

砂土在小应变下考虑应力路径影响的本构模型的试验研究

赖勇^{1,2}, 施建勇¹, 雷国辉¹

(1. 河海大学岩土工程研究所, 江苏 南京 210098; 2. 浙江省水利水电勘测设计院, 浙江 杭州 310002)

摘要:以标准砂为试样, 利用 GDS 数字控制应力路径三轴仪进行了 K_0 初始应力条件下 8 条特殊应力路径试验。在小应变区域内, 通过刻画在应力空间的等应变应力线的变化规律, 推导了可以考虑任意应力路径和应力路径方向变化的杨氏模量计算方法, 并对泊松比进行了研究, 建立了砂土在小应变区域内可以考虑复杂应力条件的本构模型。模型可以反映小应变时砂土的高模量、非线性以及模量急剧变化等主要特征; 也可以模拟一般模型所不能考虑的应力路径方向变化引起的模量变化。

关键词:砂土; 小应变; 应力路径; 本构模型; 杨氏模量; 泊松比

中图分类号: TU44

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2006)06-0745-05

作者简介:赖勇(1978-), 男, 硕士, 毕业于河海大学, 主要从事土体小应变特性的研究。

Experimental study on constitutive model of sandy soil with consideration of stress path at small strain

LAI Yong^{1,2}, SHI Jian-yong¹, LEI Guo-hui¹

(1. Research Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Zhejiang Investigation and Design

Institute of Water Resources and Electric Power, Hangzhou 310002, China.)

Abstract: By using the digital stress path controlled triaxial apparatus, eight tests were conducted on standard sands under special stress paths starting from an initial K_0 stress condition. At small strains, the variation of the stress line of equal strain was depicted. A formula of the Young's modulus along an arbitrary stress path and its direction was derived. Besides, the poisson's ratio was also studied. On this basis, a constitutive model of sands that could consider the effect of complex stress condition was established. This model was capable of reflecting the major behavior of sand at small strain, such as non-linearity, high stiffness and drastic change with strain. It could also simulate the variation of stiffness induced by stress paths direction that was not considered in the common models.

Key words: sands; small strain; stress path; constitutive model; Young's modulus; Poisson's ratio

0 引言

在实际工程中, 土体的应变不大, Attewell 和 Farmer^[1]对于 London 粘土中地下 30.8 m 处直径 4.2 m 的盾构隧道施工引起的变形观测表明: 在隧道横断面上, 应变只在隧道顶的局部区域达到了 0.1%, 大部分地层的应变都在 0.05% 以下。Mair^[2]在对大量的工程实际情况调查后认为: 挡土墙工程的土体应变一般在 0.1% 以下; 地基以及隧道工程土体的应变稍大一些, 但也不会超过 1%。Burland^[3]也认为, 在开挖以及地基工程中, 土体的实际应变要小于 0.1%, 只在局部有可能超过这个值。

现有的研究已经表明, 土体在小应变条件下, 呈

现高度的非线性、模量急剧变化、受应力路径的影响明显等特点^[4]。由于在小应变区域内土体的变形是非线性弹性的, 所以常采用非线性弹性模型来进行模拟, 然而, 常规的模型难以反映土体的小应变特征, 特别是围压也变化的复杂应力路径下的变形^[5], 需要采用可以考虑土体小应变特征的小应变模型, 如 Puzrin & Burland^[6-7]提出的对数曲线模型、Goto 等^[8]提出的正弦函数模型, 这些模型能够反映土体在小应变下的高模量、非线性、模量急剧变化的特点。对于应力路径的影响, 如果荷载按比例变化, 即偏应力与有效平均

应力的比值 q/p' 为常数时的变形情况也能较好地模拟, 而对于复杂应力情况下应力路径的影响, 如应力路径方向变化导致的模量变化, 这些模型难于反映。这些模型在预测获取模型参数的应力路径试验结果时效果很好, 但不能预测其它应力路径^[9]。为此, 利用标准砂进行了不同应力路径下的固结排水剪试验, 通过对不同应力路径下, 达到相同轴向应变的偏应力的变化规律分析, 对杨氏弹性模量与应力路径方向的相关性进行研究, 并对考虑应力路径影响的泊松比计算方法进行了探讨。

1 试验设备与方法

1.1 试验设备

试验采用 GDS 数字控制应力路径三轴系统, 该系统在应力控制和数字采集方面可全部由计算机控制自动完成, 主要组成部分有 B&W 压力室、GDS 压力/体积数字控制器、霍尔效应传感器。霍尔效应传感器可以从压力室内部直接测量试样的局部应变, 对应变测量的分辨率可达 0.001%。

1.2 试验方法

试验土样为实验室常用的标准砂, 主要物理力学指标为: 干密度 1.65 g/cm^3 , 比重 2.67, 孔隙比 0.64, 相对密度 0.63, 颗粒直径 $0.5 \sim 1 \text{ mm}$ 。将试样 K_0 固结到有效平均应力 150 kPa 后, 静置 24 h , 然后按如图 1 所示的 8 条应力路径进行排水剪切试验。剪切应力路径长度为 90 kPa (有效平均应力或偏应力的变化), 剪切时间都为 3 h 。

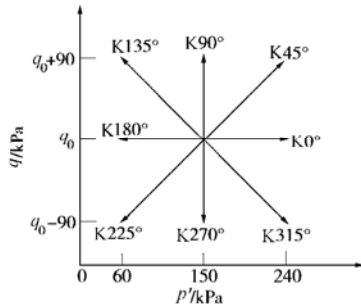


图 1 试验应力路径及试样编号

Fig. 1 Stress path of test and numbering of specimen

2 考虑应力路径影响的杨氏模量

2.1 基本方程

天然地基的土体可以视为横观各向同性材料, 根据虎克定律有下面的关系^[10]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} = \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu_s}{1-\nu_s} \\ \frac{\nu_s}{1-\nu_s} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

式中, E_s 为杨氏弹性模量, ν_s 为泊松比。根据标准砂试验结果得出小应变区域应变在 0.01% 以内, 区域内等轴向应变的应力线图如图 2 所示。图 2 中临界状态线根据其它试验求得^[5], 不同围压下的常规三轴试验可以得出强度指标 c 、 φ' , 标准砂的粘聚力 c 为 0, 压缩破坏时的临界状态线斜率 $M_c = 6\sin\varphi'/(3-\sin\varphi')$; 拉伸时临界状态线斜率 $M_c = 6\sin\varphi'/(3+\sin\varphi')$ ^[11]。

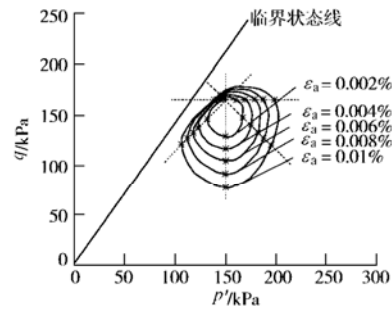


图 2 等轴向应变的应力线图

Fig. 2 Stress line with equal axial strain

从图 2 中可以看出, 在偏离临界状态线的方向, 相同轴向应变时偏应力的变化比靠近临界状态线方向的变化大得多, 对应不同应变值的等值应力线具有相似的形状。为简化起见, 可假定其为圆, 称为等值应力圆; 对应不同轴向应变值, 等值应力圆直径不同。假定等值应力圆圆心在过初始应力点的某一直线上移动 (如图 3 所示), 从初始应力点, 沿任意应力路径方向 θ 发生应变 ε_a 时, 这一应力路径方向的直线与对应 ε_a 的等值应力圆会有一交点, 根据交点与初始应力点的垂直距离可以得到对应的偏应力的变化, 从而可以得出下面的割线杨氏弹性模量方程:

$$\begin{aligned} E_s(\theta) &= \frac{\delta q(\theta)}{\varepsilon_a} \\ &= \frac{l \sin \theta (\lambda - 1) \cdot (\cos \theta + k_t \sin \theta)}{2k_t \varepsilon_a (1 + \lambda)} \\ &= \frac{l \sin \theta \sqrt{(1 - \lambda)^2 (\cos^2 \theta - k_t^2 \cos^2 \theta + k_t \sin 2\theta) + k_t^2 (1 + \lambda)^2}}{2k_t \varepsilon_a (1 + \lambda)}. \end{aligned} \quad (2)$$

式中 k_t 为圆心运动所在直线的斜率; l 为发生应变 ε_a 时过初始应力点的压缩与拉伸方向的偏应力变化量之和, 即 $q_{OA} - q_{OB}$, q_{OB} 为负的偏应力; λ 为发生应变 ε_a 时过初始应力点的压缩与拉伸方向的杨氏弹性模量之比, 相当于 $-q_{OA}/q_{OB}$ 。 l 、 λ 都可以由压缩和拉伸方向的应力路径试验得出, 再增加一个偏应力不为 0 的特殊应力路径的试验, 则可以确定 k_t , 所以参数可以通过 3 个特殊应力路径方向的试验确定, 也可以采用下面的简便方法推求。

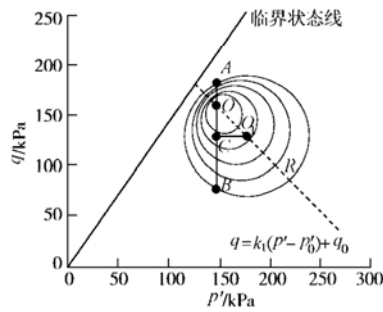


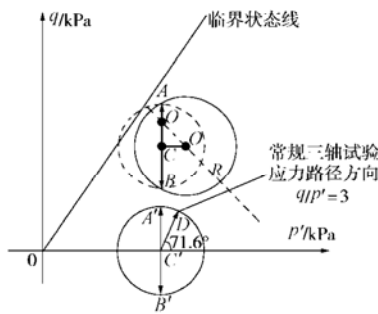
图3 等轴向应变应力线的基本假定示意图

Fig. 3 Supposition of stress line with equal axial strain

2.2 参数确定的简便方法

函数 l 在几何含义上相当于图4中 AB 弦的长度, 根据 Jardine^[12]对多种土样所做过的一个研究, 在任意应力点, 平均应力不变的压缩和拉伸方向杨氏弹性模量之和与有效平均应力的比值很接近。所以 AB 弦的长度应等于相同 ε_a 时 C' 圆的 $A'B'$ 弦的长度, 可得 l 函数与等压固结、围压不变的常规三轴压缩试验偏应力存在这样的关系:

$$l = q_{OA} - q_{OB} = 2q_{C'A'} = 2 \cdot \frac{q_{C'D}}{\sin(\arctan 3)} = 2.11q_{C'D}, \quad (3)$$

图4 函数 l 的确定示意图Fig. 4 Sketch drawing to determining the function l

常规三轴试验中偏应力与轴向应变的关系是比较容易得出来的, 可以用 Duncan-Chang 双曲线模拟方法^[10]。

函数 λ 也为与轴向应变有关的函数, 在小应变区域 (本文试验标准砂为 $\varepsilon_a < 0.01\%$) 内, 随轴向应变的变化较小, 简便起见, 不妨设为常数, 只是初始应力点处于不同位置时 λ 不同。初始应力点如果在压缩破坏的临界状态线上, 则压缩方向的模量接近 0, 这时 λ 可以取 0; 如果在拉伸破坏的临界状态线上, 则拉伸方向的模量接近 0, 这时可以取一个较大的数, 比如 10^5 ; 等压固结时压缩与拉伸方向的模量相同, 可以取 1, 对于其余位置, 可以采用插值法计算: 初始偏应力为正时:

$$\lambda = 1 - M_0 / M_c; \quad (4a)$$

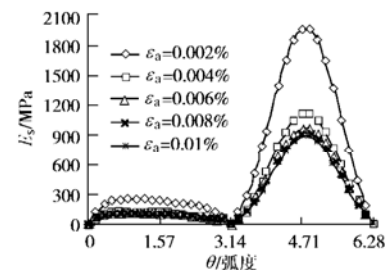
初始偏应力为负时:

$$\lambda = 1 + (10^5 - 1)(M_0 / M_c), \quad (4b)$$

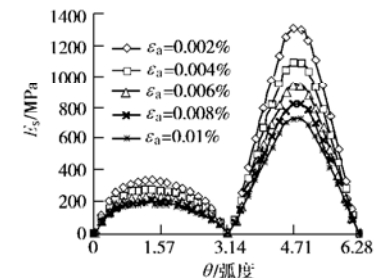
式中, $M_0 = q_0 / p'_0$ 为初始固结斜率。 k_t 为圆心运动所在直线的斜率, 根据本文对标准砂的研究, 等值应变圆圆心在近似垂直于 p' 轴的方向运动, 所以, 可以取为一个较大的负数, 简便起见, 不妨在 $-10 \sim -5$ 中取。

2.3 计算与试验结果的对比

图5为计算得到的割线杨氏弹性模量随应力路径方向变化的情况, 采用简便的计算方法后, 相对于直接由特殊应力路径试验获取参数计算所得的结果, 压缩方向模量偏大, 而拉伸方向模量偏小, 这主要是按简便方法计算的比例函数偏大造成的。但基本规律还是相近的。不同应变时的杨氏弹性模量不同, 而且值很大, 说明模型可以反映高模量、非线性的小应变特征。



(a) 特殊应力路径试验获取参数

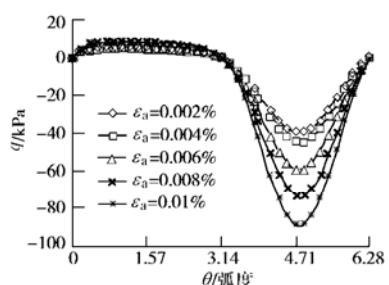


(b) 简便方法获取参数

图5 割线杨氏弹性模量随应力路径方向的变化规律

Fig. 5 Variation of secant Young's modulus with the direction of stress path

图6为偏应力随应力路径方向变化的情况, 对比计算与试验实测的结果可以发现, 不论参数按哪种方式确定, 本文的杨氏弹性模量方程都能反映偏应力随应力路径方向变化的规律。



(a) 特殊应力路径试验获取

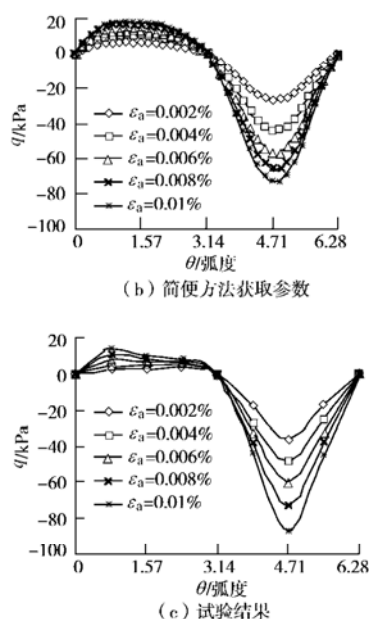


图6 偏应力随应力路径方向的变化规律

Fig. 6 Variation of deviator stress with the direction of stress path

从图6(a)中取出对应本文试验所采取的应力路径方向角度的应力点, 绘制等值应力线, 还可以得到如图7所示的等值应力线对比图。

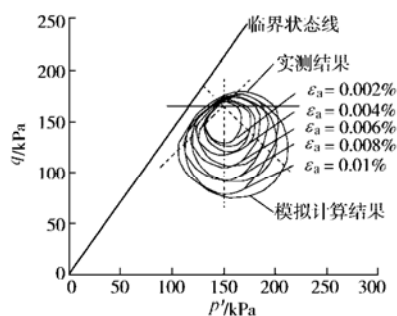


图7 计算和实测的等值应力线对比图

Fig. 7 Comparison of calculated and measured stress contours

3 泊松比

泊松比一般采用下面的线性方程进行计算^[10]:

$$v_s = v_0 + (v_f - v_0)r_s, \quad (5)$$

式中, v_0 、 v_f 分别为初始状态和到达临界状态线时的泊松比, r_s 为砂土强度的发挥程度。

初始状态的泊松比可以表示为

$$v_0 = G - F \lg\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right), \quad (6)$$

式中, G 、 F 分别为用直线拟合 v_0 与 $\lg(\sigma_3/p_a)$ 关系曲线时, 所得直线的截距和斜率。在一般情况下 v_0 的取值为 0.15~0.35^[13], 而临界状态时的泊松比 v_f 取值为 0.48~0.50。对于强度发挥度, Daniel^[10]认为可以采用应力水平进行计算公式, 即

$$r_s = (\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)_f = q/q_f; \quad (7)$$

而徐日庆认为可按式计算^[13]:

$$r_s = (q/p' - M_0)/(M - M_0); \quad (8)$$

Daniel 方法以水平线作为内插线, 相同偏应力时的泊松比相同, 不能反映有效平均应力变化所导致的泊松比的变化。徐日庆方法以 K_0 固结点的泊松比作为初始泊松比, 计算得出的泊松比在拉伸方向将会远小于初始泊松比, 并很容易变成负值, 因此采用下面的公式计算强度发挥度较合理一些, 即

$$r_s = (q/p')/M, \quad (9)$$

取相同的初始泊松比 0.35, 临界泊松比 0.48, 3 种强度发挥度计算方法得到的泊松比如图 8 所示。

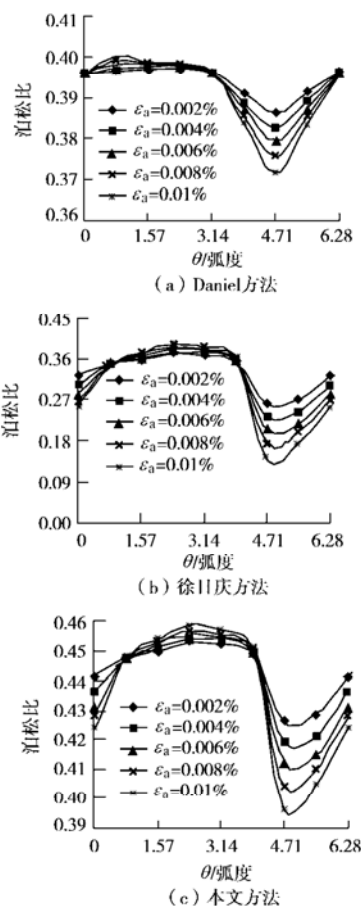


图8 不同强度发挥度方法计算得到的泊松比

Fig. 8 Poisson's ratio calculated from different calculation methods of strength

可以看出, 在数值区域上, 本文计算方法得到的泊松比与 Daniel 方法接近, 而在随应力路径方向变化的规律上, 与徐日庆方法相似。

4 结 语

通过刻画等值应力线在应力空间的变化规律, 提出了可以反映任意应力路径方向影响的杨氏弹性模量的计算方法, 这一模量的确定需要 5 个参数, 可以由 3 个特殊应力路径的试验得出, 也可以采用全部由常

规三轴试验确定参数的方法。所得杨氏弹性模量方程可以反映小应变时的高模量、非线性以及模量急剧变化的特点, 而且, 由于方程本身是应力路径方向的函数, 所以, 可以对任意应力路径进行计算, 并能考虑应力路径方向变化的影响。另外, 结合试验结果, 对泊松比的计算方法进行了研究, 建立了砂土在小应变下可以考虑应力路径影响的本构模型。

参考文献:

- [1] ATTEWELL P B, FARMER I W. Ground deformations resulting from shield tunneling in London Clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, **11**(3): 380 - 395.
- [2] MAIR R J. Developments in geotechnical engineering research: application to tunnels and deep excavations[J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineering: Civil Engineering, 1993, **93**(2): 27 - 41.
- [3] BURLAND J B. Ninth laurits bjerrum memorial lecture: small is beautiful—the stiffness of soils at small strains[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1989, **26**(4): 499 - 514.
- [4] JARDINE R J, SYMES M J, BURLAND J B. The measurement of soil stiffness in the triaxial apparatus[J]. Geotechnique, 1984, **34**(3): 323 - 340.
- [5] 赖 勇. 砂土在小应变下考虑应力路径影响的本构模型的研究[D]. 南京: 河海大学, 2005. (LAI Yong. Studies on sand soil constitutive model in consideration of stress path at small strain[D]. Nanjing: Hohai University, 2005.)
- [6] PUZRIN A M, BURLAND J B. A logarithmic stress-strain function for rocks and soils[J]. Geotechnique, 1996, **46**(1): 157 - 16.
- [7] PUZRIN A M, BURLAND J B. Non-linear model of small-strain behavior of soils[J]. Geotechnique, 1998, **48**(2): 217 - 233.
- [8] SATOSHI Goto, BURLAND J B, Fumio Tatsuoka. Non-linear soil model with various strain levels and its application to axisymmetric excavation problem[J]. Soils and Foundations, 1999, **39**(4): 111 - 119.
- [9] 刘元雪, 施建勇. 岩土小应变问题研究进展[J]. 地下空间, 2001, **21**(5): 349 - 353. (LIU Yuan-xue, SHI Jian-yong. Development of research on small strain behavior of geomaterials[J]. Underground Space, 2001, **21**(5): 349 - 353.)
- [10] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 第二版. 北京: 中国水利水电出版社, 1996: 54 - 60, 82 - 90. (QIAN Jia-huan, YIN Zong-ze. Geotechnics theory and numerical method (The second edition) [M]. Beijing: China Water Power Press, 1996: 54 - 60, 82 - 90.)
- [11] CHEN W F. 塑性与建模[M]// 土木工程材料的本构方程 (第二卷). 余天庆, 王勋文, 译. 武汉: 华中科技大学出版社, 2001, 344 - 347. (CHEN W F. Constitutive equations for engineering materials (the second volume) [M]// YU Tian-qing, WANG Xun-wen, et al (trans). Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2001: 344 - 347.)
- [12] Jardine R J. Some observations on the kinematic nature of soil stiffness[J]. Soils and Foundations. 1992, **32**(2): 111-124.
- [13] 徐日庆, 龚晓南. 土的应力路径非线性行为[J]. 岩土工程学报, 1995, **17**(4): 56 - 60. (XU Ri-qing, GONG Xiao-nan. Nonlinear stress-path-dependent behavior of soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, **17**(4): 56 - 60.)