

# 黏土微结构各向异性评估的谱系聚类方法

李顺群<sup>1, 2, 3</sup>, 郑刚<sup>1</sup>, 崔春义<sup>4</sup>, 刘双菊<sup>2, 3</sup>

(1. 天津大学建筑工程学院, 天津 300072; 2. 天津城市建设学院土木工程系, 天津 300384; 3. 天津市软土特性与工程环境重点实验室, 天津 300384; 4. 大连海事大学道路与桥梁研究所, 辽宁 大连 116026)

**摘要:** 由谱系聚类原理, 给出了基于各种欧氏距离, 即最长距离、最短距离、类平均距离和重心距离的微结构参数间的距离递推公式和微结构参数聚类过程, 建立了黏土微结构几何属性的聚类方法。为了评估微结构参数几何各向异性的显著性, 给出了各向异性系数的定义。对取自成层地基的某一样品进行了研究, 其水平截面、竖直截面和 45° 截面上的 SEM 照片二值化参数分析结果表明, 根据类平均距离法和重心距离法计算得到的各向异性系数非常接近, 因此能很好反映自然固结成层地基的几何各向异性。另外, 谱系聚类方法的分析结果与主成分分析方法的分析结果完全一致, 这进一步说明, 成层地基的几何各向异性是显著的。

**关键词:** 土微结构; 几何各向异性; 谱系聚类; 类间距离; 类内距离

中图分类号: TU411.92

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2010)01-0109-06

**作者简介:** 李顺群(1971-), 男, 河南卫辉人, 博士, 副教授, 从事土力学和基础工程、土微结构以及非饱和土等方面的研究工作。E-mail: [lishunqun@sina.com](mailto:lishunqun@sina.com)。

## Pedigree cluster method to evaluate geometrical anisotropy of soil micro-structure

LI Shun-qun<sup>1, 2, 3</sup>, ZHENG Gang<sup>1</sup>, CUI Chun-yi<sup>4</sup>, LIU Shuang-ju<sup>2, 3</sup>

(1. School of Civil and Architectural Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. Department of Civil Engineering, Tianjin Institute of Urban Construction, Tianjin 300384, China; 3. Tianjin Key Laboratory of Soft Soil Characteristics and Engineering Environment, Tianjin 300384, China; 4. Institute of Road and Bridge Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

**Abstract:** Respectively for each type of Euclidean distance, namely the maximum distance, the minimum distance, the average distance and the centrobaric distance, recursion formulae of distance between micro-structure parameters are deduced based on the pedigree cluster principle. Afterward, pedigree cluster method and corresponding process for clay micro-structure parameters are put forward to classify geometrical characters, and anisotropy coefficient is defined to evaluate significance of geometrical anisotropy. Studies on some SEM photos, taken in horizontal, vertical and 45° inclined planes from a layered soil sample, show that the anisotropy coefficient calculated by the average distance method is almost the same as that by the centrobaric distance method. In addition, the conclusion drawn by the pedigree cluster method is consistent with that by the principal component analysis method, and it illustrates that the geometrical anisotropy of the layered soil is distinct.

**Key words:** micro-structure; geometrical anisotropy; pedigree cluster; cluster distance; cluster inner distance

## 0 前言

各向异性是材料的重要特性之一, 严格的各向同性材料是不存在的。材料的各向异性可以分为几个方面: 化学成分各向异性、几何各向异性、力学性质各向异性、渗流各向异性、热力学各向异性、电磁学各向异性等。化学成分各向异性和几何各向异性决定着材料其它方面的各向异性, 比如决定着力学各向异性。在数值分析方法中, 尤其在有限元方法中, 需要合理描述力学性质各向异性对土体应力-应变-强度特性的影响。由于土的力学性质更多的取决于颗粒体(或孔隙)的形态及其分布, 因此研究土微结构几何各向

异性对认识土的力学性质各向异性具有重要意义。

天然沉积土具有各向异性早为人们所知。早期对土固有各向异性的研究, 大多是采用在现场切取试样或室内制备大块土样, 然后切取与沉积方向成不同倾角的圆柱或立方体试样, 在常规三轴仪或平面应变仪中进行试验。1970年, Saada等建议采用能使主应力方

**基金项目:** 中国博士后科学基金资助项目(20080430091); 中国博士后科学基金特别资助项目(200902276); 天津市高等学校科技发展基金计划项目(20071005)

**收稿日期:** 2008-11-04

向偏转的仪器进行各向异性研究<sup>[1]</sup>。20世纪80年代以来,英、美等国研制出的方向剪切盒和空心圆柱扭剪仪是目前公认的能较好研究土的各向异性的设备。一些学者如Budiman等利用DSC仪器<sup>[2]</sup>, Miura等利用TSHC仪器<sup>[3]</sup>,先后对砂土的固有或诱发各向异性进行了研究。王洪瑾等应用研制的TSHC仪<sup>[4]</sup>,研究了击实黏性土的固有各向异性,以及固有各向异性和诱发各向异性两者的叠加效应对变形和强度的影响。

在建立土的各种本构模型时,合理考虑其各向异性是非常必要的<sup>[5-7]</sup>。目前,对土的各向异性研究一般是这样进行的,即先假设土的力学各向异性符合某种规律,在此基础上建立模型,然后通过试验和数值计算,研究各向异性和所建模型的特点及实用性<sup>[8-12]</sup>。

本文利用统计原理,建立了评估颗粒体微结构各向异性的谱系聚类方法。研究了某一 $K_0$ 固结条件下的原状样品,对其不同截面上颗粒体的微结构参数进行了聚类分析。研究表明,水平截面、45°截面和竖直截面上颗粒体的分布具有明显的聚类特征。水平截面上的颗粒体可以认为是各向同性的,因此其它截面上的颗粒体具有明显的几何各向异性。本文给出的评估方法,可以用来综合评估域内的颗粒体在大小、形状、位置、方向、面积分布、灰度分布等方面存在的差别,而不仅仅局限于颗粒体长轴方向的各项异性评估。

## 1 颗粒体的几何各向异性

土的几何各向异性包括原生各向异性和诱发各向异性两个方面。前者是指由土颗粒体本身特性和土颗粒体在形成集合体过程中所产生的特定结构决定的各向异性;诱发各向异性则是指由于应力或应变作用导致土结构发生变形而引起的各向异性。

土颗粒体在沉积过程中一般是成层定向分布的,即在水平面内各向同性,在其它方向各向异性。为了说明成层土的几何各向异性特点,下面考察如图1(a)所示的椭球堆积体。

这4个椭球体完全相同,其长轴方向为水平方向,短轴方向为竖直方向,因此在一定程度上可以模拟成层土的沉积特点。显然,图1(a)的俯视图为图1(b),为4个相同的圆,所以在水平面内表现为各向同性;相反,其左侧视图和右侧视图均为图1(c)所示的椭圆,表现为各向异性。如果过图1(c)的某个椭球球心,沿45°方向做一个截面,则沿其法向量相反方向的视图为图1(d)。显然,该方向的视图也表现为几何各向异性。

如果椭球体的长轴和短轴分别为 $a$ 和 $b$ ,则45°方向截面的长轴也为 $a$ 。设其短轴为 $c$ ,则存在 $c > b$ ,因此

$$\frac{c}{a} > \frac{b}{a}, \quad (1)$$

所以,左(右)侧视图比45°方向截面视图的各向异性更显著。

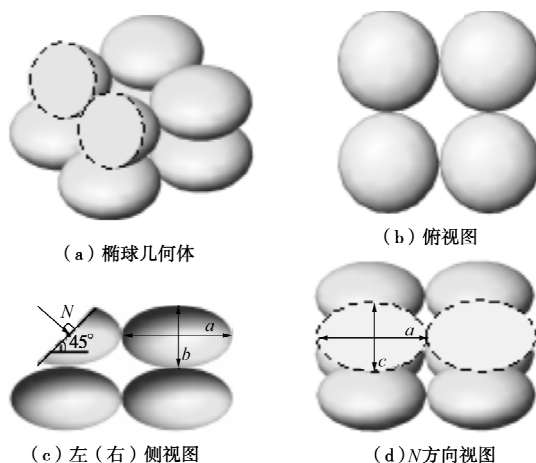


图1 成层土颗粒集合体的几何各向异性示意图

Fig. 1 Illustration of geometric anisotropy of particle aggregate in layered soil

几何各向异性是指土微结构几何特征的方向性。因此,任何几何特征在不同方向上的差别都会引起几何各向异性。比如,长轴方向在360°范围内的不均匀分布、颗粒体几何中心在域内的分布差别、颗粒体的级配差别、颗粒体的几何形状差别以及灰度分布差别等都会表现为几何各向异性。因此,评估几何各向异性的合理方法应该能综合考虑以上各种因素,而不能仅仅着眼于某一个指标(比如长轴方向)。

基于以上原理,本文首先提取了同一黏土样品的水平面、竖直面和45°斜面上的SEM照片。如果竖直面和45°斜面上的SEM照片与水平面上的SEM照片在微结构参数方面存在明显不同或呈现某种规律,则说明样品存在几何各向异性。并可进一步推断,3个面上的力学性质也存在各向异性。另外,依据式(1),与45°斜面上的SEM照片相比,竖直面上的SEM照片微结构应该呈现出更明显的几何各向异性。

## 2 SEM 图像微结构参数的提取

分析样品取自天津站交通枢纽工程,钻孔取样深度为40 m。分析针对19张SEM照片进行,其中水平面上的照片6张(A组),编号分别为A1, A2, A3, A4, A5, A6; 45°斜面上的照片6张(C组),编号分别为C1, C2, C3, C4, C5, C6; 竖直面上的照片7张(B组),编号分别为B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7。为了使得到的数据具有可比性和一般性,对所有照片的信息提取针对同一分析域进行,分析域的位置

和大小 (600  $\mu\text{m} \times 600 \mu\text{m}$  的矩形区域) 如图 2 所示。

利用 Leica QWin 图像处理系统对 SEM 照片进行参数提取, 提取到的原始微结构参数共有 6 个<sup>[13]</sup>。19 张照片的微结构参数可以表示为  $6 \times 19$  矩阵, 即

$$\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4, \mathbf{x}_5, \mathbf{x}_6)^T. \quad (2)$$

式中  $\mathbf{x}_1$  为水平截距列向量, 表示所有颗粒体水平投影的长度之和;  $\mathbf{x}_2$  为垂直截距列向量, 表示所有颗粒体垂直投影的长度之和;  $\mathbf{x}_3$  为颗粒体周长列向量, 表示所有颗粒体的周长之和;  $\mathbf{x}_4$  为颗粒体总数列向量;  $\mathbf{x}_5$  为总颗粒体面积百分比列向量;  $\mathbf{x}_6$  为 Leica QWin 系统计算得到的 256 灰度阈值(最大方差法自动取阈值)列向量。这些参数, 从整体上反映了域内的颗粒体大小、形状、级配、方向性、灰度等微结构特点, 包含了刻画微结构特征的所有信息。

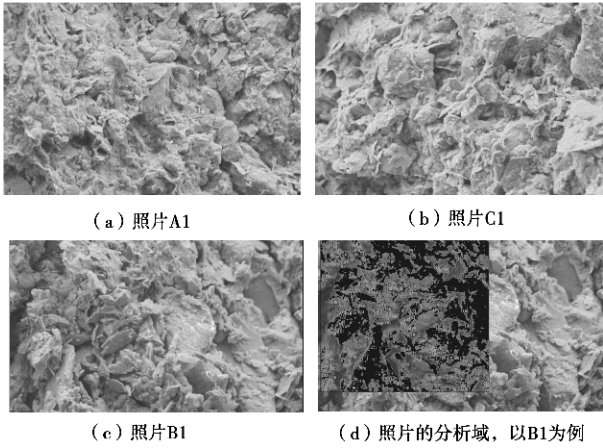


图 2 3 个平面上的 SEM 照片及其分析域

Fig. 2 SEM photos on the three planes and analysis field

### 3 样品微结构参数的类间距离

鉴于 6 个原始域微结构参数的量纲各不相同, 有必要将其进行标准化, 即将矩阵  $\mathbf{x}$  进行标准化。标准化后得到的参数矩阵仍然为  $6 \times 19$  矩阵, 即

$$\mathbf{a} = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6)^T. \quad (3)$$

定义  $l_{ij} = d(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j)$  为元素  $\mathbf{a}_i$  与元素  $\mathbf{a}_j$  之间的距离 (本文的距离统一采用欧氏距离), 即

$$l_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^6 (\mathbf{a}_{ki} - \mathbf{a}_{kj})^2}. \quad (4)$$

设  $G_p$  与  $G_q$  分别表示两个类, 它们分别含有  $n_p$  和  $n_q$  个元素。类  $G_p$  中的元素为  $\mathbf{a}_1^{(p)}, \mathbf{a}_2^{(p)}, \dots, \mathbf{a}_{n_p}^{(p)}$ , 则其重心为

$$\bar{\mathbf{a}}_p = \frac{1}{n_p} \sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{a}_i^{(p)}. \quad (5)$$

#### 3.1 类间距离定义

较常用的类与类之间的距离一般有最短距离、最长距离、类平均距离、重心距离等。

(1) 最长距离, 两类中元素之间距离最长者作为两类间的距离, 即

$$D_{pq} = \max_{i \in G_p, j \in G_q} d(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j). \quad (6)$$

(2) 最短距离, 两类中元素之间距离最短者作为两类间的距离, 即

$$D_{pq} = \min_{i \in G_p, j \in G_q} d(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j). \quad (7)$$

(3) 类平均距离, 两类中所有元素之间距离的平均值作为两类间的距离, 即

$$D_{pq} = \frac{1}{n_p n_q} \sum_{i \in G_p} \sum_{j \in G_q} d(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j). \quad (8)$$

(4) 重心距离, 两类重心之间的距离作为两类间的距离, 即

$$D_{pq} = d(\bar{\mathbf{a}}_p, \bar{\mathbf{a}}_q). \quad (9)$$

#### 3.2 类间距离的递推

已知类  $G_p$  和  $G_q$  与类  $G_k$  之间的距离分别为  $D_{pk}$  和  $D_{qk}$ 。设类  $G_r$  由类  $G_p$  和  $G_q$  合并而成, 则类  $G_r$  与类  $G_k$  之间的距离  $D_{rk}$  表示如下:

(1) 最长距离

$$D_{rk} = \max\{D_{pk}, D_{qk}\}. \quad (10)$$

(2) 最短距离

$$D_{rk} = \min\{D_{pk}, D_{qk}\}. \quad (11)$$

(3) 类平均距离

$$D_{rk} = \frac{n_p}{n_r} D_{pk} + \frac{n_q}{n_r} D_{qk}. \quad (12)$$

(4) 重心距离

$$D_{rk} = \sqrt{\frac{n_p}{n_r} D_{pk}^2 + \frac{n_q}{n_r} D_{qk}^2 - \frac{n_p n_q}{n_r^2} D_{pq}^2}. \quad (13)$$

## 4 土微结构参数的谱系聚类

#### 4.1 原理和步骤

(1) 3 个平面上的所有照片开始时均作为独立的一个类, 因此共有 19 个元素, 计算两两元素之间的距离, 并组成一个  $19 \times 19$  方阵, 即

$$D_{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & l_{1,2} & l_{1,3} & \mathbf{L} & l_{1,19} \\ l_{2,1} & 0 & l_{2,3} & \mathbf{L} & l_{2,19} \\ l_{3,1} & l_{3,2} & 0 & \mathbf{L} & l_{3,19} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & & \mathbf{M} \\ l_{19,1} & l_{19,2} & l_{19,3} & \mathbf{L} & 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

(2) 选择  $D_{(0)}$  中的最小非零元素  $\min l_{pq}$ , 将对应的类  $G_p$  和  $G_q$  合并为一个新类  $G_r$ 。在  $D_{(0)}$  中消去  $G_p$  和  $G_q$  对应的行/列, 并加入由新类  $G_r$  与剩下的未聚类类间距离组成的 1 行和 1 列, 得到一个更新后的 18 阶方阵  $D_{(1)}$ 。

(3) 从  $D_{(1)}$  出发重复步骤 (2) 的算法, 从而得到

17阶距离方阵 $D_{(2)}$ ，再由 $D_{(2)}$ 重复上述步骤，直到所有元素聚为一个大类为止。

(4) 根据合并编号及距离，绘制聚类谱系图。

## 4.2 聚类结果

4种方法得到的聚类结果如下。

### (1) 最长距离法

根据式(4)计算元素间的距离，组成式(14)。元素A1, A2之间的最长距离为0.0158  $\mu\text{m}$ ，在所有距离中最小，因此首先聚为一类，并命名为CL18，聚类后对距离方阵 $D_{(0)}$ 进行更新后得到 $D_{(1)}$ 。之后继续比较距离方阵中的元素，发现元素A4, A5之间的距离为0.2148  $\mu\text{m}$ ，在所有距离中最小，因此聚为一类，并命名为CL17，聚类后对 $D_{(1)}$ 进行更新后得到 $D_{(2)}$ 。继续比较距离方阵中的元素，发现类CL17与元素A5之间的距离为0.3237  $\mu\text{m}$ ，在 $D_{(2)}$ 中最小，因此将CL17与元素A5聚为一类。以此类推……。聚类过程和谱系图如图3所示。

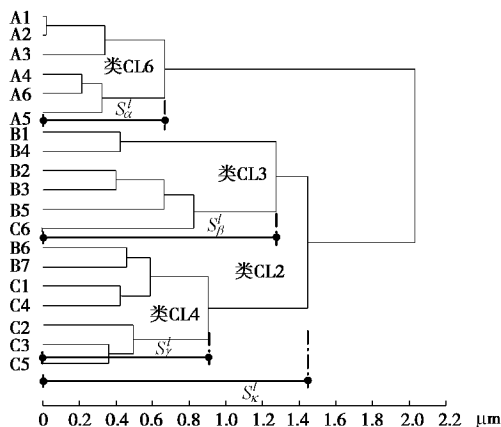


图3 最长距离法谱系聚类计算结果

Fig. 3 Results of pedigree cluster of the maximum distance method

从图3可以看出，6张水平面上的照片A1, A2, A3, A4, A5, A6可以聚为一类CL6；竖直面上的照片B1, B2, B3, B4, B5和45°斜面上的照片C6也可以聚为一类CL3；45°斜面上的照片C1, C2, C3, C4, C5和竖直面上的照片B6, B7则聚为另一类CL4。

为了研究几何各向异性，这里定义一个与类间距离相对应的量——类内距离 $S_k$ 。类内距离定义为本类中前一级子类聚类之前的距离。比如，类 $G_p$ 与类 $G_q$ 之间的距离为 $D_{pq}$ ，类 $G_r$ 由类 $G_p$ 和类 $G_q$ 合并而成，则类 $G_r$ 的类内距离为 $S_r=D_{pq}$ 。在图3中，类CL3和类CL4之间的距离为 $S_k^l$ ，类CL2由类CL3和类CL4组成，则类CL2的类内距离 $S_{CL2}=S_k^l$ 。

由图3可知，类CL6是A组照片的类，即水平面上的照片聚为一类，故可以认为其微结构是各向同性的。

而类CL3和类CL4与类CL6明显不同，因此可以认为其微结构是各向异性的。这里用类内距离的比值评估微结构参数的几何各向异性。设类CL6、类CL3和类CL4的类内距离分别为 $S_a^l$ 、 $S_b^l$ 和 $S_g^l$ ，则类CL3和类CL4的几何各向异性系数 $\rho$ 分别为

$$r_1^l = \frac{S_b^l}{S_a^l} = \frac{1.2704}{0.6658} = 1.908, \quad (15)$$

$$r_2^l = \frac{S_g^l}{S_a^l} = \frac{0.9006}{0.6658} = 1.353. \quad (16)$$

### (2) 最短距离法

和最长距离法的聚类过程类似，采用类间元素之间的最短距离，组成距离方阵，进行聚类。聚类过程和结果如图4所示。

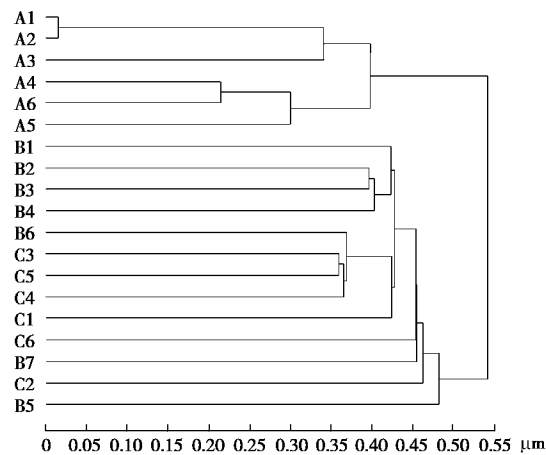


图4 最短距离法谱系聚类计算结果

Fig. 4 Results of pedigree cluster of the minimum distance method

可见，最短距离法的聚类过程和结果与实际差距较大，这主要源于最短距离无法客观评价颗粒体之间的距离，也无法客观评价不同类间的距离。

### (3) 类平均距离法

类平均距离法的聚类过程和结果如图5所示。从图5可以看出，A组、B组、C组首先各自聚为一类，然后B组与C组再聚为一类。这与实际完全符合，与最长距离法谱系聚类结果也比较接近，反映了实际情况。同样，用类似于式(15)、(16)的方法，可以定义基于类平均距离谱系聚类法的几何各向异性系数。计算表明，竖直截面和45°截面上微结构颗粒体的几何各向异性系数分别为1.541和1.377。

### (4) 重心距离法

重心距离法的聚类过程和结果如图6所示。同样，A组、B组、C组首先各自聚为一类，然后B组与C组再聚为一类。这与实际也是完全符合的，反映了水平面、竖直面、45°斜面上颗粒体的分类特征。同样，可以定义基于类平均距离谱系聚类法的几何各向异性系数。计算表明，竖直截面和45°截面上微结构颗粒体的几何

各向异性系数分别为1.494和1.333。

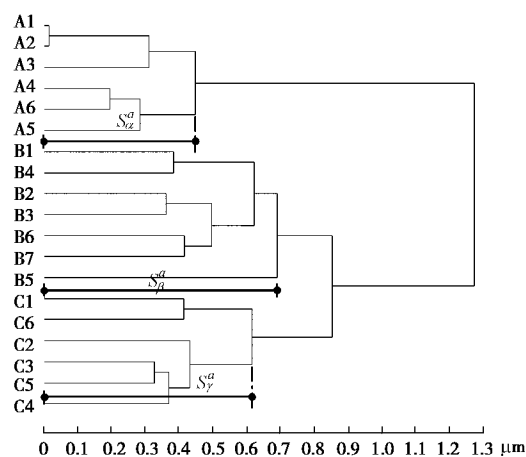


图 5 类平均距离法谱系聚类计算结果

Fig. 5 Results of pedigree cluster of the average distance method

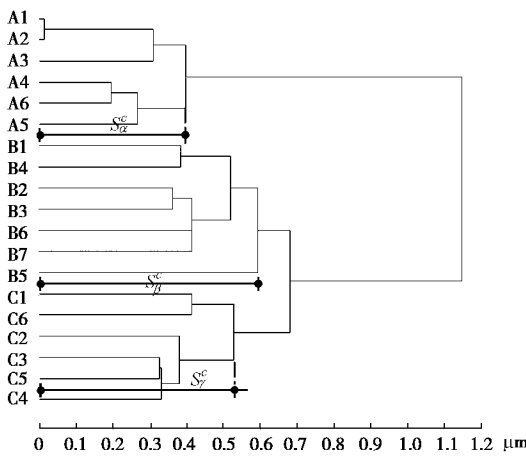


图 6 重心法谱系聚类计算结果

Fig. 6 Results of pedigree cluster of the centrobaric distance method

4.3 各向异性系数的比较

为了进一步研究基于各种距离的谱系聚类方法在评估微结构各向异性方面的差别和特点，将基于最长距离法、类平均距离法和重心距离法等3种谱系聚类方法的几何各向异性系数列于表1。

表 1 不同方法的各向异性系数比较

Table 1 Anisotropic coefficients for different pedigree cluster methods

方法	各项异性系数	
	$\rho_1$	$\rho_2$
最长距离法	1.908	1.353
类平均距离	1.541	1.377
重心距离法	1.494	1.333

从表1可以得出，最长距离法由于在聚类过程中使用到的信息量最少——只有“最长距离”（见式（6）），而与其它两种方法的计算结果存在一些差别。对于任意一组照片（B组或C组），类平均距离法和重心距离

法得到的结果极为相似，分别为1.541和1.494，以及1.377和1.333。因此，建议采用类平均距离法或重心距离法评估土微结构的几何各向异性，当然也可以采用二者的平均值或某种函数进行联合评估。

由表1还可以得出， $\rho_1$ 大于 $\rho_2$ ，这说明，竖直面上照片的微结构各向异性大于45°斜面上照片的微结构各向异性。这与成层地基的特点是一致的。

5 与主成分分析方法的比较

主成分分析方法的优点在于，所提取到的每一个主成分指标大体反映的是某一类地质特征，其含义明确且没有“信息重复”现象，因此有广阔的应用前景。关于土微结构参数主成分分析方法的原理和步骤在相关论文中已经进行了详细研究<sup>[13]</sup>，本文直接加以引用。计算得到的各元素的主成分得分如图7所示。其中 $p_i$ 为第*i*主成分（ $i=1, 2, \dots, 6$ ）。

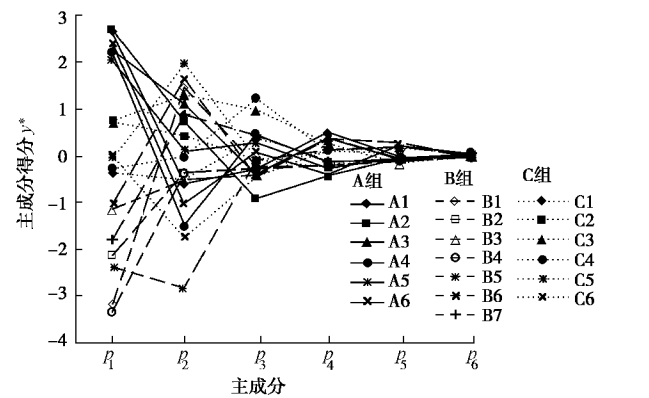


图 7 各元素的不同主成分指标得分比较

Fig. 7 Scores of six principal components for the sample

由图7可以得出，A组、B组、C组的第一主成分明显的分布在3个不同的区域。这与类平均距离法和类重心距离法的结果完全一致。说明主成分分析方法也可以将土的几何微结构参数进行科学的分类，并进一步说明B组和C组照片的微结构存在几何各向异性。各主成分的累计贡献率分别为67.18%，93.65%，98.22%，99.61%，99.96%和100%。

6 结 语

由谱系聚类原理，给出了基于各种欧氏距离，即最长距离、最短距离、类平均距离和重心距离的微结构参数间的距离递推公式和微结构参数聚类过程，建立了黏土微结构几何属性的聚类方法。对取自成层地基的某一样品进行了研究，其水平截面、竖直截面和45°截面上的SEM照片分析结果表明，类平均距离法和类重心距离法的各向异性系数非常接近，因此能很好反映自然固结成层地基的几何各向异性。另外，两种

谱系聚类方法的分析结果与主成分方法的分析结果完全一致,这进一步说明,成层地基的几何各向异性比较明显。本文给出的方法,是一种综合评估颗粒体在大小、形状、位置、方向、面积和灰度分布等方面是否存在各向异性的一种方法。

#### 参考文献:

- [1] SAADA Adel S, OU Chin Der. Strain-stress relations and failure of anisotropic clays[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1973, **99**(SM12): 1091 - 1111.
- [2] BUDIMAN Jeff S, STEIN Sture, KO Hon Yim. Constitutive behavior of stress-induced anisotropic cohesive soil[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1992, **118**(9): 1348 - 1359.
- [3] KINYA Miura, SEIICHI Miura, SHOSUKE Toki. Deformation behavior of anisotropic dense sand under principal stress axes rotation[J]. Soils and Foundations, 1986, **26**(1): 36 - 52.
- [4] 王洪瑾, 张国平, 周克骥. 固有和诱发各向异性对击实黏性土强度和变形特性的影响[J]. 岩土工程学报, 1996, **18**(3): 1 - 10. (WANG Hong-jin, ZHANG Guo-ping, ZHOU Ke-ji. Effects of inherent and induced anisotropy on strength and deformation characteristics of compacted cohesive soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, **18**(3): 1 - 10. (in Chinese))
- [5] 姚仰平, 孔玉侠, 宋美娜. 考虑原生各向异性土的统一硬化模型[J]. 工业建筑, 2008, **38**(8): 6 - 9, 24. (YAO Yang-ping, KONG Yu-xia, SONG Mei-na. Inherent anisotropic unified hardening model for soils[J]. Industrial Construction, 2008, **38**(8): 6 - 9, 24. (in Chinese))
- [6] 黄茂松, 廖俊展, 魏 星, 等. 软土应力各向异性及其对深基坑工程的影响[J]. 地下空间与工程学报, 2005, **1**(4): 502 - 505. (HUANG Mao-song, LIAO Jun-zhan, WEI Xing, et al. Anisotropic behavior of soft clay and its effect on deep excavations[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2005, **1**(4): 502 - 505. (in Chinese))
- [7] 余天堂. 岩土材料固有各向异性的模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, **23**(10): 1604 - 1607. (YU Tian-tang. Modeling of inherent anisotropy for geotechnical material[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, **23**(10): 1604 - 1607. (in Chinese))
- [8] SU S F, LIAO H, LIN Y H. Base stability of deep excavation in anisotropic soft clay[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1998, **124**(9): 809 - 819.
- [9] WHEELER Simon J, NAATANEN Anu, KARSTUNEN Minna, et al. An anisotropic elasto-plastic model for soft clays[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, **40**(2): 403 - 418.
- [10] WENG M C, JENG F S, HSIEH Y M, et al. A model for stress-induced anisotropic softening of weak sandstones[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2007, **4**(4): 1 - 12.
- [11] 张启辉, 赵锡宏. 横观各向同性对剪切带形成的影响[J]. 同济大学学报, 2001, **29**(5): 526 - 530. (ZHANG Qi-hui, ZHAO Xi-hong. Influence of cross-anisotropic soil on shear band formation[J]. Journal of Tongji University, 2001, **29**(5): 526 - 530. (in Chinese))
- [12] 徐干成, 李成学, 刘 平. 各向异性和非均质地基土上浅基础的极限承载力[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(2): 164 - 168. (XU Gan-cheng, LI Cheng-xue, LIU Ping. Ultimate bearing capacity of shallow footing on anisotropic and non-homogeneous clays[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(2): 164 - 168. (in Chinese))
- [13] 李顺群, 郑 刚, 赵瑞斌, 等. 黏土微结构参数的相关分析和主成分分析[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(7): 1120 - 1126. (LI Shun-qun, ZHENG Gang, ZHAO Rui-bin, et al. Correlation analysis and principal component analysis on microstructure parameters of clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(7): 1120 - 1126. (in Chinese))