

土体动力粘塑性记忆型嵌套面本构模型及其验证

庄海洋, 陈国兴, 朱定华

(南京工业大学岩土工程研究所, 江苏 南京 210009)

摘要: 软土在循环荷载作用下, 很小剪应变幅值发生时就会使土体产生塑性变形, 因此采用粘塑性模型模拟软土在循环荷载作用下的动力特性更合理。本文针对软土在动荷载下的变形特点, 采用等向硬化和随动硬化相结合的硬化模量场理论, 基于土体的广义塑性理论, 建立了一个总应力增量形式的土体粘塑性动力本构模型。该模型通过记忆任一时刻的加载反向面、破坏面和与加载反向面内切的初始加载面来确定屈服面变化规则, 模型参数容易确定。在 ABAQUS 软件平台上实现了该模型的算法, 通过土样动三轴试验的结果与模型预测结果的对比分析, 验证了该模型的可行性。同时, 对南京某含有较厚软土层的典型软弱地基的地震反应进行了分析, 分析结果符合软弱地基非线性地震反应的一般规律。因此, 该模型为软土非线性地震反应和土-结构非线性动力相互作用分析提供了一个较为实用的土体本构模型。

关键词: 土动力学; 本构模型; ABAQUS 软件; 非线性地震反应

中图分类号: TU411 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2006)10-1267-06

作者简介: 庄海洋(1978-), 男, 江苏宿迁人, 博士, 讲师, 主要从事土动力学与土-结构动力相互作用研究。

Dynamic visco-plastic memorial nested yield surface model of soil and its verification

ZHUANG Hai-yang, CHEN Guo-xing, ZHU Ding-hua

(Institute of Geotechnical Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China)

Abstract: Under cyclic loadings, the plastic strain of soft soil would be happened under very small shear strain. So the visco-plastic model was appropriate to be used to simulate the dynamic characteristics of soft soils. Based on the principles of geotechnical plastic mechanics, the incremental visco-plastic memorial nested yield surface model was developed using the nonlinear isotropic and kinematic hardening modulus field theory. At the end of any increment, the inverted loading surface, the failure surface and the initial loading surface which was tangent with the inside of inverted loading surface were memorized, and dynamic behavior of yield surface was defined by these surfaces. The developed model was implemented in ABAQUS software successfully. The predicted stress-strain relationship of soil were compared with the test results given by cyclic triaxial tests. It was proved that the cyclic undrained stress-strain relation of soils could be fairly simulated by the model. At last, the nonlinear earthquake response of a representative soft site in Nanjing was calculated with the dynamic behavior of soils modeled by the developed model. The results coincided with the earthquake response of soft site given by others.

Key words: soil dynamic; constitutive model; ABAQUS software; nonlinear earthquake response

0 引言

土的动力非线性模型目前主要有两大类, 分别为粘弹性模型和弹塑性模型。土的粘弹性模型又可分为等效线性模型和非线性粘弹性模型。用等效线性方法近似考虑土的非线性方法最早是由 Seed (1968) 提出的, 该方法是将土体视为粘弹性体, 采用等效弹性模量或剪切模量和阻尼比来反映土体动应力-应变关系的非线性和滞后性, 并且将模量和阻尼比表示为动应变幅的函数。等效线性方法具有概念明确, 应用方便的优点, 缺点是不能反映土的变形积累, 不能考虑应力路径对阻尼比的影响, 不能考虑土的各相异性, 同

时在大应变时计算误差较大。等效线性模型的骨架曲线主要有 Ramberg-Osgood 模型、Hardin-Drnevich 模型、双曲线模型和 Davidenkov 模型。土的非线性粘弹性模型最早是由 Masing (1926) 提出的, 该方法是基于土体的动应力-应变关系骨架函数, 直接给出加、卸载的动应力-应变关系的表达式, 即采用扩充的 Masing 法则构造加、卸载滞回圈。

土的动力弹塑性模型自 20 世纪 70 年代以来得到

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50578076); 江苏省自然科学基金资助项目 (BK2004124); 南京工业大学博士创新基金资助项目 (BSCX200515)

收稿日期: 2005-08-01

了广泛的研究,主要可分为多屈服面模型和边界面模型。建立多屈服面模型的途径就是在经典塑性理论基础上,放弃其中单屈服面的描述,代之以各向同性硬化和运动硬化相结合的多屈服面模型^[1]。例如 Carter (1982) 等人基于修正的剑桥模型建立的只在边界面上产生塑性应变的动弹塑性模型^[2], Prevost(1977)等提出的硬化模量场模型^[3], Matsuoka 等人提出的多机构概念的塑性模型^[4]。这些多屈服面理论都不同程度地存在着参数测定困难且理论描述复杂等缺点,以致一直在工程中未能获得广泛的应用。边界面模型是在多屈服面模型的基础上,只采用初始加载面和边界面,在两个面之间的套叠屈服面场用解析内插函数以形成双屈服面模型。Dafalias 等人提出的边界面模型最具代表性^[5-6],但双屈服面模型要求事先选择加载面平移和涨缩的硬化规则,具有内在局限性。

本文基于广义塑性力学,通过记忆任一时刻的加载反向面、破坏面与与加载反向面内切的初始加载面,采用等向硬化和随动硬化相结合的硬化模量场理论确定屈服面的变化规律,建立了一个土体粘塑性记忆型嵌套面本构模型。采用动三轴的试验结果验证了该模型的可行性,同时,在 ABAQUS 软件平台上实现了该模型的算法,并对南京某含义较厚软土层的典型软弱地基的地震反应进行了分析,其结果符合软弱地基非线性地震反应的一般规律。因此,该模型为软土非线性地震反应和土-结构非线性动力相互作用分析提供了一个较为实用的土体动粘塑性本构模型。

1 模型的建立

岩土材料统一破坏函数可以写成如下的表达式^[7]

$$\beta p^2 + \alpha p + \frac{\sqrt{J_2}}{g(\theta_\sigma)} - K = 0 \quad (1)$$

其中

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (2)$$

$$J_2 = \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \sqrt{\frac{1}{2}S_{ij}S_{ij}} \quad (3)$$

对于参数 α 、 β 、 K 、 $g(\theta_\sigma)$ 取值方法的不同,上式可以概括许多常用的岩土材料破坏函数。

本文假设屈服面和破坏面具有相似的形状,并令

$$\alpha_\theta^0 = \alpha \cdot g(\theta_\sigma), \quad K_\theta = K \cdot g(\theta_\sigma) \quad (4)$$

假定子午平面上的屈服曲线为直线,即 $\beta = 0$, 简化式 (1) 后得到破坏面的形式为

$$F = \alpha_\theta^0 p + \sqrt{J_2} - K_\theta = 0 \quad (5)$$

由于岩土材料(特别是软土)几乎不存在一个纯弹性变形阶段,因此规定在初始加荷和应力反向后的

瞬间为点屈服面,屈服面形式为

$$f = \alpha_\theta p + \sqrt{\frac{1}{2}(S_{ij} - \alpha_{ij})(S_{ij} - \alpha_{ij})} - k_\theta = 0 \quad (6)$$

式中 α_{ij} 为运动硬化参数。由式 (6) 可以得到加、卸载面的半径为

$$r = \sqrt{2J_2} = \sqrt{2}(k_\theta - \alpha_\theta p) \quad (7)$$

采用混合硬化规则和相关联流动法则,加载面:

$$\Phi = f \quad (8)$$

模型加、卸载准则采用偏应力增量 dS_{ij} 与当前屈服面 f 的单位外法线 n_{ij} 之间的相对位置,由下式判断应力方向

$$dS_{ij}n_{ij} < 0 \quad (9)$$

单位外法线的计算公式为

$$n_{ij} = \frac{\partial f}{\partial S_{ij}} / \left(\frac{\partial f}{\partial S_{ij}} \frac{\partial f}{\partial S_{ij}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

参照文献[8],认为屈服面在初始加载点从点屈服面开始只发生等向硬化,即有: $\alpha_{ij} = 0$ 。当开始加卸载时,屈服面在应力反向点处开始从点屈服面开始发生混合硬化,硬化后的屈服面都为应力反向点的内切面,在此时记忆反向应力点所在的屈服面,当应力反向后屈服面超过最新的反向面后,引入零圆心位置上的最新反向面的内切面,超过该面后屈服面遵循初始加载面的硬化规律,因此,在任一时刻,只须记忆破坏面 F 、当前屈服面 f 和最新的反向面 f_r , 具体的应力路径如图 1。

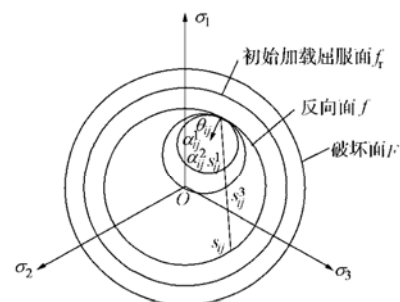


图 1 应力平面内记忆面分布

Fig. 1 Memorial surfaces in stress plane

屈服面函数 (6) 中有 α_θ 和 k_θ 两个系数,这两个系数的变化将决定屈服面的硬化规律,以与当前屈服面在反向点内切的初始屈服面在子午平面上的张角变化规律计算参数 α_θ 的变化,在初始加载时间段 α_θ 的计算公式为

$$\alpha_\theta = \frac{r}{r_{\max}} \alpha \quad (11)$$

式中 $r_{\max}$ 为应力点对应破坏面的半径。当应力不发生反向且处于非初始加载状态时,假定参数 α_θ 不变,具体计算公式为

$$\alpha_\theta = \frac{r_r}{r_{\max}} \alpha, \quad (12)$$

式中 r_r 为应力反向面内切的初始加载面半径, 当屈服面超过对应的初始加载面时, 计算 α_θ 采用公式 (11), 具体嵌套屈服面在应力空间中的分布如图 2。

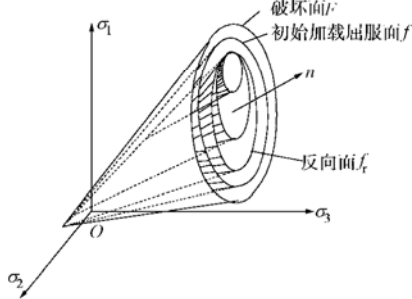


图 2 应力空间内记忆面分布

Fig. 2 Memorial surfaces in stress space

根据加载面函数及其相容条件得到偏量变化后的方程组, 并略去二阶微量, 对其求解可得

$$dk_\theta = \frac{(S_{ij} - \alpha_{ij} + dS_{ij})dS_{ij} + 2\alpha_\theta(k_\theta - \alpha_\theta p) \cdot dp}{2(k_\theta - \alpha_\theta p) + \sqrt{2}(S_{ij} - \alpha_{ij} + dS_{ij}) \cdot \theta_{ij}}, \quad (13)$$

$$d\alpha_{ij} = \sqrt{2} \cdot \theta_{ij} \cdot dk_\theta, \quad (14)$$

θ_{ij} 为应力反向点指向应力反向面中心的单位矢量。

根据相关关联流动法则, 可得应力-应变关系表达式为

$$d\tilde{\sigma}_{ij} = Bd\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2Gde_{ij} - (2G - H_t) \frac{(S_{ij} - \alpha_{ij})}{2(k_\theta - \alpha_\theta p)^2} (S_{kl} - \alpha_{kl}) d\varepsilon_{kl}, \quad (15)$$

式中 H_t 称为弹塑性剪切模量; B 为体积模量; H_t 与剪切模量 G 和塑性硬化模量 H 之间的关系式为

$$\frac{1}{H_t} = \frac{1}{2G} + \frac{1}{H}, \quad (16)$$

参照 Pyke 的做法, 采用双曲线表示初始加荷时的应力应变关系, 有

$$H_t = H_{t,\max} \left(1 - \frac{r}{r_{\max}}\right)^2, \quad (17)$$

根据式 (16) 有

$$H_{t,\max} = 2 \cdot G_{\max}, \quad (18)$$

式中 $G_{\max}$ 为土的最大剪切模量, 可通过现场波速法或室内试验法确定。

对于土体地震反应的真非线性计算, 土体的滞回阻尼已直接隐含在恢复力一项中, 为了考虑土体的粘性效应, 按瑞雷 (Rayleigh) 阻尼的概念定义粘性阻尼阵为

$$[C] = \alpha_0 [M] + \alpha_1 [K], \quad (19)$$

式中 α_0 , α_1 为瑞雷阻尼系数。

利用振型对瑞雷阻尼矩阵的正交性, 有

$$\xi_i = \frac{1}{2} (\alpha_0 / \omega_i + \alpha_1 \omega_i), \quad (20)$$

式中 ξ_j 为第 j 振型阻尼比, 通常取 2%~3%; ω_j 为第 j 振型的自振频率。

为与 ABAQUS 软件子程序接口相一致, 假设阻尼矩阵只与刚度矩阵有关, 因此有

$$\alpha_0 = 0, \quad \alpha_1 = 2\xi_1 / \omega_1, \quad (21)$$

由总应变速率引起的阻尼力为

$$\sigma'_{ij} = \alpha_1 D^{el} \dot{\varepsilon}_{ij}, \quad (22)$$

式中 D^{el} 为初始弹性刚度矩阵。

因此, 最终的应力-应变关系为

$$\sigma_{ij}^{t+\Delta t} = \tilde{\sigma}_{ij}^{t+\Delta t} + \alpha_1 D^{el} \dot{\varepsilon}_{ij}^{t+\Delta t}. \quad (23)$$

2 模型的试验验证

为了验证本文建立的记忆型嵌套屈服面模型的正确性, 以南京粉细砂的重塑样为研究对象, 分别对密实 (试样 1) 和中密 (试样 2) 的试样进行了动三轴试验, 试样采用 $K_c = 1.5$ 的偏压固结, 围压分别采用 100 kPa 和 50 kPa, 两个试样的密度都为 $1.80 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 加载方式采用单向压缩循环应力, 循环频率为 0.5 Hz, 试验机采用南京工业大学从英国引进的 WFI 多功能动三轴仪。试样 1 的应力-应变滞回曲线和模型预测结果如图 3~4, 从偏平面内屈服面半径 R 和破坏面半径 $R_{\max}$ 的比值看, 试样 1 一直处于循环稳定状态。试样 2 的应力-应变滞回曲线和模型预测结果如图 5~6, 可以看出在前 3 周循环荷载作用下, 试样 2 处于循环稳定, 但在接着的循环荷载作用下, 试样 2 发生了循环失稳现象, 这种失稳表现在预测中就是应力随循环荷载周数的增加, 应力水平段越来越长。

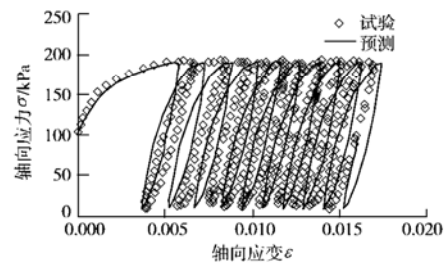


图 3 试样 1 应力应变滞回曲线

Fig. 3 Stress-strain relation of test sample No. 1

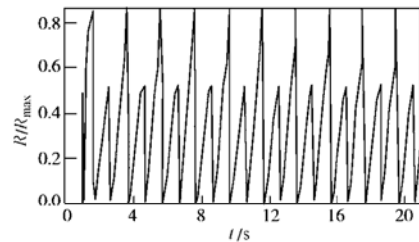


图 4 试样 1 的屈服面半径与对应破坏面半径比

Fig. 4 The radius ratio of yield and failure surfaces for test sample No. 1

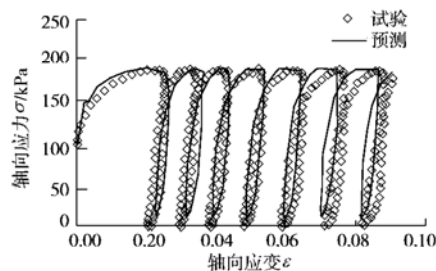


图 5 试样 2 应力应变滞回曲线

Fig. 5 Stress-strain relation of test sample No. 2

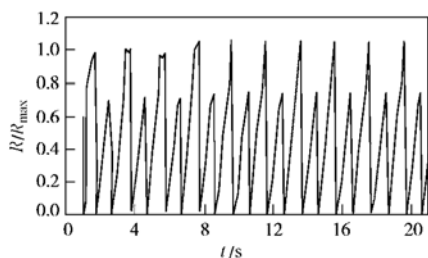


图 6 试样 2 的屈服面半径与对应破坏面半径比

Fig. 6 The radius ratio of yield and failure surfaces for test sample No. 2

3 模型在 ABAQUS 软件上算法的实现

- (1) 通过对系统的模态分析, 求解体系基频 ω_1 , 用公式 (21) 计算 α_1 。
- (2) 输入模型参数 K_θ 、计算 α 时所需的土体内摩擦角 φ 、计算最大剪切模量所需的剪切波速 V_s 或动三轴试验参数 k_p 和 n_1 、土体密度 ρ 、泊松比 ν 、阻尼系数 α_1 。
- (3) 确定初始应力状态 σ_0 。
- (4) 由应变增量预测应力增量: 首先根据公式 (15) 预测应力增量 $d\tilde{\sigma}_{ij}^{pre}$, 求得偏应力增量 ds^{pre} 。
- (5) 荷载方向更新: 若 $dS_{ij}n_{ij} < 0$, 记忆当前反向面 f_r 、应力反向点、与应力反向面内切的初始加载屈服面 f , 令 $r = 0$, 求出 α_θ , 计算 dk_θ 、 $d\alpha_{ij}$, 计算 θ_{ij} 。若 $dS_{ij}^{pre} \cdot n_{ij} \geq 0$, 需要判断当前屈服面是否超过最新反向面 f_r , 若 $f_r > 0$, 则记忆与最新反向面内切的初始加载屈服面, 当屈服面变为应力反向点所在的初始加载屈服面 f' ; 当应力点超过屈服面 f' , 即 $f' > 0$, 屈服面 f 将沿初始应力路径发生等向硬化。

- (6) 根据公式 (15) 计算 $d\tilde{\sigma}_{ij}$ 。
- (7) 根据公式 (22) 计算 σ'_{ij} 。
- (8) 根据公式 (23) 计算某时间步结束时的总应力 σ_{ij} , 计算 dk_θ 、 $d\alpha_{ij}$ 。
- (9) 判断 F , 若 $F < 0$, 返回 (3) 直到加载完毕。

4 算例分析

根据南京地区土层的分布情况, 取一个具有代表性的软弱场地, 采用本文的记忆型嵌套面模型和等效线性模型分别对该场地的地震反应进行了二维有限元分析。各层土的物理力学参数见表 1, 根据《岩土工程勘察规范》中对软弱地基的定义, 该场地属于典型的软弱地基, 该场地的自振基本频率为 6.827 Hz。

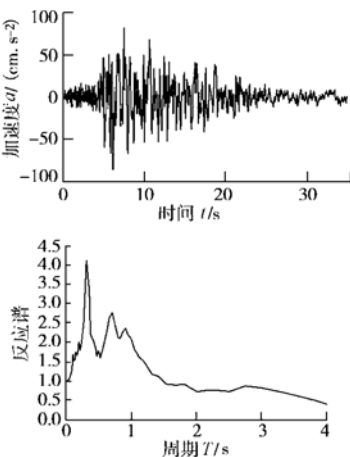


图 7 Loma Prieta 地震加速度时程曲线和反应谱

Fig. 7 Acceleration and its response spectrum recorded in Loma Prieta earthquake

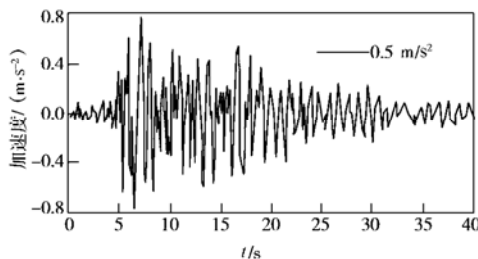


图 8 输入 PGA 为 0.5 m/s² 时地表加速度时程

Fig. 8 Acceleration of ground surface for PGA = 0.5 m/s²

表 1 典型的南京软弱场地条件

Table 1 Site condition of a representative soft site in Nanjing

土层编号	土样描述	层底埋深/m	$\gamma/(kN \cdot m^{-3})$	平均 $v_s/(m \cdot s^{-1})$
1	素填土 (流塑)	1.80	17.8	122.0
2	淤泥质粉质粘土 (流塑)	6.50	17.4	107.6
3	粉土与粉砂互层 (稍密 - 松散)	9.10	19.0	128.6
4	粉质粘土 (夹粉砂、稍密)	14.00	18.8	168.4
5	粉质粘土 (夹粉砂、稍密)	19.10	20.5	170.3
6	粉细砂 (局部夹粉土、稍 - 中密)	34.50	18.9	204.4
7	粉细砂 (局部夹粉土、中密)	44.80	17.8	239.1
8	粉细砂 (局部夹粉土、中 - 密实)	46.00	20.00	204.4
9	粉细砂夹砾砂 (中 - 密实)	50.00	21.2	266.1
10	粉细砂夹砾砂 (密实)	60.0	19.3	491.6

采用 Loma Prieta 地震中记录的加速度时程及其动力反应 β 谱如图 7。把水平向加速度峰值 (PGA) 调整为 0.5, 1.0 和 1.5 m/s^2 , 采用本文模型计算各个基岩输入加速度峰值水平下软弱自由场的地表加速度反应时程如图 8~10, 地表位移反应时程如图 11, 第五层土中某单元的剪应力 - 剪应变滞回曲线如图 12~14, 两种模型计算地表加速度时程的动力反应 β 谱对比如图 15~17。

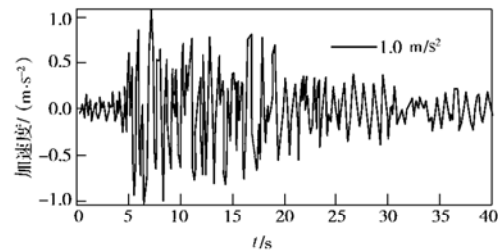


图 9 输入 PGA 为 1.0 m/s^2 时地表加速度时程
Fig. 9 Acceleration of ground surface for PGA=1.0 m/s^2

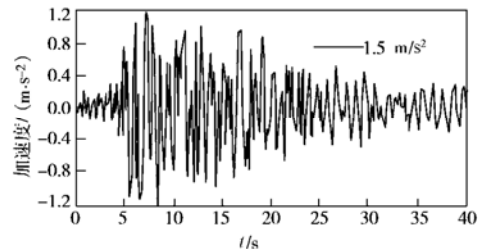


图 10 输入 PGA 为 1.5 m/s^2 时地表加速度时程
Fig. 10 Acceleration of ground surface for PGA=1.5 m/s^2

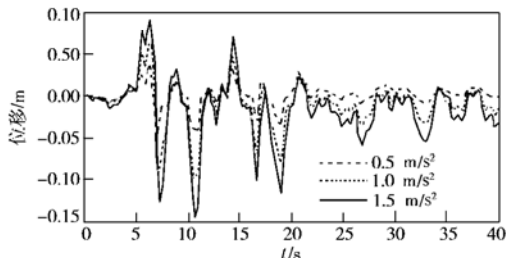


图 11 地表位移反应时程
Fig. 11 Displacement of ground surface

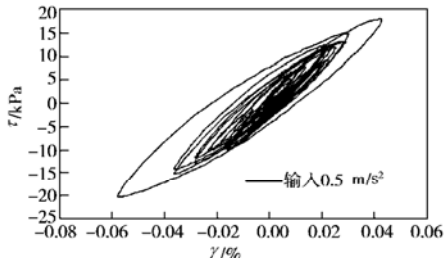


图 12 输入 PGA 为 0.5 m/s^2 时土体应力应变滞回圈
Fig. 12 Stress-strain relation of soil for PGA = 0.5 m/s^2

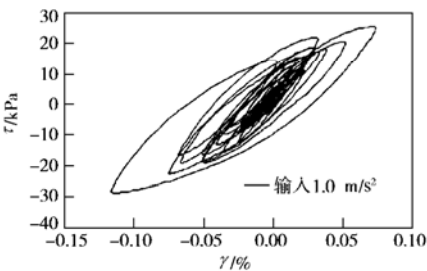


图 13 输入 PGA 为 1.0 m/s^2 时土体应力应变滞回圈
Fig. 13 Stress-strain relation of soil for PGA = 1.0 m/s^2

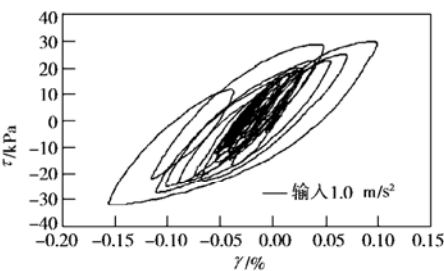


图 14 输入 PGA 为 1.5 m/s^2 时土体应力应变滞回圈
Fig. 14 Stress-strain relation of soil for PGA = 1.5 m/s^2

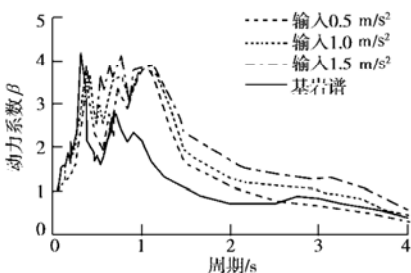


图 15 地表加速度反应谱
Fig. 15 Acceleration response spectrum of ground surface

采用本文模型计算的地表加速度峰值比等效线性化模型计算的结果小 10%~15% 左右, 这一结果与金星、栾茂田等人^[9-10]对水平成层场地的非线性地震反应分析所得的结果相近。由以上计算结果表明: 利用

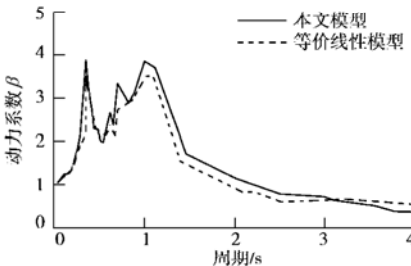


图 16 输入 PGA 为 0.5 m/s^2 时地表加速度反应谱
Fig. 16 Acceleration response spectrum of ground surface for PGA = 0.5 m/s^2

表 2 两种模型计算地表加速度与基岩输入加速度峰值比较

Table 2 The peak acceleration of ground surface calculated by two different models		0.5	1.0	1.5
基岩输入加速度峰值/($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)				
等效线性模型	地表峰值加速度	0.908	1.115	1.319
	地表放大系数	1.816	1.115	0.879
本文模型	地表峰值加速度	0.775	1.055	1.230
	地表放大系数	1.55	1.055	0.82

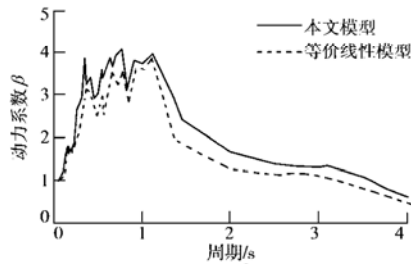


图 17 输入 PGA 为 1.5 m/s^2 时地表加速度反应谱

Fig. 17 Acceleration response spectrum of ground surface for $\text{PGA} = 1.5 \text{ m/s}^2$

本文建立的土体粘塑性记忆型嵌套面本构模型对南京某典型软弱自由场的非线性地震反应分析, 结论如下:

(1) 随基岩输入加速度峰值的增大, 地表加速度反应峰值与基岩输入加速度峰值之比逐渐减小 (见表 2)。

(2) 由 15 可见, 随输入加速度峰值的增大, 土层对地震波的高频成分向削弱的趋势发展, 土层的基频向长周期偏移。

(3) 随着输入地震动的增大, 土层的滞回曲线愈加丰满, 说明其损耗的能量也逐渐增加。

(4) 从图 16, 17 所示地表处加速度反应谱来看, 本文模型计算的地表加速度反应谱峰值明显比等价非线性的要高, 所得的反应谱频带也比等价非线性的宽。

上述结论与强震观测现象及许多学者研究得出的结论相符^[9-12], 这表明本文在 ABAQUS 软件上开发的土体非线性本构模型在分析水平成层场地的地震反应及其土-结构动力相互作用等研究上是可用的。

5 结 语

本文基于广义塑性力学和岩土体在循环荷载作用下的应力-应变关系的特点, 采用等向硬化和随动硬化相结合的混合硬化模量场理论, 建立了一个总应力增量形式的土体粘塑性动力本构模型。该模型通过记忆任一时刻的加载反向面、破坏面和与加载反向面内切的初始加载面确定屈服面变化规则, 基于大型商用有限元软件 ABAQUS 的二次开发平台, 实现了该模型的算法。通过对重塑土样动三轴试验所得的应力-应变关系曲线与本文模型的预测结果对比研究, 初步验证了该模型的可行性。最后对南京某典型软弱地基的地震反应进行了分析, 分析结果符合软弱地基非线性地震反应的一般规律。因此, 该模型为软弱地基的非线性地震反应和土-结构非线性动力相互作用的分析提供了一个较为实用的土体动力本构模型。

参考文献:

[1] 徐干成, 谢定义, 郑颖人. 饱和砂土循环动应力应变特性的弹塑性模拟研究[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(2): 1-12. (XU Gan-cheng, XIE Ding-yi, ZHEN Ying-ren. Elastoplastic modeling for cyclic stress strain behaviour of saturated sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995,

17(2): 1-12.)

- [2] CARTER J P, BOOKER J R, WROTHU C P. A critical state soil model for cyclic loading[C]// PANDE G N, ZIENKIEWICZ O C, eds. Soil Mechanics Transient and Cyclic Loading. London: John Wiley and Son, 1982:35-62.
- [3] PRECVOST J H. Mathematical modeling of monotonic and cyclic undrained clay behavior[J]. International J for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 1997(1): 195-216.
- [4] MATSUOKA H. Stress strain relationship of sand based on the mobilized plane[J]. Soils and Foundations, 1974: 14(2):1.
- [5] DAFALIAS Y F, HERRMANN L R. A boundary surface soil plasticity model [C]// Pnde G N, Zienkiewicz O C, eds. Proc Int Symp Soils under Cyclic Trans Load. Rotterdam: Balkema Publ, 1980: 335-356.
- [6] MROZ Z, ZIENKIEWICZ O C. Uniform formulation of constitutive equation for clay and sands[C]// DESAI C S, GALLAGHER R H, eds. Mechanics of Engineering Materials. London: John Wiley and Son, 1984:78-95.
- [7] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学理论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002: 60-61. (ZHEN Ying-ren, SHEN Zhu-jiang, GONG Xiao-nan. The principles of geotechnical plastic mechanics[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002: 60-61.)
- [8] 王建华, 要明伦. 软粘土不排水循环特性的弹塑性模拟[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(3):11-18. (WANG Jian-hua, YAO Ming-lun. Elastoplastic simulation of the cyclic undrained behaviour of soft clays[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(3):11-18.)
- [9] 金星, 孔戈, 丁海平. 水平成层场地地震反应非线性分析[J]. 地震工程与工程振动, 2004, 24(3): 38-43. (JIN Xin, KONG Ge, DING Hai-ping. Nonlinear seismic response analysis of horizontal layered site[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2004, 24(3):38-43.)
- [10] 栾茂田, 林皋. 场地地震反应非线性分析的有效时域算法[J]. 大连理工大学学报, 1994, 34(2): 228-234. (LUAN Mao-tian, LIN Gao. An Effective time-domain computational method for nonlinear seismic response analysis of soil deposit[J]. Journal of Dalian University of Technology, 1994, 34(2): 228-234.)
- [11] HUEY CHU Huang, CHIE Song Shieh, HUNG Chie Chiu. Linear and nonlinear behaviors of soft soil layers using lotung down hole array in Taiwan[J]. TAO, 2001, 12(3):503-524.
- [12] 庄海洋, 陈国兴, 梁艳仙, 等. 土体动非线性粘弹性模型及其在 ABAQUS 软件上的实现[J]. 岩土力学, 待刊. (ZHUANG Hai-yang, CHEN Guo-xing, LIANG Yan-xian, et al. A developed dynamic elastoplastic constitutive relations of soil and implemented by ABAQUS software[J]. Rock and Soil Mechanics, recept.)