 + n^2 a^2}。 \quad (18)$$

如令 $\lambda = b/a$, $H=h/a$, 则

$$\Delta T = \frac{H^2 \pi^2}{12(1+\mu)\alpha} \left(m^2 + \frac{n^2}{\lambda^2} \right) + \frac{k(1-\mu)a}{EH\alpha \pi^2} \frac{\lambda^2}{m^2 \lambda^2 + n^2}。 \quad (19)$$

经计算, 当 $m=n=1$ 时, 取得极小值, 即

$$\Delta T_{cr} = \frac{H^2 \pi^2}{12(1+\mu)\alpha} \left(1 + \frac{1}{\lambda^2} \right) + \frac{k(1-\mu)a}{EH\alpha \pi^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\lambda^2} \right)}。 \quad (20)$$

式(20)即为热载作用下弹性地基上钢筋混凝土矩形薄板的临界屈曲温度变化计算公式。

对高温作用下的初始弹性常数 E^T 与常温下初始弹性常数 E 的关系^[16]可由下式确定:

$$\left. \begin{aligned} E^T &= E & (T \leq 60^\circ \text{C}), \\ E^T &= (0.88 \sim 0.94)E & (60^\circ \text{C} < T \leq 100^\circ \text{C}), \\ E^T &= (0.95 \sim 1.08)E & (100^\circ \text{C} < T \leq 300^\circ \text{C}), \\ E^T &= \left[1 + 18 \left(\frac{T}{1000} \right)^{5.1} \right]^{-1} E & (T > 300^\circ \text{C}). \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

对于高强混凝土^[16], 当 $T > (400 \sim 500)^\circ \text{C}$ 后可能出现突然爆裂破碎, 故认为已达到屈曲, 不必按式(20)进行计算。

温度作用下线膨胀系数 α^T 与常温下线膨胀系数

α 的关系可由下式确定

$$\alpha^T = 28 \left(\frac{T}{1000} \right) \times 10^{-6} \quad (22)$$

为了使式 (20) 在工程结构中具有广泛的适用性, 令 a 为板的宽度 (短边), 则 $H=h/a$ 为板的相对厚度, $\lambda=b/a$ 为板的长宽比。

3 数值计算结果和讨论

根据屈曲临界温度变化式 (20), 对一四边简支的钢筋混凝土矩形薄板进行屈曲临界温度计算, 其中 $\alpha = 1 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}$, $\mu = 1/6$, 并设薄板的初始工作温度为常温。为了使本文结论能直接应用到工程结构计算中, 取长宽比 $b/a=1.0 \sim 3.0$; $H=h/a=1/30$ 、 $H=h/a=1/35$ 、 $H=h/a=1/40$ 、 $H=h/a=1/45$; 混凝土强度为 C15~C40。

对不同的初始弹性常数 E , 取长宽比 $\lambda=1.0$, 短边 $a=3.5 \text{ m}$, 基床系数 $k=1 \times 10^{-3} \text{ N/mm}^3$ (湿的软粘土) [17], 相对厚度 $H=1/35$, 由式 (20) 确定屈曲临界温度变化, 如图 3 所示。

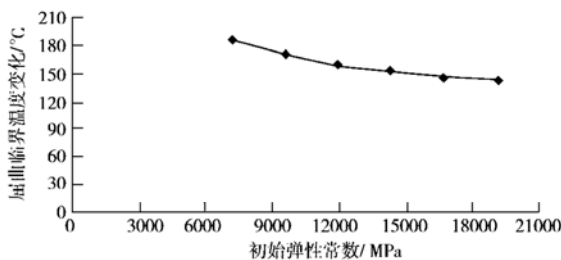


图 3 材料常数变化对屈曲临界温度变化的影响

Fig. 3 Influences of material constant on the variation of critical temperature

由图 3 可以看出, 屈曲临界温度变化随初始弹性常数 E 的增大而减小。

对不同的长宽比 λ , 取短边 $a=3.5 \text{ m}$, C40 混凝土, 基床系数 $k=1 \times 10^{-3} \text{ N/mm}^3$ (湿的软粘土), $H=1/35$, 由式 (20) 确定屈曲临界温度变化, 见图 4。

由图 4 可以看出, 屈曲临界温度变化随长宽比 λ 的增大而减小, 当 $\lambda \geq 2.0$ 时, 屈曲临界温度变化值趋于稳定。

对不同的基床系数 k , 取短边 $a=3.5 \text{ m}$, C40 混凝土, $\lambda=1.0$, $H=1/35$, 由式 (20) 确定屈曲临界温度变化, 如图 5 所示。

由图 5 可以看出, 屈曲临界温度变化随基床系数 k 的增大而增大。当基床系数 $k \geq 1.0 \times 10^{-2} \text{ N/mm}^3$ 时, 屈曲临界温度变化接近 400°C , 故对 C15~C40 的常规混凝土, 仅需对松软土壤、中等密实土壤中的粘土和亚粘土进行屈曲临界温度变化计算, 对其它类土不

必进行屈曲临界温度变化计算, 此时如温度变化过大, 则混凝土板会发生突然爆裂破碎, 在工程中应引起足够的重视。

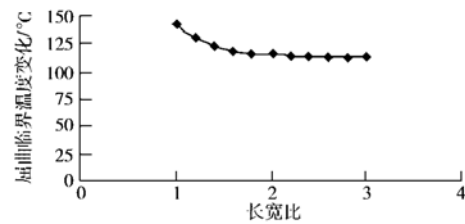


图 4 长宽比变化对屈曲临界温度变化的影响

Fig. 4 Influences of length-breadth ratio on the variation of critical temperature

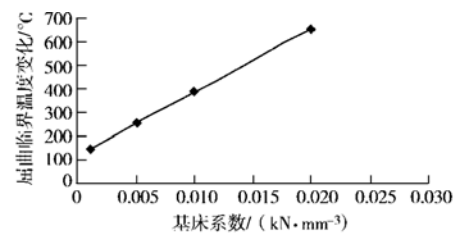


图 5 基床系数变化对屈曲临界温度变化的影响

Fig. 5 Influences of bedding coefficient on the variation of critical temperature

对不同的相对厚度 H , 取短边 $a=3.5 \text{ m}$, $\lambda=1.0$, C40 混凝土, 基床系数 $k=1 \times 10^{-3} \text{ N/mm}^3$ (湿的软粘土), 由式 (20) 确定屈曲临界温度变化, 见图 6。

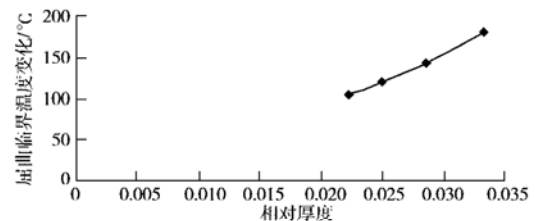


图 6 相对厚度变化对屈曲临界温度变化的影响

Fig. 6 Influences of relative thickness on the variation of critical temperature

由图 6 可以看出, 屈曲临界温度变化随相对厚度 H 的增大而增大。

4 结 论

(1) 屈曲临界温度变化随弹性常数的增大而减小, 即混凝土的强度等级越高, 薄板的屈曲临界温度变化值越小。另外需考虑温度对初始弹性常数的影响。

(2) 临界屈曲温度变化随长宽比的增加而减小。当 $\lambda \geq 2.0$ 时, 屈曲临界温度变化值趋于稳定。

(3) 临界屈曲温度变化随基床系数 k 的增大而增大, 故对有热屈曲影响的钢筋混凝土矩形薄板应置于比较好的地基上, 以提高临界屈曲温度变化值。但当

基床系数 $k \geq 1.0 \times 10^{-2} \text{ N/mm}^3$ 时, 屈曲临界温度变化接近 400°C , 故对 C15~C40 的常规混凝土, 仅需对松软土壤、中等密实土壤中的粘土和亚粘土进行屈曲临界温度变化计算。对其它类土, 若温度变化过大, 则混凝土板会发生突然爆裂破碎, 这一点应在工程中引起足够的重视。

(4) 临界屈曲温度变化随相对厚度的增大而增大, 故对有温度屈曲影响的钢筋混凝土矩形薄板, 应适当加大板的厚度。

(5) 如薄板初始温度过高, 应根据式 (21) 和式 (22) 考虑温度对初始弹性常数和线膨胀系数的影响。

本文结论不仅能很好地适用于土木工程的领域, 而且能广泛地应用到水利、石油化工、铁路、公路等涉及热载作用下钢筋混凝土薄板的领域。

参考文献:

- [1] GOSSARD ML, SEIDE P, ROBERTS W M. Thermal buckling of plates[J]. NACA Tech, 1952,8:2771.
- [2] FORRAY M, NEWMAN M. On the postbuckling behavior of rectangular plates[J]. J Aero Sci, 1962,29:754 - 755.
- [3] UEMURA M. Thermal buckling under nonuniform temperature distribution[J]. J Japan Soc Mech Eng, 1965,68(562):1601 - 1606.
- [4] RAJU K K, RAO G V. Thermal postbuckling of a square plate resting on an elastic foundation by finite element method[J]. Computers & Structures, 1998,28(2):195 - 199.
- [5] 沈惠申, 林忠钦. 弹性基础上矩形板热后屈曲分析[J]. 工程力学, 1996, 13(1): 66 - 73.(SHEN Hui-shen, LIN Zhong-qin. Thermal postbuckling analysis of rectangular plates on elastic foundation[J]. Engineering Mechanics, 1996,13(1):66 - 73.)
- [6] 张建武, 林忠钦. 正交异性板的后屈曲和 Karman 型精化理论[J]. 上海交通大学学报, 1994, 28(4): 109 - 114.(ZHANG Jian-wu, LIN Zhong-qin. Karman type refined theory and postbuckling of shear-deformable composite plates[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 1994,28(4):109 - 114.)
- [7] 周 华, 周海兵. 正交异性板薄板的弹塑性后屈曲分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2003, 30(3): 15 - 20.(ZHOU Hua, ZHOU Hai-bing. Elasto-plastic postbuckling analysis for orthogonal anisotropic plate[J]. Journal of Hunan University (Natural Science), 2003,30(3):15 - 20.)
- [8] 杨 杰, 彭建设. 摄动 DQ 法分析板的大挠度热弯曲[J]. 工程力学, 1996,13(3):86 - 92.(YANG Jie, PENG Jian-she. Large deflection analysis of plates under thermal loading by using perturbation differential quadrature method[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1996,13(3):86 - 92.)
- [9] 武兰河, 王立彬, 刘淑红. 四边简支功能梯度矩形板的热屈曲分析[J]. 工程力学, 2004, 21(2):152 - 156.(WU Lan-he, WANG Li-bin, LIU Shu-hong. On thermal buckling of a simply supported rectangular FGM plate[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2004,21(2):152 - 156.)
- [10] 程文灏, 康谷贻, 颜德姮. 混凝土结构[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002:14 - 45.(CHENG Wen-rang, KANG Gu-yi, YAN De-heng. Concrete structures[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2002:14 - 45.)
- [11] GB 50010—2002 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.(GB 50010-2002 Code for design of concrete structures [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2002.)
- [12] 时旭东, 过镇海. 钢筋混凝土结构的温度场[J]. 工程力学, 1996,13(1):35 - 43.(SHI Xu-dong, GUO Zhen-hai. Analysis of the temperature field of reinforced concrete structure[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1996,13(1):35 - 43.)
- [13] ILIUSHIN A A. 塑性[M]. 王振常, 译. 北京: 建筑工业出版社, 1976:41 - 50.(ILIUSHIN A A. Plastics[M]. WANG Zhen-chang, trans. Beijing: China Architecture & Building Press, 1976:41 - 50.)
- [14] 韩 强, 黄小清, 宁建国. 高等板壳理论[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 29 - 34.(HAN Qiang, HUANG Xiao-qing, Ning Jian-guo. High theory of plates and shells[M]. Beijing: Science Press, 2002:29 - 34.)
- [15] 李存权. 结构稳定和稳定内力[M]. 北京: 人民交通出版社, 1999:171 - 189.(LI Cun-quan. Structure stability and stability forces[M]. Beijing: China Communications Press, 1999:171 - 189.)
- [16] 过镇海, 时旭东. 钢筋混凝土的高温性能及其计算[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 10 - 23.(GUO Zhen-hai, SHI Xu-dong. Behaviour of reinforced concrete at elevated temperature and its calculation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003:10 - 23.)
- [17] 郭天木. 水池底板对池壁的嵌固条件[J]. 特种结构, 1998, 15(4): 1 - 4.(GUO Tian-mu. Restraining condition of cistern base plate to wall[J]. Special Structures, 1998,15(4):1 - 4.)