

非饱和土中球形孔扩张的弹塑性分析

胡 伟, 刘明振

(西安建筑科技大学土木学院, 陕西 西安 710055)

摘 要: 在考虑土体体积变化的前提下, 应用圆孔扩张理论, 结合修正剑桥模型推导出了非饱和土中球形孔扩张后, 土体中应力、位移分布的解析解; 并分析了超固结比对结果的影响。其结论可为非饱和土地区的沉桩、静力触探等岩土工程问题提供理论依据。

关键词: 圆孔扩张理论; 修正剑桥模型; 相关联流动法则; 超固结比; 大变形

中图分类号: TU431 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2006)10-1292-06

作者简介: 胡 伟(1982-), 男, 湖北人, 西安建筑科技大学博士生, 现从事桩基础方面的学习和研究。

Elastic-plastic solution of expansion of sphere cavity in unsaturated soils

HU Wei, LIU Ming-zhen

(Department of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an 710055, China)

Abstract: Considering the variation of volume of soils, the analytical expressions for distribution of the stress and displacement in unsaturated soils after the expansion of spheric cavity could be deduced on the basis of the cavity expansion theory combining with the Modified Cambridge Model. Then, the effect of the over-consolidation ratio on the results was analyzed. The theoretic instructions for some geotechnical engineering problems in unsaturated soil areas could be provided, such as the penetration of piles, cone penetration tests, etc.

Key words: cavity expansion method; modified Cambridge Model; associated flow rule; over-consolidation ratio; large-strain

0 前 言

圆孔扩张理论在岩土工程问题的分析中得到了广泛应用, 如用来分析桩的承载力^[1-2] (Vesic, 1977; Randolph, et al, 1979), 旁压试验^[3-5] (Vesic, 1972; Palmer, 1972; Cao L F, et al, 1998), 静力触探^[6-7] (Ramesh & John, 1986; Cao L F, et al, 1996)。上述分析中均分别考虑了圆柱形扩张的平面问题和球形孔扩张的空间问题, 所不同的是对土采用了不同的本构关系。大多数分析都是建立在理想弹塑性模型基础上的。Carter J P (1986)^[8]利用摩尔-库仑准则分析了粘性土中的圆孔扩张问题, 并给出了其不排水解答; Collins & Stimpson(1994)^[9]提出了应变硬化和软化土中不排水圆孔形扩张的相似方法; Collins & Yu (1996)^[10]采用临界状态模型推导出了不排水圆柱形及球形孔扩张的大应变解析解; 另外, 为了考虑土应力历史的影响, 许多学者在解决圆孔形扩张问题时结合了修正剑桥模型^[11]。可以看出: 这些分析都是建立在饱和土的基础上的, 而在非饱和土地区, 同样面临着上述岩土工程问题。两者分析的最大差别在于: 在非饱和土中, 超孔隙水压力难以产生, 而由于土体被压缩挤压引起的土体体积变化对分析土中应力、位移的分布

已成为关键因素, 若不予考虑, 则计算出来的影响范围将显著增大, 这在实际工程中可能造成因布桩数量不足而降低群桩基础的安全系数。本文从工程实际出发, 考虑土体体积变化这一重要因素, 推导出了非饱和土中球形孔扩张后, 土体整个区域内应力、位移分布的解析解。

1 力学模型及基本假设

非饱和土力学的研究表明: 非饱和土体中土颗粒之间的粒间应力由两部分组成, 一部分是净应力, 其主要反映了自重荷载及外部荷载的作用; 另一部分是基质吸力, 它的大小与外界荷载无关, 而只与土体自身的性质相关, 如颗粒间的排列方式、含水率、饱和度等等。在孔的扩张过程中, 由于外荷载的施加, 净应力发生变化, 净应力的改变则会引起粒间应力的变化, 粒间应力的变化引起土体单元的体积变化, 土体单元体积的变化使颗粒间的排列方式和饱和度随之改变, 由此也就导致了基质吸力的改变, 基质吸力的改变反过来又影响土体的体积改变。可见净应力和基质吸力

的作用是耦合的, 共同影响着土体的体积变化。在分析过程中, 很难将两者各自引起的土体体积变化区分开来。鉴于此, 本文在分析过程中, 不去考虑它们各自的作用效果, 而是以粒间应力来代替两者的共同作用, 因此文中的所有应力均为粒间应力, 它包含净应力和基质吸力两部分。在模拟桩 (或静力触探探头) 的贯入过程中, 以方形截面桩的等效直径或静力触探探头的直径来作一半球。当桩 (或静力触探探头) 贯入到地基一定深度后, 桩端 (或锥端) 截面所在平面以上的土体已经受到挤密, 继续发生体积变化的可能性已很小, 故土体体积变化主要集中在该深度以下的一定范围内, 因此可以采用如图 1 所示的土体扩张模型。

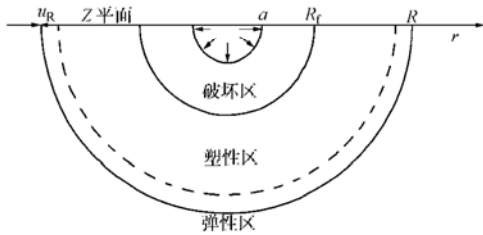


图 1 半球形扩张模型

Fig. 1 Expansion of semispherical cavity

如图 1 所示: 土体初始孔径为 0, 初始平均应力为 p_0 ; 经过扩张后, 最终孔径为 a , 任一点平均应力为 p ; r_0 为扩张前土体单元距孔心的距离, 扩张后为 r , 土体单元径向位移为 $u_r = r - r_0$; R 为土体弹-塑性交界面的半径, R_f 为塑性区与破坏区交界面的半径。扩张后, $r > R$ 的区域为弹性区, 土体处于弹性状态, 应力应变关系服从广义 Hooke 定律; $R_f \leq r \leq R$ 区域为塑性区, 土体发生塑性屈服, 产生体积变化, 应力应变关系服从修正剑桥屈服模型; $a \leq r < R_f$ 区域为流动区, 土体处于破坏状态, 此区域内土体体积趋于稳定, 不再产生新的体积变化。基于修正剑桥模型, 土在扩张过程中应力应变路径如图 2 所示。

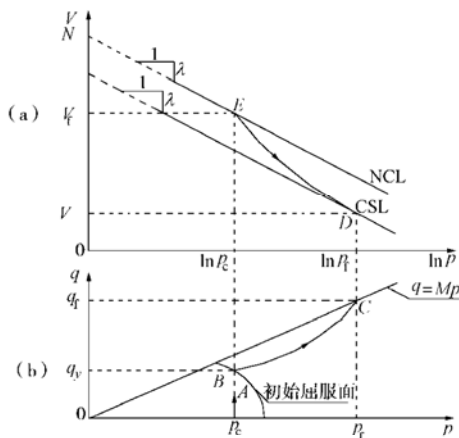


图 2 剑桥模型应力应变关系

Fig. 2 The stress-strain relationship of the Cambridge Model

图 2 中参数定义如下: p_c 为历史上最大平均应力;

p_f 为破坏时平均应力; q_y 为土体初始屈服时剪应力; q_f 为土体破坏时剪应力; CSL 为基于修正剑桥模型的破坏线; M 为 $p-q$ 平面内 CSL 的斜率; λ 为 $V-\ln p$ 平面内 CSL 与 NCL 的斜率; κ 为卸载曲线在 $V-\ln p$ 平面上的斜率。 M 、 λ 、 κ 均可由试验获得。另外, 对于非饱和土, 特别是对于黄土而言, 考虑到其具有低含水率及高孔隙比的特性, 可以认为在土孔扩张过程中, 始终不产生超孔隙水压力。 p 和 q 定义为

$$p = \frac{\sigma_r + 2\sigma_\theta}{3}, \quad (1)$$

$$q = \sigma_r - \sigma_\theta. \quad (2)$$

$$\text{边界条件} \quad \begin{cases} \sigma_r = \sigma_R, & r = R, \\ \sigma_r = \sigma_0, & r \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (3)$$

假设土体是各向同性的, 扩张前, $\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_0$, 因此有 $p_0 = \sigma_0$, q 为净应力之差, 与基质吸力无关。

2 球形孔扩张应力应变理论推导

2.1 弹性区 ($r > R$)

在任意一点处, 土体应力平衡方程为

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0. \quad (4)$$

土中径向初始应力为 σ_0 , 径向应力增量 $\Delta \sigma_r$ 定义为 $(\sigma_r - \sigma_0)$ 。同理 $\Delta \sigma_\theta$ 定义为 $(\sigma_\theta - \sigma_0)$ 。土中初始应变和位移为 0, 因此应变增量 $(\Delta \varepsilon_r, \Delta \varepsilon_\theta)$ 和位移增量 Δu_r 分别等于 $(\varepsilon_r, \varepsilon_\theta)$ 和 u_r 。则由 Hooke 定理有

$$\Delta \varepsilon_r = -\frac{d\Delta u_r}{dr} = \frac{1}{E} (\Delta \sigma_r - 2\nu \Delta \sigma_\theta), \quad (5)$$

$$\Delta \varepsilon_\theta = -\frac{\Delta u_r}{r} = \frac{1}{E} [(1-\nu) \Delta \sigma_\theta - \nu \Delta \sigma_r]. \quad (6)$$

将式 (3)、(5)、(6) 代入 (4) 得出弹性区应力、位移分布如下

$$\sigma_r = \sigma_0 + (\sigma_y - \sigma_0) \left(\frac{R}{r} \right)^3, \quad (7)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_0 - \frac{1}{2} (\sigma_y - \sigma_0) \left(\frac{R}{r} \right)^3, \quad (8)$$

$$u_r = \frac{(\sigma_y - \sigma_0)}{4G} \left(\frac{R}{r} \right)^3 r.$$

$$u_r = \frac{(\sigma_y - \sigma_0)}{4G} \left(\frac{R}{r} \right)^3 r. \quad (9)$$

在弹塑性交界处, 即当 $r = R$ 时, 有

$$\sigma_r = \sigma_y, \quad (10)$$

$$q_y = 3(\sigma_y - \sigma_0)/2. \quad (11)$$

基于修正剑桥模型下土的屈服面方程为^[12]

$$p^2 - pp_c + \frac{q_y^2}{M^2} = 0. \quad (12)$$

由式 (1)、(7)、(8) 式有在整个弹性区内

$$p = p_0 \quad (13)$$

式 (13) 代入 (12) 式有

$$q_y = Mp_0 \sqrt{\beta - 1} \quad (14)$$

上式中 β 为土的超固结比, 其表达式为

$$\beta = p_c / p_0 \quad (15)$$

式 (14) 代入 (11) 有

$$\sigma_y = \frac{2Mp_0 \sqrt{\beta - 1}}{3} + \sigma_0 \quad (16)$$

式 (16) 代入 (9) 式并令 $r = R$ 得

$$u_y = \frac{Mp_0 \sqrt{\beta - 1}}{6G} R \quad (17)$$

2.2 塑性区 ($R_f \leq r \leq R$)

土体进入塑性状态后, 经过一系列的屈服面后最终达到破坏状态。如图 3 所示: 塑性区实际应力路径为弧 BC , 现以切线 BC_1 代替弧 BC 。对于 B 点, 其位于弹塑性交界面上, 则其坐标 $(p, q) = (p_0, Mp_0(\beta - 1)^{0.5})$ 。在增量条件下, dp 与 $d\varepsilon_v^p$, dq 与 $d\varepsilon_s^p$ 可简化成线性关系, 由修正剑桥模型有

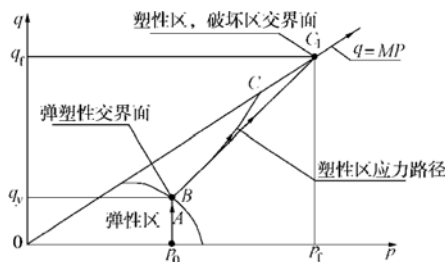


图 3 正常固结及轻超固结土中扩张过程的 $p-q$ 路径图

Fig. 3 The path of $p-q$ in the course of expansion of the normal consolidated and mildly over-consolidated soils

$$\frac{dq}{dp} = \frac{G}{E} \frac{d\varepsilon_s^p}{d\varepsilon_v^p} = \frac{2G\eta}{E(M^2 - \eta^2)} \quad (18)$$

$$\eta = q/p \quad (19)$$

其中 E 为体积压缩模量; G 为体积剪切变形模量; 等于 $E/2(1+\nu)$ 。对于 MCC 类材料, 按照文献[12]中的研究, G 可以表达成初始孔隙比 e_0 、泊松比 ν 、 p 及 κ 的函数。Wroth (1975) [13] 的研究表明: 随着土塑性变形的增大, 泊松比 ν 的变化很小, 基本稳定在 0.3 左右。以 B 点坐标代入式 (18)、(19) 有

$$\frac{dq}{dp} = \frac{2G\sqrt{\beta - 1}}{EM(2 - \beta)} \quad (20)$$

则直线 BC_1 方程为

$$q = Ap + B \quad (21)$$

$$\text{其中 } A = \frac{2G\sqrt{\beta - 1}}{EM(2 - \beta)} \quad (22)$$

$$B = Mp_0 \sqrt{\beta - 1} - \frac{2Gp_0 \sqrt{\beta - 1}}{EM(2 - \beta)} \quad (23)$$

式 (1)、(2) 代入式 (21) 经过变形可得

$$\sigma_\theta = A_1 \sigma_r + B_1 \quad (24)$$

$$\text{其中 } A_1 = \frac{3 - A}{2A + 3}, \quad B_1 = \frac{-3B}{2A + 3} \quad (25)$$

由式 (24) 可得

$$\sigma_r - \sigma_\theta = (1 - A_1) \sigma_r - B_1 \quad (26)$$

式 (26) 代入式 (4) 解得

$$\sigma_r = A_2 + B_2 \left(\frac{r}{R} \right)^C \quad (27)$$

$$\text{其中 } A_2 = -\frac{B}{A}, \quad C = -2(1 - A_1) \quad (28)$$

式 (27) 中令 $r = R$ 与式 (16) 联立得

$$B_2 = -A_2 + \sigma_0 + 2Mp_0 \sqrt{\beta - 1} / 3 \quad (29)$$

由式 (1)、(2)、(24)、(27) 式有

$$\sigma_\theta = A_3 + B_3 \left(\frac{r}{R} \right)^C \quad (30)$$

$$q = A_4 + B_4 \left(\frac{r}{R} \right)^C \quad (31)$$

$$p = A_5 + B_5 \left(\frac{r}{R} \right)^C \quad (32)$$

$$\left. \begin{aligned} A_3 &= A_1 A_2 + B_1 \pi, \quad A_4 = (1 - A_1) A_2 - B_1, \\ \text{其中 } A_5 &= \frac{A_2 + 2(A_1 A_2 + B_1)}{3}, \quad B_3 = A_1 B_2, \\ B_4 &= (1 - A_1) B_2, \quad B_5 = \frac{(1 + 2A_1) B_2}{3} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

CSL 与直线 BC_1 的交点即为塑性区与破坏区的交界面, 则由 CSL 方程 $q = Mp$ 及式 (21) 得

$$Mp = Ap + B \quad (34)$$

将式 (22)、(23)、(32)、(33)) 代入上有

$$R_f = B_6 R \quad (35)$$

其中 $B_6 =$

$$\left\{ \frac{3[B - (M - A)A_5]}{(M - A)(1 + 2A_1) \left[-A_2 + \sigma_0 + \frac{2Mp_0 \sqrt{\beta - 1}}{3} \right]} \right\}^{\frac{1}{C}} \quad (36)$$

联立式 (1)、(2)、(21) 变形后可得

$$f = \sigma_r + \gamma \sigma_\theta + \alpha = 0 \quad (37)$$

$$\text{其中 } \gamma = -1/A_1, \quad \alpha = B/(2A - 6) \quad (38)$$

根据相关流法则,

$$d\varepsilon_r^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_r} \quad (39)$$

$$2d\varepsilon_\theta^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_\theta} \quad (40)$$

由式 (39)、(40) 消去 $d\lambda$, 变形后得

$$d\varepsilon_r^p / d\varepsilon_\theta^p = 2/\gamma \quad (41)$$

$$\text{又有} \quad \frac{d\varepsilon_r^p}{d\varepsilon_\theta^p} = \frac{d\varepsilon_r - d\varepsilon_{re}}{d\varepsilon_\theta - d\varepsilon_{\theta e}} \quad , \quad (42)$$

联立式 (41)、(42) 并代入式 (5)、(6) 推出

$$\gamma d\varepsilon_r - 2d\varepsilon_\theta = \frac{1}{E}(\gamma + \nu)d\sigma_r - \frac{1}{E}[2(1-\nu) + 2\nu\gamma]d\sigma_\theta \quad , \quad (43)$$

$$\text{由 (36) 得} \quad d\sigma_\theta = -\frac{1}{\gamma}d\sigma_r \quad , \quad (44)$$

式 (44) 代入 (43) 有

$$d\varepsilon_r - \frac{2}{\gamma}d\varepsilon_\theta = \frac{\chi}{\gamma}d\sigma_r \quad , \quad (45)$$

$$\text{其中} \quad \chi = \frac{1}{E} \left[\gamma + \frac{2(1-\nu)}{\gamma} + 3\nu \right] \quad . \quad (46)$$

对式 (45) 进行积分则有

$$\varepsilon_r - 2\varepsilon_\theta/\gamma = \chi(\sigma_r - p_0)/\gamma \quad . \quad (47)$$

塑性区土的应变服从大变形理论, 由塑性理论

$$\text{有} \quad \varepsilon_r = \ln\left(\frac{dr}{r_0}\right), \quad \varepsilon_\theta = \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) \quad . \quad (48)$$

由 $r_0 = r - u_r$ 推出

$$\frac{dr_0}{dr} = 1 - \frac{du_r}{dr}, \quad \frac{r_0}{r} = 1 - \frac{u_r}{r} \quad . \quad (49)$$

式 (48) 经过变形后结合式 (49) 则有

$$\varepsilon_r = -\ln\left(1 - \frac{du_r}{dr}\right), \quad \varepsilon_\theta = -\ln\left(1 - \frac{u_r}{r}\right) \quad . \quad (50)$$

式 (50) 代入式 (47) 后整理得

$$1 - \frac{du_r}{dr} = Ne^{\frac{\chi}{\gamma}(\sigma_r - p_0)} \left(1 - \frac{u_r}{r}\right)^{-\frac{2}{\gamma}} \quad , \quad (51)$$

$$\text{其中} \quad N = e^{-\frac{\chi}{\gamma}(A_2 - p_0)} \quad , \quad (52)$$

$$T = \frac{\chi}{\gamma R^C} \left[A_2 - \sigma_0 - \frac{2Mp_0\sqrt{\beta-1}}{3} \right] \quad . \quad (53)$$

联立式 (17)、(51) 解得

$$u_r = r \left\{ 1 - \left[\frac{1}{r} \left[R \left(1 - \frac{Mp_0\sqrt{\beta-1}}{6G} \right) \right]^{\frac{\gamma+2}{\gamma}} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\gamma+2}{\gamma} \right) \frac{NT^n}{n!} (r^{nC} - R^{nC}) \right] \right\}^{\frac{\gamma}{\gamma+2}} \quad . \quad (54)$$

上式中令 $r = R_f$ 则有

$$u_r \Big|_{r=R_f} = B_6 R \left\{ 1 - \left[\frac{1}{B_6 R} \left[R \left(1 - \frac{Mp_0\sqrt{\beta-1}}{6G} \right) \right]^{\frac{\gamma+2}{\gamma}} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\gamma+2}{\gamma} \right) \frac{NT^n}{n!} R^{nC} (B_6^{nC} - 1) \right] \right\}^{\frac{\gamma}{\gamma+2}} \quad . \quad (55)$$

2.3 破坏区 ($a \leq r \leq R_f$)

当土体破坏后, 应力路径将沿着 CSL 运动。在 $V - \ln p$ 关系图中 CSL 方程为

$$V = \Gamma - \lambda \ln p \quad . \quad (56)$$

令式 (32) 中 $r = R_f$ 得

$$p_f = A_5 + B_5 B_6^C \quad . \quad (57)$$

由于破坏区不再产生新的体积变化, 故整个破坏区的土体体积应变等于塑性区与破坏区交界面处的体积应变。则有

$$\varepsilon_{vf} = 1 - \frac{V_f}{V_0} \quad . \quad (58)$$

联立式 (56)、(57)、(58) 得

$$\varepsilon_{vf} = 1 - \frac{\Gamma - \lambda \ln [A_5 + B_5 B_6^C]}{1 + e_0} \quad . \quad (59)$$

另外在破坏区还有

$$\pi(r - u_r)^3 (1 - \varepsilon_v)/2 = \pi r^3 - \pi a^3 \quad , \quad (60)$$

$$\text{解得} \quad u_r = r - \left[\frac{2(r^3 - a^3)}{1 - \varepsilon_v} \right]^{\frac{1}{3}} \quad . \quad (61)$$

式 (61) 中令 $r = R_f$ 再联立式 (55)、(59) 后整理有

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{2(1+e_0)(B_6^3 R^3 - a^3)}{\Gamma - \lambda \ln [A_5 + B_5 B_6^C]} \right\}^{\frac{1}{3}} \\ &= B_6 R \left\{ \frac{1}{B_6 R} \left[R \left(1 - \frac{Mp_0\sqrt{\beta-1}}{6G} \right) \right]^{\frac{\gamma+2}{\gamma}} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\gamma+2}{\gamma n!} \right) NT^n R^{nC} (B_6^{nC} - 1) \right\}^{\frac{\gamma}{\gamma+2}} \quad . \quad (62) \end{aligned}$$

从式 (62) 中可解出 R , 一般 n 取至 2 即可满足实际工程要求, 进而可由式 (36) 求得破坏区半径 R_f 。对于破坏区, 应力关系满足 $q = Mp$, 代入式 (1)、(2) 整理有

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \frac{3M}{3+2M} \sigma_r \quad . \quad (63)$$

上式代入 (4) 式并联合式 (27)、(36) 解得

$$\sigma_r = B_7 r^{C_1} \quad , \quad (64)$$

$$\text{其中} \quad C_1 = -\frac{6M}{3+2M}, \quad B_7 = \frac{A_2 + B_2 B_6^C}{(B_6 R)^{C_1}} \quad . \quad (65)$$

联立式 (63)、(64) 有

$$\sigma_\theta = \frac{(3-M)B_7}{3+2M} r^{C_1} \quad . \quad (66)$$

综合式 (7)、(8)、(9)、(27)、(30)、(54)、(59)、(61)、(64)、(66) 可得: 当孔从初始半径零扩张至最终半径 a 后, 整个区域的应力、位移分布如下

$$\sigma_r = \begin{cases} B_7 r^{C_1}, & a \leq r \leq R_f, \\ A_2 + B_2 \left(\frac{r}{R} \right)^C, & R_f \leq r \leq R, \\ \sigma_0 + \frac{2Mp_0\sqrt{\beta-1}}{3} \left(\frac{R}{r} \right)^3, & R \leq r \leq \infty. \end{cases} \quad (67)$$

$$\sigma_\theta = \begin{cases} \frac{(3-M)B_7}{3+2M}, & r^{C_1} a \leq r \leq R_f, \\ A_3 + B_3 \left(\frac{r}{R} \right)^C, & R_f \leq r \leq R, \\ \sigma_0 - \frac{Mp_0\sqrt{\beta-1}}{3} \left(\frac{R}{r} \right)^3, & R \leq r \leq \infty. \end{cases} \quad (68)$$

$$u_r = \begin{cases} r - \left\{ \frac{2(r^3 - a^3)(1 + e_0)}{\Gamma - \lambda \ln[A_5 + B_5 B_6^C]} \right\}^{1/3}, & a \leq r \leq R_f, \\ r \left\{ 1 - \left[\frac{1}{r} \left[R \left(1 - \frac{Mp_0\sqrt{\beta-1}}{6G} \right)^{\left(\frac{\gamma+2}{\gamma} \right)} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\gamma+2}{\gamma} \right) \frac{NT^n}{n!} (r^{nC} - R^{nC}) \right] \right\}^{\left(\frac{\gamma}{\gamma+2} \right)}, & R_f \leq r \leq R, \\ \frac{(\sigma_y - \sigma_0) \left(\frac{R}{r} \right)^3}{4G} r, & R \leq r \leq \infty. \end{cases} \quad (69)$$

2.4 结论分析

由式 (20) 可以看出: 当 $\beta < 2$ 时, $dq/dp > 0$, 这反映了正常固结和轻超固结土的硬化现象; 当 $\beta = 2$ 时, $dq/dp \rightarrow \infty$, 此时的初始屈服点处的应力关系由式 (13)、(14) 可知其位于破坏线上, 这说明此时土体屈服即意味着破坏。可以这样来解释: 当 $\beta = 2$ 时, 由于净应力和基质吸力的变化分别引起的土体体积变化量之和为 0, 从而使土体体积保持不变。但由于单位净应力和单位基质吸力分别引起的土体体积变化量的不一致性, 所以这种状态的存在只是瞬间的; 而且与净应力相比, 基质吸力还与土颗粒的排列方式有关, 所以即使土体体积没有变化, 但只要发生了变形, 也引起基质吸力的改变; 当 $\beta > 2$ 时, $dq/dp < 0$, 这反映了重超固结土存在的软化现象, 可实际上土体有可能不会立即软化, 而是 dq/dp 仍然会有一段大于零的过程, 然后再发生软化趋向于破坏, 整个塑性区内的应力路径在受拉破坏线、Hvorslev 面、临界状态线三者之间。但由于认识的局限性, 重超固结土破坏后是否趋向于临界状态以及屈服沿着怎样的轨迹进行, 至今尚未有认识一致的结论。另外, 对于由式 (20) 简化的塑性区 p 、 q 增量关系式, 当 β 值接近于 1 时, 会有较大的误差, 此时可采用如下方法

来加以改进: 第一步, 从初始屈服点开始, 选取适当的增量 Δp , 根据式 (21) 及 $q = Mp$ 分别计算出 q , 若不满足前者小于后者, 则说明 Δp 选值过大, 需要重新选取; 若满足, 可进行下一步。第二步, 根据变化后的 p 、 q 值结合式 (18)、(19) 对 dq/dp 值进行修正, 在修正的基础上重复第一步, 选取第二个 Δp , 依次进行下去直至第 n 个增量, 若此时计算出的两个 q 值差别已很小, 则可以在下一个循环过程中直接采用第 n 个修正的 dq/dp 作直线与 CSL 相交得出破坏点。这样就可以以 $n+1$ 段直线段近似地模拟实际应力路径来减小误差, 其中每一段的应力、位移解析式推导步骤均和前文中相同。整个推导过程涉及的参数一共有九个: M 、 β 、 p_0 、 G 、 E 、 e_0 、 ν 、 λ 、 Γ 。严格来讲, 由于发生了体积变化, 这些参数中如: G 、 E 、 ν 等都是变化的, 但在计算时可以采用初始状态的值, 这在工程应用上是偏于安全的。图 4、图 5 分别反映了塑性区半径 R 随扩张半径 a 的变化规律及 a 一定时, R_f/R 随超固结比 β 的变化规律。图 4 中各参数的取值如下: $M = 1.2$ 、 $\beta = 1.7$ 、 $p_0 = 300$ kPa、 $E_s = 7.5$ MPa、 $e_0 = 0.95$ 、 $\nu = 0.3$ 、 $\lambda = 0.17$ 、 $\Gamma = 2.05$, 图 5 中除 β 外, 其余参数和图 4 中一样。从图 4 中可以看出: 随着扩张半径 a 的增大, 塑性区半径有逐渐增大的趋势且大致在 $3a \sim 4a$ 之间变化, 但当 a 达到一定数值后, R/a 的变化会很小, 与饱和土中一般达到 $10a$ 以上相比, 非饱和土中塑性区半径有明显的减小。图 5 中可以看出: 随着超固结比的增大, 塑性区的范围将逐渐缩小, 而破坏区的范围将逐渐增大。

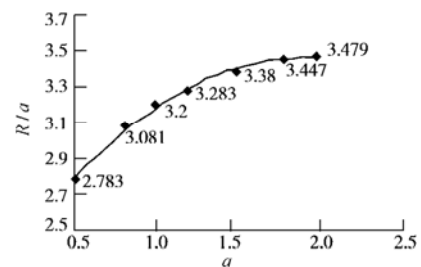


图 4 a 与 R/a 的关系图

Fig. 4 The relationship of a and R/a

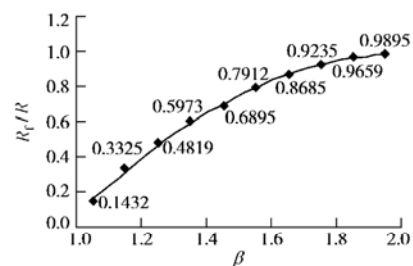


图 5 β 与 R_f/R 关系图

Fig. 5 The relationship between β and R_f/R

3 结 语

在考虑土体体积变化的前提下, 本文结合修正剑桥模型推导出了非饱和土中球形孔扩张后土体中应力、位移分布的解析解。通过计算表明: 考虑体积变化后, 土体扩张影响半径要减少许多, 且反映土应力历史的参数超固结比 β 对结果影响较大。其结论可为非饱和土地区的沉桩、静力触探等岩土工程问题提供理论依据。但由于问题的复杂性, 本文在推导过程中仍有许多方面未能考虑: 如弹性区土体体积的变形会导致基质吸力的改变, 故在弹性区土体单元也会发生体积变化; 基质吸力和净应力引起的土体体积变化应分别进行计算; 土体在破坏后仍可能存在较大的体积变形; 土体本身为各向异性等等。另外, 由于模型本身的局限性, 本文结论只适用于正常固结及轻超固结土, 适用于重超固结土的分析还有待进一步研究。

参考文献:

- [1] VESIC A S. Design of pile foundations[C]// Synthesis of Highway Practice 42, Washington D C: Transportation Research Board, National Research Council, 1977.
- [2] RANDOLPH M F, CATER J P, WROTH C P. Driven piles in clay-the effects of installation and subsequent consolidation [J]. Geotechnique, 1979, **29**(4):361 - 393.
- [3] VESIC A S. Expansion of cavities in infinite soil mass[J]. J Soil Mech Found Div, 1972, ASCE, **98**(SM3): 265 - 290.
- [4] PALMER A C. Undrained plane-strain expansion of a cylindrical cavity in clay: a simple interpretation of the pressure-meter test[J]. Geotechnique, 1972, **22**(3):451 - 457.
- [5] CAO L F, NA Y M, WIN B M & CHOA V. Analysis of cone pressure-meter test in clay[C]// Proc 13th Southeast Geotechnical Conf, Taiwan, 1998: 23 - 28.
- [6] RAMASH C G, JOHN L D. Piezoprobe determined coefficient of consolidation[J]. Soils and Foundations, 1986, **26**(3):12 - 22.
- [7] CAO L F, CHANG M F, TEH C I. Cavity expansion in modified Cam clay and its application to the interpretation of piezo-cone tests[R]. Geotechnical Research Report NTU/GT 96-03. Nanyang Technological University, Singapore, May.
- [8] CARTER J P, BOOKER J R, YEUNG S K. Cavity expansion in cohesive frictional soils[J]. Geotechnique, 1986, **36**(3): 349 - 358.
- [9] COLLINS I F, STIMPSON J R. Similarity solutions for drained and un-drained cavity expansions in soils[J]. Geotechnique, 1994, **44**(1):21 - 34.
- [10] COLLINS I F, YU H S. Un-drained cavity expansion in critical-state soils[J]. Methods Geomech, 1996, **20**:489-516.
- [11] CAO L F, TEH C I, CHANG M F. Un-drained cavity expansion in modified cam clay[J]. Geotechnique, 2001, **51**(4): 323 - 334.
- [12] WOOD D P. Soil behavior and critical state soil mechanics [M]. Cambridge, Cambridge University Press, 1990.
- [13] WORTH C P. In-situ measurement of initial stresses and deformation characteristics[C]// Proceedings of the ASCE Speciality Conference on In-situ Measurement of Soil Properties, Raleigh, North Carolina, 1975, **2**:181 - 230.
- [14] 李广信. 高等土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004. (LI Guang-xin. Advanced soil mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.)
- [15] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 水利水电出版社, 2000. (SHEN Zhu-jiang. Theoretical soil mechanics[M]. Beijing: Water Resources and Hydropower Press, 2000.)