

砂性土中桩端荷载 - 沉降关系的模拟

俞峰¹, 陆世英², 张世民³

(1. 香港大学 土木工程系, 香港; 2. 富阳工程建设监理咨询有限公司, 浙江 杭州 311400; 3. 浙江大学 城市学院, 浙江 杭州 310015)

摘要: 提出了一个基于球形孔扩张理论的模型, 用于模拟砂性土中长桩的桩端变形性状。该模型对 Vesic (1972) 的解答作了改进, 同时考虑了砂性土强度指标在高应力下的衰减和在高密度下的增长。模型参数可通过土的初始竖向有效应力及标准贯入试验 N 值求得。球孔塑性区的平均体积应变不再需要通过土工实验, 而是利用有限应变理论计算获得。在考虑了孔扩张过程中的能量守恒原理后, 可得桩端土的特征变形值, 从而进一步推出桩端的荷载 - 沉降关系。该模型计算结果与两根静压长桩的现场试验比较, 结果一致性较好。

关键词: 砂性土; 桩端承载力; 桩端沉降; 圆孔扩张

中图分类号: TU433

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2005)12-1425-05

作者简介: 俞峰 (1976-), 男, 博士, 毕业于浙江大学和香港大学, 现从事岩土工程咨询、设计和研究工作。

Modeling on pile-tip performance in sandy soils

YU Feng¹, LU Shi-ying², ZHANG Shi-min³

(1. Department of Civil Engineering, The University of Hong Kong, Pokfulam, Hong Kong, China; 2. Fuyang Engineering Construction

Supervision & Consultation Co., Ltd., Hangzhou 311400, China; 3. City College of Zhejiang University, Hangzhou 310015, China)

Abstract: Based on the spherical cavity expansion solution developed by Vesic (1972), a model was proposed for the analysis of long piles embedded in sandy soils. Unlike the Vesic's model, the reduction of strength under high stress and the increase of strength under high density were both taken into account in the tip present model. The strength parameters could be derived from the effective overburden pressure and SPT- N value at the pile tip. The mean volumetric strain in the plastic zone was determined analytically by adopting the finite strain theory, and therefore, it was no longer necessary to estimate such strain from laboratory test results. By incorporating the energy conservation principle, the model was further extended to allow prediction of the load-settlement behavior of piles. The accuracy of the model was assessed by using two case histories. It had been demonstrated that the present model could provide fairly accurate prediction of the end-bearing capacity and the settlement of long piles.

Key words: sandy soils; pile end-bearing capacity; pile tip settlement; cavity expansion

0 前言

桩端荷载 - 沉降关系的预测是基础工程中的一个重要课题。过去几十年来, 研究人员曾尝试用不同的方法去模拟, 比如极限平衡法 (Meyerhof, 1963)^[1], 孔扩张法 (Vesic, 1972)^[2], 应变路径法 (Baligh, 1985)^[3], 有限元法 (Jardine et al, 1986)^[4]以及边界元法 (Poulos, 1989)^[5]等等。虽然手段很多, 但预测效果并不很理想。桩基础的设计很大程度上还是依靠经验或者现场载荷试验 (Randolph, 2003)^[6]。数值模拟需要在更细化地考虑可能的影响因素后, 针对特定的桩型或土质条件做出适当模拟。

本文用改进后的孔扩张解来模拟长桩在砂性土 (特别是花岗岩风化残积土) 中的桩端荷载沉降曲线。该方法只须提供桩长、桩截面、桩端土竖向应力和标

准贯入 N 值等信息即可做出模拟。因此, 特别适合在初步设计中对单桩承载力和变形的预估。

1 桩端极限承载力

单桩在竖向压力作用下, 桩端土的变形类似于球形孔的扩张, 室内模型实验已经证明了这一点, 如 Yasufuku & Hyde (1995)^[7]。所以, 桩端阻力与孔扩张压力有关。土中球形小孔的扩张在孔周围形成了塑性区, 在塑性区外围则是弹性区 (图 1)。Vesic (1972)^[2]给出了无限空间内理想摩尔 - 库仑土中球形孔扩张的极限压力解答, 即

$$P_u = c' \cot \varphi' (F - 1) + q' F + \gamma_w h_w \quad (1)$$

式中 P_u 为孔扩张极限压力; $\gamma_w h_w$ 和 q' 分别表示静水压力和土体内的初始平均有效应力; c' 为土的有效粘结力; F 为孔压系数。

F 与土的有效内摩擦角 φ' 及衰减刚度指标 I_π 相关:

$$F = \frac{3(1 + \sin \varphi')}{3 - \sin \varphi'} (I_\pi)^{(4 \sin \varphi') / (3 + 3 \sin \varphi')}, \quad (2)$$

其中
$$I_\pi = \frac{\eta I_r (1 + \Delta)}{1 + \eta I_r \Delta}, \quad \eta = \frac{3 - \sin \varphi'}{3 \cos \varphi'}. \quad (3)$$

式 (3) 中的 Δ 为塑性区内的平均体积应变。刚度指标 I_r 表征土体的剪切模量与强度之比, 即

$$I_r = G / (c' + q' \tan \varphi'). \quad (4)$$

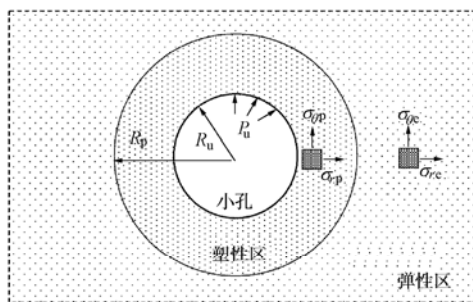


图 1 球形小孔扩张问题的示意图

Fig. 1 Schematic diagram of spherical cavity expansion problem

Vesic(1972)^[2]指出平均体积应变可通过三轴试验求得。Yasufuku & Hyde (1995)^[7]也采取了类似的实验室方法求得 Δ 值。显然这种方法在使用中很不方便。而有限应变法考虑了桩端土在受压条件下的大变形, 可理论求得 Δ 值 (Gupta, 1991; 2002a)^[8, 9], 因而被本文采用。根据 Vesic & Clough (1968)^[10]提出的叠加原理, 平均体积应变与应力路径无关, 它等于均匀压缩和纯剪切条件下发生的应变之和, 即

$$\begin{aligned} \varepsilon_{vp1} &= 3\varepsilon_{rp1} - 3\varepsilon_{\theta p1}^2 + \varepsilon_{\theta p1}^3, \\ \varepsilon_{rp1} &= \left(\frac{1-2\nu}{E} \right) \times \left(\frac{(3 - \sin \varphi') \sigma_{rp} - 4c' \cos \varphi'}{3(1 + \sin \varphi')} - q' \right), \quad (5) \\ \varepsilon_{vp2} &= 0.75\varepsilon_{rp2}^2 + 0.25\varepsilon_{\theta p2}^3, \\ \varepsilon_{rp2} &= -\frac{4(1+\nu)(\sin \varphi' \sigma_{rp} + c' \cos \varphi')}{3(1 + \sin \varphi')E}. \quad (6) \end{aligned}$$

式中 ε_{vp1} 和 ε_{vp2} 分别表示塑性区中任一点由均匀压缩和纯剪切所引起的体积应变分量; E 和 ν 分别为土的弹性模量和泊松比。整个塑性区内的平均体积应变由下式导出:

$$\Delta = \frac{3}{R_p^3 - R_u^3} \int_{R_u}^{R_p} (\varepsilon_{vp1} + \varepsilon_{vp2}) r^2 dr. \quad (7)$$

由式 (1) ~ (7) 可求得球形孔扩张的极限压力解。它与单桩极限承载力间存在着一定关系, 不少文献给出了这种关系的表达式, 且因破坏模式或滑动面

的假设不同而各异:

$$\lambda_v = \frac{\exp(0.5\pi - \varphi') \tan \varphi'}{1 - \sin \varphi'}, \quad (8)$$

$$\lambda_{sh} = \tan^2(0.25\pi + 0.5\varphi'), \quad (9)$$

$$\lambda_r = 1 + 1.732 \tan \varphi', \quad (10)$$

$$\lambda_{yh} = 1 / (1 - \sin \varphi'), \quad (11)$$

$$\lambda_s = \frac{(1+C)^{(1+\beta)} - (1+\beta)C - 1}{C^2 \beta (1+\beta)} \times 2 \exp(\pi \tan \varphi'), \quad (12)$$

其中, $C = \tan(0.25\pi + 0.5\varphi') \exp(0.5\pi \tan \varphi')$,

$$\beta = (1 - \sin \varphi') / (1 + \sin \varphi').$$

式 (8) ~ (12) 分别由 Vesic (1977)^[11], Sayed & Hamed (1987)^[12], Randolph et al. (1994)^[13], Yasufuku & Hyde (1995)^[7]以及 Salgado et al. (1997)^[14]给出。通过以上任一形式的系数 λ , 单桩极限承载力 Q_b 可由极限孔压 P_u 求得 (Gupta, 2002b)^[15]:

$$Q_b = \lambda P_u + (\lambda - 1)(c' \cot \varphi' - \gamma_w h_w). \quad (13)$$

2 桩端荷载 - 沉降曲线

对弹性完全塑性材料而言, 孔径可在极限孔压达到后无限增长。但对应于极限孔压的最小孔径可通过能量守恒方程求得。根据 Vesic & Clough (1968)^[10]的叠加原理, 孔扩张所做功 (E_{n0}) 等于均匀压缩下塑性区获得功 (E_{n1})、纯剪切下塑性区获得功 (E_{n2})、均匀压缩下弹性区获得功 (E_{n3})、纯剪切下弹性区获得功 (E_{n4}) 四者之和。其表达式为

$$E_{n0} = \frac{4}{3} \pi R_u^3 P_u, \quad (14)$$

$$E_{n1} = \iiint \left(\frac{1}{3} \sigma_{rp} + \frac{2}{3} \sigma_{\theta p} - q' \right) \varepsilon_{vp1} dv_p, \quad (15)$$

$$E_{n2} = \iiint \left(\frac{2}{3} \sigma_{rp} - \frac{2}{3} \sigma_{\theta p} \right) \varepsilon_{vp2} dv_p, \quad (16)$$

$$E_{n4} = \iiint \left(\frac{2}{3} \sigma_{re} - \frac{2}{3} \sigma_{\theta e} \right) \varepsilon_{ve2} dv_e. \quad (17)$$

式中的 ε_{vp1} 和 ε_{vp2} 可分别由式 (5) 和 (6) 求得, ε_{ve2} 为弹性区中某一点由纯剪切引起的体积应变。由于弹性区内任一点的八面体应力为零, 所以 E_{n3} 为零。

由此, 对应于极限孔压的最小孔径 R_u 可以通过能量方程解得。假定桩端下沉引起的土体积改变等于孔扩张引起的体积改变, 孔径 R_u 可以通过下式与桩端的特征沉降 s_b 联系起来:

$$s_b = (16 R_u^3 / 3 D_e^3), \quad (18)$$

式中, D_e 为桩的 (等效) 直径。桩端土体的荷载 - 变形关系通常可以用双曲线函数来模拟。本文中使用一个双参数的双曲线函数, 该函数的极限值对应式 (13) 中的 Q_b , 函数表征的初始刚度等于摩尔 - 库仑材料的刚度。这两个条件可以表示为

$$Q_l|_{\delta=\infty} = Q_b; \quad \frac{dQ_l}{d\delta}|_{\delta=0} = \frac{Q_b}{(s_b/D_c)} \quad (19)$$

式中, Q_l 和 δ 分别为桩端阻力和桩端变形。Hirayama (1990) [16] 使用了类似的双曲线函数, 但特征沉降须通过现场载荷试验根据统计经验获得。而本文中的特征沉降则可以通过理论方法求得。

3 土性参数与应力水平和密度的关系

要获得较好的数值模拟效果, 土性参数的评估尤为重要。从工程应用的方便考虑, 本模型希望仅通过 SPT - N 值、土体竖向有效应力 (σ_v') 和桩尺寸来推求桩端荷载 - 沉降关系, 其它土性参数均基于上述已知信息通过经验公式求得。砂性土的强度取决于很多参数, 其中密度和应力水平是两个最关键的因素 (Yang & Li, 2004) [17]。本模型结合了一些已报道的砂性土试验成果, 土性指标以密度和应力水平的经验函数形式给出, 以方便数值化计算。经验公式主要针对全风化花岗岩, 一种花岗岩风化后的残积土, 其中砂粒含量一般超过 50%。对于其它类型的砂性土, 该评估框架依旧适用, 只需根据实际情况对经验公式做适当调整即可。

砂性土的相对密度 D_r 比孔隙比能更好地描述密度对土性的影响 (Bolton, 1986) [18]。根据 Cubrinovski & Ishihara (1999) [19] 对各类砂的试验成果, 相对密度与标贯试验 N 值存在以下关系:

$$D_r = 0.12(98N^2 / \sigma_v')^{0.25} \quad (20)$$

式中 σ_v' 的单位为 kPa。Bolton (1986) [18] 指出砂的割线摩擦角比切线摩擦角能更好地描述强度, 且用割线摩擦角代替 φ' 对模拟来说是偏保守的。高压三轴实验揭示砂土的摩擦角随围压的增加而减小 (Vesic & Clough, 1968) [10]。同时, 摩擦角又随砂的压密而增大。原位桩端土在载荷试验或工作状态下, 高应力水平和高压密状态并存, 这两个因素对摩擦角的影响是相反的。Maeda & Miura (1999) [20] 研究了在围压 430 kPa 下相对密度对各类砂土摩擦角的影响。Yasufuku & Hyde (1995) [7] 报道了相对密度为 1.2 的密实全风化花岗岩在不同应力水平下的摩擦角变化。本文合并了他们的成果, 提出了同时考虑相对密度和围压影响的砂性土有效摩擦角评估经验公式:

$$\tan \varphi' = 0.634 \exp(0.413 D_r) (p' / \sigma_0)^{-0.08} \quad (21)$$

式中, σ_0 为参考压力, 大小为 100 kPa, p' 为平均有效正应力。

p' 可以用下式计算:

$$p' = \frac{1}{R_p^3 - R_u^3} \int_{R_u}^{R_p} (\sigma_r + 2\sigma_{\theta r}) r^2 dr \quad (22)$$

同时, 注意到不同密度的砂土在高应力状态下,

随着颗粒破碎的出现, 其摩擦角都将趋向于临界态摩擦角 φ_{cv} 。临界态摩擦角对一种特定的砂是定值, 与应力水平和密实度无关。对香港的全风化花岗岩而言, φ_{cv} 约为 32° 。所以, 在考虑了临界态条件后, 式 (21) 须以下式为补充条件:

$$\varphi' \geq \varphi_{cv} \quad (23)$$

图 2 给出了香港全风化花岗岩的有效内摩擦角随相对密度和平均有效正应力的变化。该图显示式 (21) 和 (23) 能较合理地描述砂性土的密实度和应力水平对摩擦角的影响。

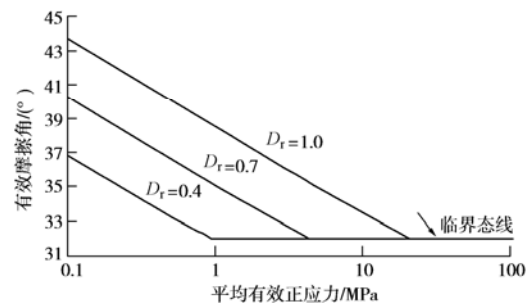


图 2 相对密度和应力水平对摩擦角的影响

Fig. 2 Influence of relative density and stress level on friction angle

砂性土的刚度也能以类似式 (21) 的形式给出。Randolph et al. (1994) [13] 建议对各类砂土的剪切模量 G , 可以用这样一个统一式表达:

$$(G / \sigma_0) = m \exp(0.7 D_r) (p' / \sigma_0)^n \quad (24)$$

式中, m 的值取决于砂土的颗粒级配, 取值范围为 75 ~ 400, 细颗粒含量高, 则取值小。根据 Yu (2004) [21] 对一般全风化花岗岩颗粒级配分布的统计, 可取 $m = 75$ 。式中 n 的取值与砂颗粒的含量有关, 对一般砂性土而言, n 可取 0.43; 而对纯砂, n 可取 0.5。

类似地, 弹性模量的表达式可以通过剪切模量乘以 $2(1+\nu)$ 获得。Vesic & Clough (1968) [10] 建议砂土的泊松比 ν 可通过下式求得:

$$\nu = \frac{K_0}{1 + K_0} = \frac{1 - \sin \varphi'}{2 - \sin \varphi'} \quad (25)$$

式中的静止土压力系数 K_0 用 $(1 - \sin \varphi')$ 求得。至此, 模型中用到的参数均可通过桩的尺寸、SPT - N 值和竖向有效应力求得。整个计算过程需要多重迭加循环, 程序框图详见 Yu (2004) [21]。

4 模型应用

应用本模型模拟静压 H 型钢桩在全风化花岗岩中的桩端荷载 - 沉降曲线。试验过程和成果详见 Yu (2004) [21]。现场地质条件: 地表以下依此为浅层的砂性填土、海洋冲积土和深厚的风化程度不一的花岗

岩残积土和岩体。桩端进入全风化花岗岩残积土层。整个地层刚性较大,平均 SPT - N 值约为 60。各层土中均含有比例较高的砂土和粉土颗粒,其中全风化花岗岩层中砂、砾颗粒的比例为 70%~80%。全风花岗岩残积土的有效粘结力与饱和度密切相关,对于位于地下水位以下的天然饱和土层,一般取 $c' = 5$ kPa。

桩的压入使用了配重 900 吨的大型静压桩机。#1 桩和#2 桩的单桩设计承载力分别为 3540 kN 和 2950 kN,最终压桩力分别为 7080 kN 和 7375 kN。最终压桩力须维持,直至 15 分钟内的桩顶变形不大于 5 mm 后方可卸载。静载荷试验根据沉降控制的破坏准则分级加载, #1 桩和#2 桩分别加载至 7788 kN 和 9735 kN。沿桩身每 2~3 米对称安装应变计(片),以获得桩身荷载传递曲线。桩端应力由测得的桩端应变乘以 H 截面的外包矩形截面积求得,即认为土在桩端完全嵌入,此法被大多数工程师采用。桩端沉降则通过桩顶沉降减去桩身弹性变形推得。根据本模型预测的桩端荷载 - 沉降关系与实测曲线示于图 3, 分别以虚线和实线表示, 预测曲线据不同形式的 λ , 给出了五种情况。

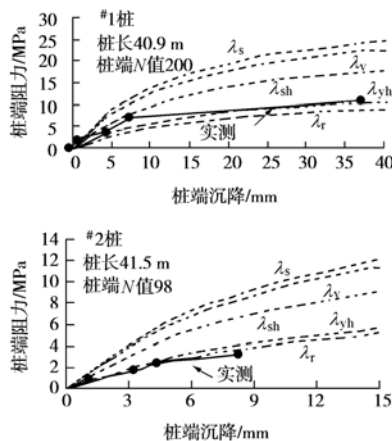


图 3 两根静压桩的实测和预测桩端荷载 - 沉降曲线

Fig. 3 Measured and predicted tip load-settlement curves of two jacked piles

图 3 显示本模型能较好反映这两根桩的桩端荷载 - 沉降趋势。承载力系数 λ 对曲线的走向影响较大。就这两根桩而言, Yasufuku & Hyde (1995)^[7]提出的承载力系数与实测值一致性最好。Randolph et al. (1994)^[13]和 Salgado et al. (1997)^[14]提出的针对冲切破坏和剪切破坏的承载力系数为极限承载力的下限解和上限解。

前人的孔扩张解一般都不能给出桩端变形的解答。由于世界各地都有当地的静载荷破坏准则,同一根桩的桩端极限承载力往往因为破坏准则的不同而各异。如果理论模拟仅能给出极限承载力解,模拟与实测的一致性往往会因为破坏准则的选择不同而被误

导。所以,桩端性状的模拟最好能类似图 3, 以桩端阻力和桩端沉降关系的形式给出,这样就不会受到地区规范各异的限制。根据图 3, 只要给出桩端容许沉降值, 就能得出相应的桩端极限承载力。

5 结 论

本文简要阐述了一个基于圆孔扩张理论模型。该模型可凭借桩的尺寸、桩端 SPT - N 值和初始竖向有效应力等少量信息, 推求桩端的荷载 - 沉降关系。球孔极限压力在结合了 Vesic (1972)^[2]和 Gupta (2002a)^[9]的工作后导出。在考虑了孔扩张过程中的能量守恒后, 对应于极限孔压的最小极限孔径也可导出。根据极限孔压和孔径解, 可进一步导出桩端极限承载力和特征沉降值, 从而可以将桩端荷载 - 沉降关系以双参数双曲线函数给出。模型考虑了砂土密实度、桩端应力水平及颗粒破碎对桩端承载力的影响。通过与两根静压 H 钢桩的静载试验结果比较, 该模型若采用 Yasufuku & Hyde (1995)^[7]提出的承载力系数, 能较好模拟桩端的荷载 - 沉降关系。

致 谢: 香港大学土木系助理教授杨骏博士对本模型的思路和架构提出了很多宝贵的意见, 笔者在此表示衷心感谢。

参考文献:

- [1] Meyerhof G G. Some recent research on the bearing capacity of foundations [J]. Can Geotech J, 1963,1(1): 16 - 26.
- [2] Vesic A S. Expansion of cavities in infinite soil mass [J]. J Soil Mech Found Div, 1972,98(SM3): 265 - 290.
- [3] Baligh M M. Strain path method [J]. J Geotech Engrg, 1985,111(9): 1108 - 1136.
- [4] Jardine R J, Potts D M, Fourie A B, Burland J B. Studies of the influence of non-linear stress-strain characteristics in soil-structure interaction [J]. Géotechnique, 1986,36(3): 377 - 396.
- [5] Poulos H G. Pile behaviour-theory and application [J]. Géotechnique, 1989,39(3): 365 - 415.
- [6] Randolph M F. Science and empiricism in pile foundation design [J]. Géotechnique, 2003,53(10): 847 - 875.
- [7] Yasufuku N, Hyde A F L. Pile end-bearing capacity in crushable sands [J]. Géotechnique, 1995,45(4): 663 - 676.
- [8] Gupta R C. Finite strain analysis for deep cone penetration [J]. J Geotech Engrg, 1991,117(10): 1610 - 1630.
- [9] Gupta R C. Finite strain analysis for expansion of cavities in granular soils [J]. Soils Found, 2002,42(6): 105 - 115.
- [10] Vesic A S, Clough G W. Behavior of granular materials under

- high stresses [J]. *J Soil Mech Found* Di, 1968, **94**(SM3): 661 - 688.
- [11] Vesic A S. Design of pile foundations [R]. Transport Res Board. NCHRP Synthesis of Practice 42, 1977:68.
- [12] Sayed S M, Hamed M A. Expansion of cavities in layered elastic system [J]. *Int J Numer Analyt Methods Geomech*, 1987, **11**: 203 - 213.
- [13] Randolph M F, Dolwin J, Beck R. Design of driven piles in sand [J]. *Géotechnique*, 1994, **44**(3): 427 - 448.
- [14] Salgado R, Mitchell J K, Jamiolkowski M. Cavity expansion and penetration resistance in sand [J]. *J Geotech Geoenviron* Engrg, 1997, **123**(4): 344 - 354.
- [15] Gupta R C. Estimating bearing capacity factors and cone tip resistance [J]. *Soils Found*, 2002, **42**(6), 117 - 127.
- [16] Hirayama H. Load-settlement analysis for bored piles using hyperbolic transfer functions [J]. *Soils Found*, 1990, **30**(1):55 - 64.
- [17] Yang J, Li X S. State-dependent strength of sands from the perspective of unified modeling [J]. *J Geotech Geoenviron* Engrg, 2004, **130**(2): 186 - 198.
- [18] Bolton M D. The strength and dilatancy of sands [J]. *Géotechnique*, 1986, **36**(1): 65 - 78.
- [19] Cubrinovski M, Ishihara K. Empirical correlation between SPT *N*-value and relative density for sandy soils [J]. *Soils Found*, 1999, **39**(5): 61 - 71.
- [20] Maeda K, Miura K. Relative density dependency of mechanical properties of sands [J]. *Soils Found*, 1999, **39**(1): 69 - 79.
- [21] Yu F. Behavior of large capacity jacked piles [D]. Hong Kong: Univ of Hong Kong, 2004.

第六届全国工程排水与加固技术研讨会会议纪要

由中国土木工程学会港口工程分会工程排水与加固专业委员会主办, 南京水利科学研究院承办的第六届全国工程排水与加固技术研讨会于 2005 年 10 月 25~28 日在南京召开, 来自日本、中国台湾及国内高校、科研、设计、施工、生产等单位约 100 多位代表出席了本次会议, 会议邀请了日本、中国台湾及国内的有关专家对工程排水与加固的不同方面进行了专题报告, 同时组织了从事多年相关工作的老专家对工程排水与加固技术中存在的问题以及今后的发展方向进行了热烈的研讨。

会议由人民交通出版社出版了《第六届全国工程排水与

加固技术研讨会论文集》和《排水固结加固软基技术指南》, 论文集收入了国内外近年来有关工程排水与加固技术的实践经验和科研成果及工程实录等, 这些论文较全面反映了工程排水与加固技术的应用现状及发展水平。

会议期间还召开了第六届工程排水与加固专业委员会年会, 选举产生了新一届学术委员会组成人员, 同时商定“第七届全国工程排水与加固技术研讨会”将于 2008 年 10 月在深圳举行, 并由铁道科学研究院深圳设计院承办。

(中国土木工程学会港口工程分会工程排水与加固专业委员会供稿)