

稳定性系数为隐式函数的边坡可靠度近似计算方法

苏永华, 赵明华, 李青海, 刘晓明

(湖南大学土木学院, 湖南 长沙 410082)

摘要: 分析发现在大多数情况下, 边坡滑动模式的稳定性系数计算是一个隐函数。导致了在其相应的可靠度研究中建立显式的极限状态方程是不可能的。为了解决这一问题, 以边坡稳定性分析的郎畏勒计算模式为例, 研究了一种改进的响应面方法。在该方法中, 采用郎畏勒分析模式的稳定性系数隐式计算方法取代经典响应面方法的有限元数值模拟计算; 为了消除经典方法可靠度指标求解过程中方程线性化带来的误差, 研究了采用梯度最速下降法最优化方法求解验算点的过程和步骤。然后给出了改进后的响应面方法近似显式函数拟合和可靠度指标的工作流程, 最后采用改进的方法分析一个工程实例。改进的响应面计算过程比经典方法简单适用, 工作量较小, 具有理论意义和工程应用前景。

关键词: 稳定性系数隐式函数; 响应面方法; 边坡可靠度; 最速下降法

中图分类号: TU413.6

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2006)10-1198-06

作者简介: 苏永华(1966-), 男, 湖南涟源人, 博士, 副教授, 从事边坡工程、地下结构工程可靠性领域的科研和教学工作。

Approximative method to calculate reliability of slope with stability coefficient to be implicit expression

SU Yong-hua, ZHAO Ming-hua, LI Qing-hai, LIU Xiao-ming

(Civil Engineering School of Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Under most condition, in calculation of stability coefficient of slope with various sliding model, an implicit expression was used. Then it was impossible to establish corresponding limit state equation while reliability of slope was studied. To solve is problem, an improved response surface method was researched. A slope stability analysis model of random sliding surface was used as an example of the improved response surface method. In the improved response surface method, calculation method of implicit stability coefficient of random sliding surface model replaced the finite element method of classical response surface model. To eliminate errors aroused by linearization of approximative response surface method function during calculation of reliability in classical response surface method, solution of checking point and reliability index by optimization principle of grades decline method was deducted. Calculation procedure of reliability index as well as fitting of approximative response surface function of improved response surface method was given. A practical example was analyzed by the IRSM at last. Calculation process of the IRSM was much more simple and its efficiency was much higher than classical RSM.

Key words: implicit expression of stability coefficient; response surface method; slope stability reliability degree; grades decline

0 引言

在结构可靠性分析中, 如果结构非常复杂, 其稳定性系数或者评价指标与结构本身的基本参数之间的关系可能出现如下3种情况。第一种情况是该指标与结构本身基本参数具有显式的解析函数关系, 如边坡稳定性分析的瑞典圆弧法; 第二种是指标与基本参数之间具有解析函数关系, 但这种解析关系是隐含的, 如 Bishop 法, Morgenstern 法, Spencer 法, Janbu 法, Sarma 法; 第三种情况是指标与基本参数之间的关系

高度非线性, 或者根本就不存在明确的解析关系, 如某一边坡工程中, 要求控制坡脚的位移不超过一个特定的值[S], 而坡脚的位移与边坡的物理力学参数之间的解析关系是无法确定的。对于第一种情况, 在可靠性分析中, 其极限状态方程很容易地建立起来, 随后的分析直接采用解析方法进行即可。第三种情况在目

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50378036)

收稿日期: 2005-08-08

前可以采用随机有限元, 采用随机有限元方法通常不需要建立统一的极限状态方程, 也可采用以定值有限元为模拟手段的响应面方法, 通过响应面方法求验算点和可靠度指标。而对于稳定系数为隐式函数的情况, 在进行可靠度计算时, 通常采用随机抽样的计算方法。这种方法具有较高的计算精度, 但计算效率太低, 在工程实际分析中是无法采用的。因此, 本文将以边坡分析中的郎畏勒模式为例, 对经典的响应面方法进行改造, 将响应面与隐式稳定性系数的计算结合起来, 研究一种稳定性系数为隐式函数的结构可靠度分析的近似方法。

1 边坡稳定系数的郎畏勒计算模式

对于任意形状的滑动面, 如图 1 所示, 在这个滑动面上各点的曲率半径不同, 郎畏勒根据毕肖普方法的原理推导出了适用于任意形状滑动面的稳定性系数计算公式。

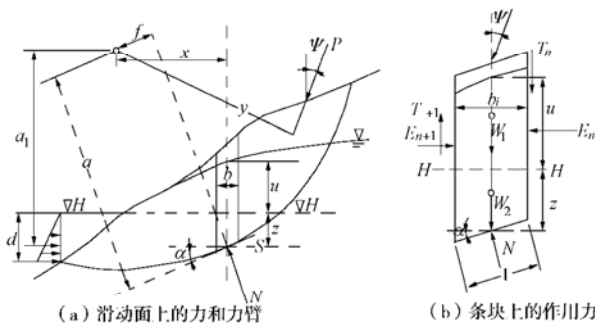


图 1 郎畏勒方法计算简图

Fig.1 Calculation of sliding surface

假定一个任意指定的极点 O , 滑动面上各作用力绕点 O 的抵抗力矩应当等于滑动块重量和外力引起的滑动力矩, 即

$$\sum (Wx + Py) = \sum Sa + \sum Nf + \frac{1}{2} d^2 a_1 \quad (1)$$

$$\text{其中} \quad S = \frac{1}{F_s} [c'l + (N - ul) \tan \varphi'] \quad (2)$$

式中 F_s 为稳定性系数; c', φ' 分别为岩土粘聚力和内摩擦角; W 为条块中土和水的全部重量。

将式 (2) 代入式 (1) 得

$$\sum (Wx + Py) = \frac{1}{F_s} \sum [c'l + (P - ul) \tan \varphi'] a + \sum Nf + \frac{1}{2} d^2 a_1 \quad (3)$$

解得

$$F_s = \frac{\sum [c'l + (P - ul) \tan \varphi'] a}{\sum (Wx + Py) - \sum Nf - \frac{1}{2} d^2 a_1} \quad (4)$$

如果水位 $H-H$ 以下的条块取浮重 W_1 , 水位以上取土

水全重 W_1 , 如使 $W = W_1 + W_1$, 则式 (4) 变为

$$F_s = \frac{\sum [c'l + N' \tan \varphi'] a}{\sum [(W_1 + W_2)x + Py - (N' + ul)f]} \quad (5)$$

按条块上各作用力的垂直分力的平衡条件, 可有

$$P \cos \psi + W_1 + W_2 + (T_n - T_{n+1}) + \gamma_w bz = \gamma_w lz \cos \alpha + (N' + ul) \cos \alpha + \frac{1}{F_s} [c'l + N' \tan \varphi'] \sin \alpha \quad (6)$$

式中 γ_w 为水的容重。

从式 (6) 得到条块底面上的有效法向力

$$N' = \frac{P \cos \psi + W_1 + W_2 + (T_n - T_{n+1}) - ub - \frac{c'}{F_s} b \tan \alpha}{m_\alpha} \quad (7)$$

$$\text{式中} \quad m_\alpha = \cos \alpha + \frac{\tan \varphi' \sin \alpha}{F_s}$$

将式 (7) 代入式 (5) 可得

$$F_s = \left\{ \sum [c'b + (P \cos \psi + W_1 + W_2 + T_n - T_{n+1} - ub) \tan \varphi'] \frac{a}{m_\alpha} \right\} / \left\{ \sum [Py + (W_1 + W_2)x] - \sum [P \cos \psi + W_1 + W_2 + T_n - T_{n+1} + (ub \tan \varphi' - c'b) \frac{\tan \alpha}{F_s}] \times \frac{f}{m_\alpha} \right\} \quad (8)$$

如果是圆弧滑动面的话, 就变成了毕肖普法。

此外还有下列条件必须满足:

$$\begin{cases} \sum (T_n - T_{n+1}) = 0 \\ \sum (E_n - E_{n+1}) = -\gamma_w \times \frac{d^2}{2} \end{cases} \quad (9)$$

根据条块上各力的沿 S 方向上的平衡条件, 可得

$$S = (P \sin \psi + E_n - E_{n+1}) \cos \alpha + (P \cos \psi + W_1 + W_2 + T_n - T_{n+1} + bz \gamma_w) \sin \alpha$$

化为

$$E_n - E_{n+1} = S \sec \alpha + P [\sin(\alpha + \psi) / \cos \alpha] - (W_1 + W_2 + T_n - T_{n+1}) \tan \alpha - bz \gamma_w \tan \alpha \quad (10)$$

引进式 (2)、(3)、(8) 的关系, 可得

$$S = \frac{1}{F_s} [c'b + (P \cos \psi + W_1 + W_2 + T_n - T_{n+1} - ub) \cdot$$

$$\tan \varphi'] \frac{1}{m_\alpha} = \frac{[m]}{F_s} \quad (11)$$

式中

$$[m] = [c'b + (P \cos \psi + W_1 + W_2 + T_n - T_{n+1} - ub) \tan \varphi'] \frac{1}{m_\alpha}$$

式 (10) 可化为

$$\begin{aligned} \sum (E_n - E_{n+1} + bz \gamma_w \tan \alpha) = \\ \sum \left[\frac{[m]}{F_s} \sec \alpha - P \frac{\sin(\alpha + \psi)}{\cos \alpha} - (W_1 + W_2 + T_n - T_{n+1}) \tan \alpha \right] \end{aligned} \quad (12)$$

因为 $\sum bz\gamma_w \tan \alpha = \gamma_w d^2/2$, 根据式(9)第2式的关系有 $\sum (E_n - E_{n+1}) + bz\gamma_w \tan \alpha = 0$, 故从式(12)可得

$$\sum \left[\frac{[m]}{F_s} \sec \alpha - P \frac{\sin(\alpha + \psi)}{\cos \alpha} - (W_1 + W_2 + T_n - T_{n+1}) \tan \alpha \right] = 0 \quad (13)$$

如同毕肖普方法一样。实践表明, 如令 $T_n - T_{n+1} = 0$ 及 $E_n - E_{n+1} = 0$, 计算误差不大, 而计算方法大为简化。此时从式(8)得

$$F_s = \frac{Q_3}{Q_2 - Q_1} \quad (14)$$

式中

$$Q_1 = \sum [P \cos \psi + W_1 + W_2 + (ub \tan \phi' - c'b) \frac{\tan \alpha}{F_s} \frac{f}{m_\alpha}] \frac{f}{m_\alpha},$$

$$Q_2 = \sum [Py + (W_1 + W_2)x],$$

$$Q_3 = \sum [c'b + (P \cos \psi + W_1 + W_2 - ub) \tan \phi'] \frac{a}{m_\alpha}.$$

2 基于郎畏勒模式的响应面改进

从式(14)可以看出, 稳定性系数是隐式函数。

在目前的研究中, 对这种状况进行可靠度分析, 通常通过蒙特卡洛法采用随机抽样, 每抽一组样就代入

(14)进行迭代, 进行纯粹的随机模拟分析; 另外的办法是抛弃解析模式, 进行随机有限元分析。纯粹的随机模拟计算效率低, 抛弃已有的分析模式更不可取。所以本文将已有的解析模式与经典的响应面方法结合起来, 形成一种边坡可靠度分析的新近似方法。

2.1 经典响应面方法

结构可靠度分析的经典响应面方法(Response surface method)主要针对于引言中第三种情况而提出的。由有限元数值模拟、近似响应面函数选取及可靠度指标计算三部分组成。响应面方法的最终目的是求得标准正态空间的一个点, 也就是验算点, 即极限状态方程在标准正态空间的图形离原点的距离最小的点。所以响应面函数的功能并不是完全用来代替极限状态方程, 而是通过响应面函数的适当变换, 使其图形在标准正态空间中离原点的距离最小的点通过或最大限度地接近真实极限状态方程图形的验算点。为了实现上述目标, 需要不断地进行迭代循环计算, 在循环计算中对预先选取的表达式系数进行变换。响应面函数有人工智能形式和解析表达式两种基本形式。本文采用的是解析表达式形式, 能用做响应面函数的解析表达式很多。

响应面函数的表达式对计算精度和计算效率是有影响的。根据大量的研究^[1-7]认为, 为了兼顾效率与精

度, 其中二次多项式是比较合适的, 如果次数太高, 不但计算复杂, 而计算精度不一定提高。文献[1], [3]对比了二次多项式中带交叉项的和不带交叉项的多项式, 发现两者的精度有一些差异, 但不大。所以在一般情况下, 响应面函数采用不带交叉项的二次多项式, 即具有灵活性, 又满足计算精度要求。

对于 n 个随机变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的情况, 不含交叉项的二次多项式响应面函数形式为

$$\bar{Z} = \bar{g}(X) = a + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n d_i x_i^2 \quad (15)$$

式中 a, b_i, d_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 为待定系数, 总计 $2n+1$ 个待定系数。

应用 RSM 方法重构一个解析表达式来近似其极限状态曲面。重构方法可以按下述步骤进行:

(1) 假定迭代点 $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, \dots, x_i^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$, 初次计算一般取平均值点。

(2) 利用有限元数值试验得出功能函数: $Z^{(0)} = g(x_1^{(0)}, \dots, x_i^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ 以及 $Z^{(1)} = g(x_1^{(0)}, \dots, x_i^{(0)} \pm f\sigma_i, \dots, x_n^{(0)})$ 得到 $2n+1$ 个点值, 其中系数 f 在首轮估计中取 2 或 3, 在以后的迭代计算中取 1, σ_i 为 x_i 的均方差。

(3) 由于表达式(15)只有 $2n+1$ 个待定系数, 利用(2)求得的 $2n+1$ 函数值解出待定系数 a, b_i, d_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 得到二次多项式近似的功能函数, 从而确定结构的极限状态方程。

(4) 利用 JC 法(国际结构安全委员会推荐可靠度的计算方法, 见后面的介绍)求解 $x^{*(k)}$ 和可靠度指标 $\beta^{(k)}$, 其中上标 K 表示第 K 步迭代。

(5) 判断收敛条件

$$|\beta^{(k)} - \beta^{(k+1)}| < \varepsilon \quad (16)$$

是否满足(ε 为预先设定的误差限), 如果不满足, 则用插值法得到新的展开点

$$x_M^{(k)} = x^{(k)} + (x^{*(k)} - x^{(k)}) * \frac{g(x^{(k)})}{g(x^{(k)}) - g(x^{*(k)})} \quad (17)$$

此插值可使 $X_M^{(k)}$ 较接近极限状态曲面, 然后返回(2)进行下一步迭代, 直至收敛条件满足。在响应面中, 与标准正态空间可靠度指标的收敛为求解标准。

2.2 响应面的改进

在式(14)中, F_s 不是显式函数, 在确定性分析中 F_s 表示安全系数, 其确定程序通常是将基本参数的平均值和 F_s 取 1 代入式(14), 得出左边的 F_s , 然后进行迭代, 直到前后两次迭代得到的 F_s 的差值在事先设定的误差范围内。

为了建立隐式函数的近似极限状态方程, 对于 F_s

的真实表达式为 (14), 其近似的作为可靠度分析的显式方程设为不带交叉项的二次多项式

$$F_s \approx \bar{Z} = \bar{g}(X) = a + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n d_i x_i^2 \quad . \quad (18)$$

在上式中, 关键的问题是确定式中的待定系数。在经典的响应面方法中, 通过有限元数值模拟方法进行。利用有限元模拟完全抛弃了现有的已被实践证明有效的稳定性分析模式, 存在如下几方面的制约:

①需要有限元数值模拟的熟练手段; ②需要商业化的有限元程序; ③受到很多因素的影响, 如边界条件、初始应力条件、本构模型的影响; ④与经验有很大的关系, 不同的人员通过有限元模拟可能得出不同的分析结果; ⑤分析和计算效率低, 有限元计算后, 可能得出大量的信息, 在建立响应面时, 仅仅利用了其中非常非常微小的一部分; ⑥在可靠度指标的计算中, 采用的 JC 法, 该法需要将极限状态方程线性化, 每一次线性化可能产生误差, 最终肯能导致较大的累计误差。

为了克服上述缺陷, 本文将经典响应面进行改造, 形成被改进的响应面法 (Improved response surface method) 从上一节“2.1 经典响应面方法”中响应面的分析过程主要有 5 个环节 3 个内容。首先是定向抽样规则: 第一轮的第一次抽取的点为均值点, 然后各点在均值点的正负 3 倍方差处。以后各轮第一次的抽样点按照式 (17) 计算得出, 称为展开点, 其他各点在离展开点的正负 1 倍方差处, 定向抽样规则保持不变。第二个内容是模拟方法: 按照定向抽样规则得出参数的样本点, 然后输入有限元程序进行数值模拟分析。在本课题的研究中, 对稳定性系数的模拟计算利用郎畏勒模式, 即式 (14), 而不再采用有限元模拟。最后是可靠度指标的计算: 响应面方法通过循环迭代, 使其在正态空间中距原点距离最小的点靠近真实的验算点。验算点和可靠度指标的计算在经典的响应面中通过 JC 法实现, 为了减少线性化带来的误差, 在本文中对可靠度指标的计算采用梯度最速下降法, 以提高计算速度和精度。

2.3 验算点的最速梯度下降解法

设随机变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为 n 个相互独立的正态分布的随机变量, 其对应的结构极限状态方程为

$$\bar{g}(x) = 0 \quad , \quad (19)$$

该式在空间中是以 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为坐标轴所组成的的一个超曲面^[6], 将正态随机变量 $\{X\}$ 转换为标准正态随机变量 $\{Y\}$, 则有

$$\{Y\} = [T]\{x\} + \{B\} \quad . \quad (20)$$

式中 $[T], [B]$ 矩阵表达式分别为

$$[T] = \begin{bmatrix} 1/\sigma_{x1} & & & 0 \\ & 1/\sigma_{x2} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1/\sigma_{xn} \end{bmatrix} \quad , \quad (21)$$

$$\{B\} = \begin{Bmatrix} -\mu_{x1}/\sigma_{x1} \\ -\mu_{x2}/\sigma_{x2} \\ \vdots \\ -\mu_{xn}/\sigma_{xn} \end{Bmatrix} \quad , \quad (22)$$

式中 μ_{xi} 为随机变量 x_i 的均值; σ_{xi} 为随机变量 x_i 的标准差。

由于函数沿 $-\nabla \bar{g}(y)$ 下降最快, 所以取它作为每次迭代的搜索方向, 即 $s^{(l)} = -\nabla \bar{g}(y^{(l)})$ 。因此 X^* 的最速下降求解的基本方法和步骤如下:

(1) 任给一个初始点 $x^{(0)}$, 标准化为 $y^{(0)}$, 同时 $\bar{g}(x) = 0$ 变换为 $\bar{g}(y) = 0$ 。

(2) 计算搜索方向

$$s^{(l)} = -\nabla \bar{g}(y^{(l)}) \quad , \quad (l = 0, 1, 2, \dots, n) \quad . \quad (23)$$

(3) 用精确一维搜索法搜索迭代步长 λ

$$\text{令} \quad \phi(\lambda) = \bar{g}(x^{(l)} - \lambda \nabla \bar{g}(x^{(l)})) \quad (24)$$

的极小点 λ_l , 即

$$\frac{\partial \phi(\lambda)}{\partial \lambda} = 0 \quad . \quad (25)$$

(4) 沿最速下降方向移动到下一点

$$y^{(l+1)} = y^{(l)} + \lambda_l s^{(l)} \quad , \quad (\lambda_l \geq 0) \quad . \quad (26)$$

(5) 求新的迭代点

$$x^{(l+1)} = \{ \{Y^{(l+1)}\} - \{B\} \} [T]^{-1} \quad . \quad (27)$$

(6) 计算可靠指标 β

$$\beta = \sqrt{Y^{(l+1)} (Y^{(l+1)})^T} \quad . \quad (28)$$

(7) 如果 $\bar{g}(x^{(l+1)}) \leq \varepsilon$, 则表示迭代已在失效边界上, 停止迭代。 $x^{(l+1)}$ 即为本次迭代所求的验算点 x^* 。 (ε 为精度要求, 预先设定), 则输出 β 结束。否则返回②继续则在 $\bar{g}(y)$ 的最速下降方向寻找迭代点继续迭代。

改进的响应面方法与经典的响应面方法的在 3 个主要方面的异同如下表 1。采用改进的响应面方法, F_s 响应面函数的拟合及可靠度指标的计算过程见图 2。

表 1 异同点的比较

Table 1 Comparison between classical RSM and IRSM

方法类别	试验依据或方法	可靠度指标求解	抽样方法
经典响应面	有限元数值模拟实验, 计算工作量大而复杂, 效率低。	JC (验算点或二次阶矩) 法, 需要线性化, 产生计算误差。	定向抽样规则
改进响应面	成熟的边坡分析模式, 计算工作量小, 计算过程简单。	最速梯度下降优化求解法, 不需要线性化。	定向抽样规则

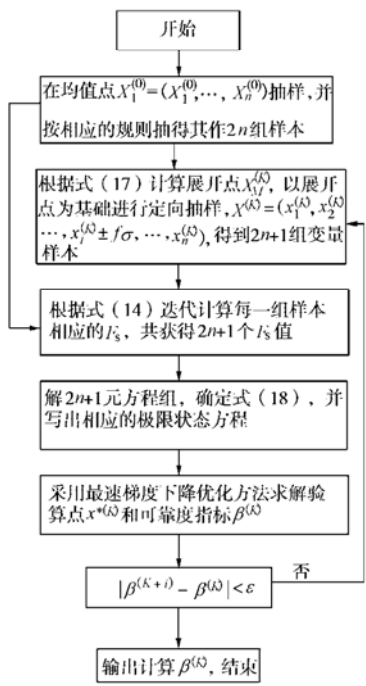


图2 改进响应面方法的计算流程
Fig. 2 Calculation of IRSM

3 工程分析示例

3.1 工程概况及分析过程

某露天矿上盘总体边坡最高坡高为 145 m, 总体边坡坡角为 43°。构成边坡体的主要岩石为石灰岩和砂卡岩,岩层层理倾角为 48°~57°, 在离地表约 110 m 深处,岩层层理倒转。根据地质勘探揭露的情况,最有可能的滑动面由三段折线构成。第一段从地表到 70 m 坡高段内可能沿着倾角约为 52° 的石灰岩层理滑动;第二段从 70 m 至 110 m 高度段沿着在砂卡岩中的一段倾角约为 43° 的斜交层理滑动;第三段从 110 m 到坡脚在砂卡岩中假设沿近似平面滑动。根据室内外实验结果统计分析知,不同滑动段岩体物理力学等参数(c, φ, γ),均服从正态分布,其统计特性指标如表 2。在研究中以基于郎畏勒模式的改进的响应面方法计算该边坡的稳定可靠性。整个验算剖面划分为 64 个条块。滑面的 3 个分段的岩体物理力学参数 c_1, c_2, c_3 ,

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 分别表示随机向量的形式:
 $X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8)$ 。根据定向抽样规则,第一轮首次抽样点为随机变量的均值点: $X^{(0)} = (X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, X_3^{(0)}, X_4^{(0)}, X_5^{(0)}, X_6^{(0)}, X_7^{(0)}, X_8^{(0)}) = (c_1^{(0)}, c_2^{(0)}, c_3^{(0)}, \varphi_1^{(0)}, \varphi_2^{(0)}, \varphi_3^{(0)}, \gamma_1^{(0)}, \gamma_2^{(0)}) = (0.305, 0.351, 0.268, 35.6, 32.5, 27.8, 30.8, 28.8)$,按照式(14),循环迭代计算稳定性系数,作为边坡的一次试验的实现。在本次迭代中首先第一次任意取的迭代稳定性系数 F_{s0}^0 在 1.500 开始,在郎畏勒模式中通过三次迭代,最后 F_{s0}^0 稳定在 1.416 附近。然后以 $X^{(0)}$ 作为展开原点,按照 $X^{(i)} = (x_1^{(0)}, \dots, x_i^{(0)} \pm f\sigma_i, \dots, x_n^{(0)})$ 选取稳定性系数计算的 16 个点,作为边坡稳定性试验的 16 次实现,一共得出 17 个稳定性系数,代入式(18)得到 17 元一次方程组,通过解方程组确定近似方程中的待定系数,从而确定了极限状态近似方程

$$\bar{g}(X) = a + \sum_{i=1}^8 b'_i x_i + \sum_{i=1}^8 d'_i x_i^2 = 0 \quad (29)$$

通过式(29)按照梯度最速下降法可靠度指标 $\beta^{(0)} = 3.417$, 验算点 $X^{*(0)} = (0.357, 0.268, 0.326, 30.954, 32.89, 31.76, 33.42, 29.41)$ 。

在本次分析中,进行了 17 次稳定性系数的迭代计算。以 $X^{*(0)}$ 和 $X^{(0)}$ 按照式(17)求新的展开原点,按照上述过程开始下一轮的可靠度指标 β 计算。设可靠度指标的误差控制 $\varepsilon = 0.15$ 。在收敛时共进行了 9 轮迭代可靠度指标的计算,各次计算迭代计算得到的可靠度指标分别为
 $\beta^{(1)} = 2.923, \beta^{(2)} = 2.732, \beta^{(3)} = 2.567, \beta^{(4)} = 2.335, \beta^{(5)} = 2.105, \beta^{(6)} = 1.913, \beta^{(7)} = 1.715, \beta^{(8)} = 1.707, |\beta^{(8)} - \beta^{(7)}| = 0.12 < 0.15 = \varepsilon$ 。

所以该边坡的稳定可靠性指标大约为 1.707 左右。其破坏概率为 $P_f = 4.363\%$ 。

3.2 解的误差分析

Monte-Carlo 模拟法是中纯粹的随机抽样方法,也是可靠度理论最经典的方法。其优点是结果准确,缺点是需要数十万次的计算。在工程实际中很少采用,常作为检验新方法计算结果的标准。

表 2 边坡滑动面岩性参数统计特性
Table 2 Statistic characteristics of physical and mechanical properties of rock-mass

岩性及滑动面分段	统计特性	粘聚力	内摩擦角	容重
		c/MPa	$\varphi/(\text{^\circ})$	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$
第一段(石灰岩)	均值	0.305	35.6	30.8
	方差	0.045	5.70	1.54
	均值	0.351	32.5	29.8
	方差	0.064	4.55	1.95
	均值	0.268	27.8	29.8
	方差	0.038	5.56	1.95

为了检验计算结果的准确程度, 再采用 Monte-Carlo 法计算该工程的破坏概率。当模拟次数达到 103000、104000 和 105000 时, 其破坏概率为 $P_{f1} = 3.987\%$, $P_{f2} = 4.038\%$, $P_{f3} = 4.015\%$ 。因此, 该边坡的实际破坏概率在 $4.02\% \sim 4.04\%$ 之间, 取 $P_{f3} = 4.015\%$ 为其准精确值。准精确值与近似方法计算结果绝对误差和相对差分别为

$$|4.363\% - 4.015\%| = 0.348\% ,$$

$$\frac{|4.363 - 4.014|}{4.015} \times 100\% = 8.667\% .$$

从对比中可以看出, 近似方法的计算结果有误差, 但误差的程度并不大, 是可以接受的。

根据有关研究^[8], 对于露天矿总体边坡, 其破坏概率小于露天矿边坡可接受破坏概率 5%, 属稳定边坡。

4 结 语

由于边坡分析的基本模式中稳定性系数计算绝大部分是隐函数, 在可靠性分析中其显式极限状态方程是无法建立的。而经典响应面方法采用有限元数值模拟, 完全抛弃了稳定性分析的基本模式, 不但计算复杂, 工作量大, 而且受各种因素的影响也大。本文基于边坡已有的稳定性分析模式, 在经典响应面方法的基础上提出了一种改进的响应面方法。改进后的方法充分利用了边坡的稳定性分析模式, 在计算效率、计算的简易程度优于经典方法。同时在改进方法对可靠度指标的计算引入了最优化方法, 消除了线性化带来的误差, 提高了分析的准确度。

参考文献:

- [1] RAJASHEKHAR M R, ELLINGWOOD B R. A new look at the response surface approach for reliability analysis[J]. *Structural Safety*, 1993(6):205 - 220.
- [2] SCHÜELLER G I, et al. On efficient computational scheme to calculate structural failure probability[J]. *Probability Engineering Mechanics*, 1989,4(1):10 - 18.
- [3] LIU Y W, MOSES F. A sequential response surface methods and its application in the reliability analysis of aircraft structural system[J]. *Structural Safety*, 1994,16(1/2):39 - 46.
- [4] 赵国藩. 工程结构可靠性理论及其应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1996. (ZHAO Guo-fan. Reliability theory and its application for engineering structure [M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 1996.)
- [5] 苏永华, 方祖烈. 用改进的响应面方法分析特殊地下岩体空间的稳定可靠性[J]. 岩石力学与工程学报, 2000,19(1):54 - 59. (SU Yong-hua, FANG Zu-lie. Stability reliability degree analysis of special underground space by improved response surface method [J]. *Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2000,19(1):54 - 59.)
- [6] 宋玉香, 刘勇, 朱永全. 响应面方法在整体式隧道衬砌可靠性分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004,23(11):1847 - 1851. (SONG Yu-xiang, LIU Yong, ZHU Yong-quan. Application of response surface method to reliability analysis of monolithic lining of tunnel [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004,23(11):1847 - 1851.)
- [7] 徐军, 邵军, 郑颖人. 遗传算法在岩土工程可靠度分析中的应用[J]. 岩土工程学报, 2000,22(5):586 - 589. (XU Jun, SHAO Jun, ZHENG Ying-ren. Application of genetic algorithm to reliability analysis of geotechnical engineering [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2000, 22(5):586 - 589.)
- [8] 陈昌富, 王贻荪, 尚守平. 开挖边坡可靠性分析遗传进化调优算法及其应用[J]. 矿冶工程, 1999,19(3):16 - 18. (CHENG Chang-fu, WANG Yi-sun, SHANG shou-ping. Genetic evolutionary algorithm for excavated slope reliability and its application [J]. *Mining and Metallurgical Engineering*, 1999,19(3):16 - 18.)