



岩土二元介质模型的一般应力应变关系

Generalized stress-strain relationship of binary medium model for geological materials

沈珠江^{1, 2}, 刘恩龙¹, 陈铁林²

(1. 清华大学 水利水电工程系, 北京 100084; 2. 南京水利科学研究院 岩土工程研究所, 江苏 南京 210024)

摘要: 本文把岩土材料看作由胶结块和软弱包组成的二元介质, 并假定胶结块为弹脆性元, 软弱包为硬化型弹塑性元, 在非均质材料均匀化理论的基础上, 推导了增量型的一般应力应变关系。模型中包含弹脆性元的破损参数和应力集中系数两组结构参数, 其演化规律可以通过先假设后验证的办法确定。文末通过结构性粘土和砂岩岩样两个算例, 说明以上模型具有广泛适应性。

关键词: 二元介质; 均匀化理论; 破损参数; 应力集中系数

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2005)05-0489-06

作者简介: 沈珠江(1933-), 男, 教授, 1953 年毕业于华东水利学院 (现河海大学), 1960 年在前苏联获副博士学位, 中科院院士, 主要从事土体极限分析、土的本构模型及数值模拟研究。

SHEN Zhu-jiang^{1, 2}, LIU En-long¹, CHEN Tie-lin²

(1. Department of Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. Geotechnical Engineering Department of Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China)

Abstract: In this paper geomaterials are conceptualized as binary medium consisting of bonded blocks and weakened cells which are idealized as elastic-brittle element and hardening elastic-plastic element respectively. Based on the homogenization theory of heterogeneous materials, a generalized stress-strain relationship expressed in incremental form is derived. The model contains two sets of structural parameters whose evolution laws can be determined by means of “try and error” method, i.e., breakage parameter and stress concentration coefficient of elastic-brittle element. Finally a structural clay and a sandstone specimen are taken as two examples to prove the applicability of the suggested model.

Key words: binary medium; homogenization theory; breakage parameters; stress concentration coefficient

0 引言

岩土破坏力学是针对结构性岩土材料而提出的, 其核心思想是把结构性材料看作由胶结块 (结构体) 和软弱带 (结构面) 组成的二元介质 (双重介质), 胶结块用弹脆性元代表, 软弱带则用弹塑性元代表^[1, 2]。但是, 以前提出的二元介质模型中, 应力与应变关系是用总量来表达的, 而且对弹塑性元也假定应力应变之间存在唯一关系^[3]。因此, 这一关系只适用于应力路线没有明显转折的单调加荷情况。本文将在更一般意义上对二元介质模型进行讨论, 并推导增量型应力应变关系式。

1 基本原理和假定

1.1 均匀化理论

二元介质材料是一种非均质材料, 适用非均匀介质的均匀化理论^[4]。取一个代表性单元 (RVE), 设 $\{\sigma\}_1$ 、 $\{\varepsilon\}_1$ 和 $\{\sigma\}_2$ 、 $\{\varepsilon\}_2$ 分别为弹脆性元和弹塑性元的局部应力和局部应变, $\{\sigma\}$ 和 $\{\varepsilon\}$ 为该单元的平均

应力和平均应变, λ_v 为弹塑性元所占的体积率, 则按均匀化理论可得

$$\{\sigma\} = (1 - \lambda_v)\{\sigma\}_1 + \lambda_v\{\sigma\}_2, \quad (1a)$$

$$\{\varepsilon\} = (1 - \lambda_v)\{\varepsilon\}_1 + \lambda_v\{\varepsilon\}_2. \quad (1b)$$

2.2 局部应力应变关系

假设弹脆性元在破损以前为理想弹性材料, 相应的弹性矩阵为 $[D]_1$, 而弹塑性元的弹性矩阵为 $[D]_2$, 其屈服函数和塑性势函数分别为 f_2 和 g_2 , 则两者的增量型应力应变关系为

$$\{\Delta\varepsilon\}_1 = [D]_1^{-1}\{\Delta\sigma\}_1, \quad (2a)$$

$$\{\Delta\varepsilon\}_2 = [D]_2^{-1}\{\Delta\sigma\}_2 + \Delta\lambda \frac{\partial g_2}{\partial \{\sigma\}_2}, \quad (2b)$$

其中 $\Delta\lambda$ 为塑性乘子。如果 f_2 用下式表示

$$f_2(\{\sigma\}_2, h(\{\varepsilon^p\})) = 0, \quad (3)$$

h 为硬化参数, 则式(2b)可改写为

$$\{\Delta \varepsilon\}_2 = [D]_2^{-1} \{\Delta \sigma\}_2 + a \frac{\partial g_2}{\partial \{\sigma\}_2} \left\{ \frac{\partial f_2}{\partial \{\sigma\}_2} \right\}^T \{\Delta \sigma\}_2, \quad (4)$$

$$\text{其中 } a = - \left(\frac{\partial f_2}{\partial h} \left\{ \frac{\partial h}{\partial \{\varepsilon\}_2} \right\} \right)^T \frac{\partial g_2}{\partial \{\sigma\}_2}^{-1}, \quad (5)$$

a 可以称为塑性系数。

2.3 破损规律和局部应力系数

在受力过程中, 弹脆性元逐渐破损, 转化成弹塑性元, 弹塑性元所占的体积率 (破损率) 应增大。这一过程称为破损规律, 相应的函数关系假定为

$$\lambda_v = f_1(\{\sigma\}_1). \quad (6)$$

此外, 在试验测定和计算中人们只能知道平均应力 $\{\sigma\}$, 而局部应力则是未知的。因此, 还必须再假定一个局部应力系数 $[C]$, 即令

$$\{\sigma\}_1 = [C]\{\sigma\}, \quad (7)$$

函数 f_1 和 $[C]$ 都是待定的, 具体确定办法下面讨论。

2 基本关系式

设 $\{\sigma\}^0$ 、 $\{\varepsilon\}^0$ 、 $\{\sigma\}_1^0$ 、 $\{\varepsilon\}_1^0$ 、 $\{\sigma\}_2^0$ 、 $\{\varepsilon\}_2^0$ 代表现有的平均应力和平均应变及局部应力和局部应变, $\{\Delta \sigma\}$ 、 $\{\Delta \varepsilon\}$ 、 $\{\Delta \sigma\}_1$ 、 $\{\Delta \varepsilon\}_1$ 、 $\{\Delta \sigma\}_2$ 、 $\{\Delta \varepsilon\}_2$ 为相应的应力和应变增量, 则 $\{\sigma\}^0 + \{\Delta \sigma\}$ 、 $\{\varepsilon\}^0 + \{\Delta \varepsilon\}$ 、 $\{\sigma\}_1^0 + \{\Delta \sigma\}_1$ 、 $\{\varepsilon\}_1^0 + \{\Delta \varepsilon\}_1$ 、 $\{\sigma\}_2^0 + \{\Delta \sigma\}_2$ 、 $\{\varepsilon\}_2^0 + \{\Delta \varepsilon\}_2$ 代表增量完成后的应力应变状态。下面分两种情况推导增量型应力应变关系式。

2.1 单参数均匀化理论

按式 (1) 的均匀化理论, 设 λ_v^0 为原有的体积破损率, $\Delta \lambda_v$ 为体积破损率的增量, $\lambda_v^0 + \Delta \lambda_v$ 为新的体积破损率, 则把增量前后的应力应变分别代入式 (1a) 和式 (1b) 后相减, 略去高阶小量后可得下列增量关系式

$$\{\Delta \sigma\} = \{\Delta \sigma\}_1 + \lambda_v^0 (\{\Delta \sigma\}_2 - \{\Delta \sigma\}_1) + \Delta \lambda_v (\{\sigma\}_2^0 - \{\sigma\}_1^0), \quad (8a)$$

$$\{\Delta \varepsilon\} = \{\Delta \varepsilon\}_1 + \lambda_v^0 (\{\Delta \varepsilon\}_2 - \{\Delta \varepsilon\}_1) + \Delta \lambda_v (\{\varepsilon\}_2^0 - \{\varepsilon\}_1^0). \quad (8b)$$

从式 (8a) 中解出 $\{\Delta \sigma\}_2$, 并把

$$\{\Delta \varepsilon\}_2 = [D]_{ep}^{-1} \{\Delta \sigma\}_2, \quad \{\Delta \varepsilon\}_1 = [D]_1^{-1} \{\Delta \sigma\}_1 \quad \text{和}$$

$$\Delta \lambda_v = \left\{ \frac{\partial f_1}{\partial \{\sigma\}_1} \right\}^T \{\Delta \sigma\}_1 \quad \text{代入式 (8b) 以及利用式 (1a) 和式}$$

(1b) 消去 $\{\sigma\}_2^0$ 和 $\{\varepsilon\}_2^0$ 后可得

$$\{\Delta \varepsilon\} = [D]_{ep}^{-1} \{\Delta \sigma\} - (1 - \lambda_v^0) ([D]_{ep}^{-1} - [D]_1^{-1}) [A] \{\Delta \sigma\} +$$

$$\frac{1}{\lambda_v^0} ([D]_s^{-1} - [D]_{ep}^{-1} + [D]_{ep}^{-1} [C] - [D]_1^{-1} [C]) \{\sigma\}^0 \{B\} [A] \{\Delta \sigma\}, \quad (9)$$

式中

$$[D]_{ep}^{-1} = [D]_2^{-1} + a \frac{\partial g_2}{\partial \{\sigma\}_2} \left\{ \frac{\partial f_2}{\partial \{\sigma\}_2} \right\}^T, \quad (10)$$

$$[D]_s^{-1} = \frac{\{\varepsilon\}^0}{\{\sigma\}^0}, \quad (11)$$

$$\{B\} = \frac{\partial f_1}{\partial \{\sigma\}_1}, \quad (12)$$

$$[A] = \frac{\partial \{\sigma\}_1}{\partial \{\sigma\}} = [C] + \frac{\partial [C]}{\partial \{\sigma\}} \{\sigma\}. \quad (13)$$

式 (9) 表明, 总应变增量 $\{\Delta \varepsilon\}$ 由三部分组成, 第一部分是是整个单元看作弹塑性元时应当产生的变形, 第二部分是由于弹脆性元的存在造成的变形减少, 第三部分则因 $\Delta \lambda_v$ 而引起, 即部分弹脆性元破损的结果。

2.2 双参数均匀化理论

但是, 岩土材料有许多特点, 上述单参数均匀化理论不一定完全适应。首先, 软化条件下破坏面将沿某一剪切带发生, 即存在应变局部化问题。这时, 对带内和带外的应力应变再按体积平均似不再合适。其次, 对某些坚硬的多裂隙岩土体, 破坏可能因裂隙的扩展连通而发生, 但裂隙的厚度不大, 即使破坏时, 按体积计算的破损率仍然很小。为此, 有必要把应力张量和应变张量划分成球张量和偏张量两部分, 对前者按体积平均, 而对后者按面积平均。这样, 在体积破损率 λ_v 以外还须引入一个面积破损率 λ_s , 即按双参数的办法进行应力应变的均匀化。

按上述思路, 式 (1) 的平均化表达式改写为

$$\sigma_m = (1 - \lambda_v) \sigma_{m1} + \lambda_v \sigma_{m2}, \quad (14a)$$

$$\varepsilon_v = (1 - \lambda_v) \varepsilon_{v1} + \lambda_v \varepsilon_{v2}, \quad (14b)$$

$$\{s\} = (1 - \lambda_s) \{s\}_1 + \lambda_s \{s\}_2, \quad (15a)$$

$$\{e\} = (1 - \lambda_s) \{e\}_1 + \lambda_s \{e\}_2, \quad (15b)$$

其中 $\sigma_m = (1/3)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$; $\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$; $\{s\} = \{\sigma\} - \sigma_m \{I\}$, $\{e\} = \{\varepsilon\} - (1/3)\varepsilon_v \{I\}$, $\{I\}$ 为单位张量。令 $\Delta \sigma_m$, $\Delta \sigma_{m1}$, $\Delta \sigma_{m2}$; $\Delta \varepsilon_v$, $\Delta \varepsilon_{v1}$, $\Delta \varepsilon_{v2}$; $\{\Delta s\}$, $\{\Delta s\}_1$, $\{\Delta s\}_2$; $\{\Delta e\}$, $\{\Delta e\}_1$, $\{\Delta e\}_2$ 和 $\Delta \lambda_v$, $\Delta \lambda_s$ 为相应的增量, 局部应力应变关系写为

$$\Delta \varepsilon_{v1} = (1/K_1) \Delta \sigma_{m1}, \quad (16a)$$

$$\{\Delta e\}_1 = (1/(2G_1)) \{\Delta s\}_1, \quad (16b)$$

$$\Delta \varepsilon_{v2} = K_2^{-1} \Delta \sigma_{m2} + a \frac{\partial g_2}{\partial \sigma_{m2}} \left(\frac{\partial f_2}{\partial \sigma_{m2}} \Delta \sigma_{m2} + \left\{ \frac{\partial f_2}{\partial \{s\}_2} \right\}^T \{\Delta s\}_2 \right), \quad (17a)$$

$$\{\Delta e\}_2 = \frac{1}{2} G_2^{-1} \{\Delta s\}_2 + a \frac{\partial g_2}{\partial \{s\}_2} \left(\frac{\partial f_2}{\partial \sigma_{m2}} \Delta \sigma_{m2} + \left\{ \frac{\partial f_2}{\partial \{s\}_2} \right\}^T \{\Delta s\}_2 \right), \quad (17b)$$

其中 K_1 、 K_2 和 G_1 、 G_2 分别为结构块和软弱包的体积模量和剪切模量。再把式 (6) 和式 (7) 的破损函数及局部应力系数写为

$$\lambda_v = f_v(\{\sigma\}_1), \quad (18a)$$

$$\lambda_s = f_s(\{\sigma\}_1), \quad (18b)$$

和

$$\sigma_{ml} = c_m \sigma_m, \quad (19a)$$

$$\{s\} = c_s \{s\}. \quad (19b)$$

仿照前面的推导步骤, 可得如下应力应变关系:

$$\begin{aligned} \{\Delta \varepsilon\} = & \left(\frac{1}{3} [K]_2^{-1} + \frac{1}{3} [P]_m^{-1} + \frac{\lambda_v^0}{\lambda_v} [Q_m]^{-1} \right) \Delta \sigma_m \{I\} + \left(\frac{1}{2} [G]_2^{-1} + \right. \\ & [Q_s]^{-1} + \frac{1}{3} \frac{\lambda_v^0}{\lambda_s} [P_s]^{-1} \left. \right) \{\Delta s\} - (1 - \lambda_v^0) \left(\frac{1}{3} [K]_2^{-1} + \frac{1}{3} [P]_m^{-1} - \frac{1}{3} [K]_1^{-1} + \right. \\ & \frac{\lambda_s^0}{\lambda_v} [Q_m]^{-1} A_m \Delta \sigma_m \{I\} - (1 - \lambda_s^0) \left. \left(\frac{1}{2} [G]_2^{-1} + [Q]_s^{-1} - \frac{1}{2} [G]_1^{-1} + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{3} \frac{\lambda_v^0}{\lambda_s} [P]_s^{-1} \right) A_s \{\Delta s\} + \frac{1}{\lambda_v^0} \left(\frac{1}{3} [K]_s^{-1} - \frac{1}{3} c_m [K]_1^{-1} - \left(\frac{1}{3} [K]_2^{-1} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{1}{3} [P]_m^{-1} + \frac{\lambda_s^0}{\lambda_v} [Q_m]^{-1} (1 - c_m) \right) \sigma_m \{I\} \Delta \lambda_v + \right. \\ & \left. \frac{1}{\lambda_s^0} \left(\frac{1}{2} [G]_s^{-1} - \frac{1}{2} c_s [G]_1^{-1} - \left(\frac{1}{2} [G]_2^{-1} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. [Q]_s^{-1} + \frac{1}{3} \frac{\lambda_v^0}{\lambda_s} [P_s]^{-1} \right) (1 - c_s) \right) \{s\} \Delta \lambda_s, \quad (20) \end{aligned}$$

$$\text{其中 } [K]_1^{-1} = \frac{1}{K_1} [I], [G]_1^{-1} = \frac{1}{G_1} [III]; \quad (21a)$$

$$[K]_2^{-1} = \frac{1}{K_2} [I], [G]_2^{-1} = \frac{1}{G_2} [III]; \quad (21b)$$

$$[P_m]^{-1} = a \frac{\partial g_2}{\partial \sigma_{m2}} \{I\} \frac{\partial f_2}{\partial \sigma_{m2}} \{I\}^T; \quad (22a)$$

$$[P_s]^{-1} = a \frac{\partial g_2}{\partial \sigma_{m2}} \{I\} \left\{ \frac{\partial f_2}{\partial \{s\}_2} \right\}^T; \quad (22b)$$

$$[Q_m]^{-1} = a \frac{\partial g_2}{\partial \{s\}_2} \frac{\partial f_2}{\partial \sigma_{m2}} \{I\}^T; \quad (22c)$$

$$[Q_s]^{-1} = a \frac{\partial g_2}{\partial \{s\}_2} \left\{ \frac{\partial f_2}{\partial \{s\}_2} \right\}^T; \quad (22d)$$

$$[K]_s^{-1} = \frac{\varepsilon_v}{\sigma_m} [I], [G]_s^{-1} = \frac{2\{e\}}{\{s\}}; \quad (23)$$

$$A_m = c_m + \frac{\partial c_m}{\partial \sigma_m} \sigma_m, A_s = c_s + \left\{ \frac{\partial c_s}{\partial \{s\}} \right\}^T \{s\}; \quad (24)$$

且 $\{I\} = \{1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0\}^T$,

$$[I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [III] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

为单位矢量和单位张量。式(20)的构成与式(9)相同, 即右边前两项为把整个单元看作弹塑性元时应当产生的变形, 中间两项是因弹脆性元存在导致的变形减少, 后面两项则因破损参数 $\Delta \lambda_v$ 和 $\Delta \lambda_s$ 的增加而引起, 但为了表达简洁, 没有把 $\Delta \lambda_v$ 和 $\Delta \lambda_s$ 按下式转化

成 $\Delta \sigma_m$ 和 $\{\Delta s\}$ 。

$$\Delta \lambda_v = B_{vm} A_m \Delta \sigma_m + \{B_v\}_s^T A_s \{\Delta s\}, \quad (25a)$$

$$\Delta \lambda_s = B_{sm} A_m \Delta \sigma_m + \{B_s\}_s^T A_s \{\Delta s\}, \quad (25b)$$

$$\text{其中 } B_{vm} = \frac{\partial f_v}{\partial \sigma_{m1}}, \{B_v\}_s = \frac{\partial f_v}{\partial \{s\}_1},$$

$$B_{sm} = \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{m1}}, \{B_s\}_s = \frac{\partial f_s}{\partial \{s\}_1}。$$

3 结构参数演化规律

式(9)和式(20)中共有4组参数需要确定。首先是弹脆性元的模量可以通过原状岩土材料的室内试验测定, 但由于取样扰动的影响, 这样测定的结果不一定可靠, 所以最好通过原位试验测定。第二组是弹塑性元的弹性模量和硬化参数等, 可以把试样重塑以后或经反复剪切使胶结块基本破碎以后再用传统方法测定, 此处不在赘述。下面讨论破损函数 λ_v 、 λ_s 和应力集中系数 c_v 、 c_s 的确定方法, 这两种参数与材料的内部结构有关, 将称为结构参数。

对于内部结构已知的人工材料, 例如合金和砖砌体, 简单情况下结构参数可以通过理论分析得出, 复杂情况下可以通过微结构的数值计算确定^[5, 6]。但是, 岩土材料是天然形成的, 其内部结构实际上无法测定。因此, 唯一可行的办法是通过试验间接测定, 具体的说就是先假设不同的参数演化规律, 用式(9)或式(20)算出应力应变曲线, 并与实测的应力应变曲线比较, 从中选出最优的参数。为了使这样确定的参数更符合实际, 试验所用的应力路线应当尽量接近实际问题的应力路线, 例如包括应力路线的转折, 主应力轴的旋转等。

3.1 破损参数

下面探讨破损参数 λ_v 和 λ_s 的可能表达形式。

从微观上看, 胶结块的破裂是胶结键受拉引起的。因此, 对于密实的块体, 单纯的围压一般不会引起破碎。但是, 内部有孔隙的岩土体, 例如砂岩和黄土之类的结构块, 单纯加围压同样可以被压碎。当块体之间除了面一面接触外还存在面一角接触时, 围压增大可以引起破损更是不言而喻。至于象裂缝扩展这样的面积破损问题, 法向应力的作用无疑是至关重要的因素。仿照塑性理论中屈服面即为等硬化参数面的假设, 可以把等破损参数面区分成三类, 如图1。其中 a 是 Mises 型破损面, 不考虑围压的影响; b 是 Mohr-Coulomb 或 Drucker-Prager 型破损面, 可以描述面积破损问题; c 是帽盖模型或封闭型破损面, 可以描述围压作用下的体积破损问题。如果采用 b 型破损面和 c 型破损面分别描述面积破损率和体积破损率的

增长规律, 相应的 λ_v 和 λ_s 公式可以写为

$$\lambda_v = \lambda_{v0} + a_v \left(\frac{q - q_0}{Pa} \right)^{m_v}, \quad (26a)$$

$$\lambda_s = \lambda_{s0} + a_s (\eta - \eta_0)^{m_s}, \quad (26b)$$

式中

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(\frac{\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_2}{\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2} \right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_3}{\bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3} \right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_3 - \bar{\sigma}_1}{\bar{\sigma}_3 + \bar{\sigma}_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$\bar{\sigma}_1 = \sigma_1 + \sigma_c$; $\bar{\sigma}_2 = \sigma_2 + \sigma_c$; $\bar{\sigma}_3 = \sigma_3 + \sigma_c$; a_v 、 a_s 、 m_v 和 m_s 为 4 个参数; λ_{v0} 和 λ_{s0} 为初始破损率, q_0 和 η_0 为破损开始扩展时的门槛应力; Pa 为大气压力。上述各式中的应力均指弹脆性元受到的局部应力。但是, 以上公式可能只适用于单调加荷问题。循环荷载或其它复杂加荷路线下, q 和 η 的减少 (卸荷) 也可能引起破损。有关这方面的研究留待今后讨论。式 (26a) 中

$$q = \frac{\sigma_m}{1 - \eta^n}, \quad (27)$$

n 为形状参数, 可取 1.2^[7]。

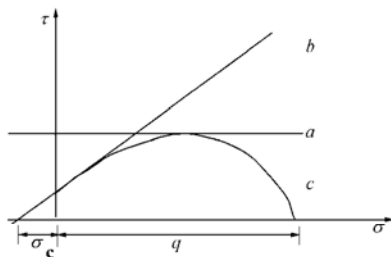


图 1 破损面

Fig. 1 Breakage surfaces

3.2 应力集中系数

式 (19) 中的应力集中系数 c_m 和 c_s 同样是无法直接量测的内变量, 只能通过先假设后求证的办法从计算结果与试验曲线对比中间测定。在单调加荷情况下, 可以推测平均应力 $\{\sigma\}$ 与结构体的局部应力 $\{\sigma\}_1$ 之间大体上应有图 2 的关系。开始加荷时没有破损, 全部应力由结构体承担, 局部应力与平均应力是一样的, 应力集中系数为 1。随着破损的发展, 应力集中系数不断增大, 如图中实线 a 。如果发生软化, 平均应力降低, 这一系数增大更快, 如图中虚线 b 。因此, 作为初步近似, 建议先按下列公式计算 c_m 和 c_s

$$c_m = 1 + \alpha_m \lambda_v, \quad (28a)$$

$$c_s = 1 + \alpha_s \lambda_s. \quad (28b)$$

由于 λ_v 和 λ_s 本身是局部应力的函数, 因此 c_m 和 c_s 也是局部应力的隐函数, 所以原则上应在每一荷载增量步计算中考虑 c_m 和 c_s 的变化, 但这样一来将使问题变得很复杂, 所以下面计算中假定在每增量步中 c_m 和 c_s 不变, 并按增量以前的 λ_v^0 和 λ_s^0 计算。

显然, 应力集中系数不仅与两类元件的力学特性有关, 还与结构体的排列方式有关。例如, 当结构体被软弱带包围时 (包络结构)^[8], 两者所受到的局部球应力应当接近, 亦即 $c_m \approx 1$, $\alpha_m \approx 0$ 。又如, 在裂缝尖端, 应力集中度很高, c_s 应当很大, 但在围压增高以后又会有所减少。有关这些问题, 尚需今后进一步研究。

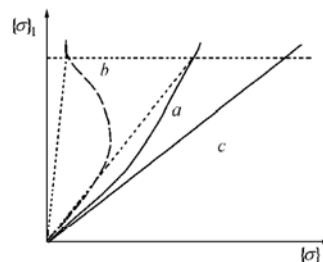


图 2 应力集中系数

Fig. 2 Stress concentration coefficient

4 算 例

4.1 结构性粘土

这类土可以按包络结构考虑, 即取 $c_m = 1$ 。因而平均应力 $\sigma_{m1} = \sigma_{m2} = \sigma_m$ 。其次, 已有的大量试验资料表明, 这类土中存在一个初始屈服面。按本文的理解, 这样的屈服面实际上就是初始屈服应力, 即式 (26) 中的 q_0 和 η_0 , 相应的初始破损参数 λ_{v0} 和 λ_{s0} 应等于零。

结构性粘土破损以后的应力应变特性可以用剑桥模型描述。但为了更好拟合 π 平面上的试验结果, 把原模型的椭球型屈服面也改为式 (27) 所示的水滴型屈服面, 其子午面内形状如图 1 中曲线 c 。相应的屈服函数为

$$f = \frac{\sigma_m}{1 - \eta^n} - \sigma_{m0} \exp\left(\frac{\varepsilon_v^p}{\lambda - \kappa}\right), \quad (29)$$

式中 σ_{m0} 为塑性体应变 ε_v^p 为 0 时的参考压力; λ 和 κ 为压缩指数和回弹指数。如果采用正交流动法则, 按式 (5) 计算的塑性系数为

$$a = \frac{\lambda - \kappa}{\sigma_m}, \quad (30)$$

上述式中的应力应为弹塑性元所受的局部应力, 当 σ_m 和 σ_{m1} 已知时, σ_{m2} 可由式 (14a) 算出。下面针对围压 σ_c 分别为 25、100 和 400 kPa 三种情况的结构性粘土的三轴压缩试验, 取下列参数进行计算: $K_1 = 12$ MPa, $G_1 = 4.5$ MPa, $q_0 = 50$ kPa, $\eta_0 = 0.1$, $a_v = 0.035$, $a_s = 1.0$, $m_v = 0.01$, $m_s = 2$, $\alpha_m = 0$, $\alpha_s = 3$, $\lambda = 0.21$, $\kappa = 0.03$, 且破损土的回弹模量按下式计算:

$$K_2 = \frac{\sigma_m}{\kappa}, \quad G_2 = \frac{\sigma_m}{2.67\kappa} \quad (31)$$

计算与试验的应力应变曲线比较如图3所示^[9]。可见建议的模型能完全反映低围压时软化和高围压时硬化的现象。

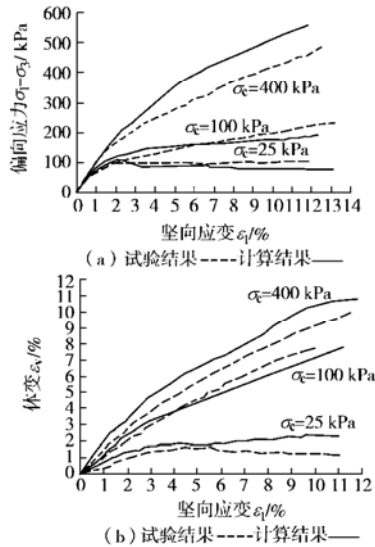


图3 结构性粘土计算结果

Fig. 3 The calculated results of structural clay

4.2 多裂隙岩体

如果岩块本身比较密实, 不易破碎, 则此类岩体的破坏过程表现为已有裂隙的逐步连接贯通, 形成一个宏观的滑动面。因此, 对此类岩体可以先假定一对初始破损率值 λ_{v0} 和 λ_{s0} , 其中 λ_{v0} 代表裂隙岩体所占的体积, 应是一个较小的值, 并且在破损过程中没有明显的增大, λ_{s0} 则随着 η 的增大不断增大。同时, 式(26a)中应设定一个较大的 q_0 值以排除岩块的破损。如果裂隙分布比较均匀, 并把岩体包围形成网络, 则同样可以假定球应力的集中系数 $c_m = 1$ 。但另一方面, 裂隙尖端的应力集中度会比较大, 所以应选用一个较大的 α_s 值。

对于已破损的裂隙带, 可以选用下列修正的 Drucker-Prager 屈服面

$$f_2 = (\eta - \eta_0) - \frac{(\eta_f - \eta_0)\varepsilon_s^p}{a_0 + \varepsilon_s^p} \quad (32)$$

此式中假定 $\eta - \varepsilon_s^p$ 为双曲线, $1/a_0$ 为其初始斜率, $\eta_f = \sin \varphi$ 为其屈服值, φ 为内摩擦角, ε_s^p 代表塑性剪应变。采用相关联流动法则, 按式(5)算得的塑性系数为

$$a = \frac{a_0 \eta_f}{(\eta_f - \eta)^2} \quad (33)$$

上述各式中的应力应为弹塑性元所受的局部应力, 当 $\{s\}$ 和 $\{s\}_1$ 已知时, $\{s\}_2$ 可由式(15a)算出。下面对围压 σ_c 分别为 5、20 和 40 MPa 三种情况的砂岩岩样^[10]

的三轴压缩进行计算, 计算采用的参数如下: $K_1 = 3000$ MPa, $G_1 = 1200$ MPa, $q_0 = 7.5$ MPa, $\eta_0 = 0.1$, $\lambda_{v0} = 0.05$, $\lambda_{s0} = 0.2$, $a_v = 0$, $a_s = 1.0$, $m_v = 2$, $m_s = 2$, $\alpha_m = 0$, $\alpha_s = 3$, $a_0 = 0.01$, $\eta_f = 0.7(\varphi = 40^\circ)$, $K_2 = \sigma_m / \left(\frac{10Pa}{\sigma_c} \right)^{1.1}$, $G_2 = \sigma_m / \left(\frac{10Pa}{\sigma_c} \right)^{0.6}$ 。计算结果如图4所示。

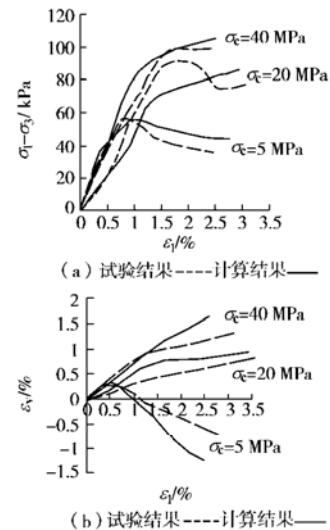


图4 砂岩岩样计算结果

Fig. 4 The calculated results of sandstone specimens

当然, 以上两个算例应属于单调加荷问题, 有关上述理论如何应用于复杂加荷问题, 尚待进一步研究。

5 结 论

(1) 结构性岩土材料可以抽象为由胶结块和软弱包构成的二元介质, 前者可用弹脆性元模拟, 后者可用弹塑性元模拟, 受力过程中弹脆性元逐渐破损并转化为弹塑性元。

(2) 二元介质是一种非均匀介质, 可以应用非均匀质材料的均匀化理论推导其应力应变关系。但是, 传统的理论是通过体积平均得出平均应力和平均应变, 本文中提出了同时应用体积平均和面积平均的概念, 并建立了以体积破损率和面积破损率为双参数的均匀化理论。

(3) 弹塑性元的破损受该元承担的局部应力的控制, 为了从平均应力推求局部应力, 必须建立局部应力系数的公式。

(4) 破损率和应力集中系数两组结构参数是二元介质模型中的内变量, 前者与损伤力学中的损伤变量有一定的相似之处, 后者则与断裂力学中裂缝尖端的应力集中有一定的联系。但是, 鉴于岩土材料的内部结构实际上是无法测定的, 因此两者的演化规律只能

通过先假设后通过试验验证的办法间接确定。

(5) 通过结构性粘土和多裂隙岩体两个算例表明, 建议的二元介质模型可以模拟这两种材料的基本变形特性, 具有广泛的适用性。

参考文献:

- [1] 沈珠江. 岩土破坏力学与双重介质模型[J]. 水利水运工程学报, 2002, (4):1 - 6.
- [2] 沈珠江. 岩土破坏力学:理想脆弹塑性模型[J]. 岩土工程学报, 2003,24(3):253 - 257.
- [3] 沈珠江, 邓 刚. 超固结粘土的二元介质模型[J]. 岩土力学, 2003,25(4):495 - 499.
- [4] Wang J G, Leung C F, Ichicawa Y. A simplified homogenization method for composite soils[J]. Computers and Geotechnics, 2002, 29:477 - 500.
- [5] Nadeau J C, Ferrari M. Microstructural optimization of a functionally graded transversely isotropic layer[J]. Mechanics of Materials, 1999, 31: 637 - 651.
- [6] Anthoine A. Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory[J]. Int J Solids and Structures, 1995,32(2):137-163.
- [7] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京:水利水电出版社, 2000.
- [8] 沈珠江, 陈铁林. 岩土破坏力学:结构类型与荷载分担[J]. 岩土力学与工程学报, 2004,23(13):2137 - 2142.
- [9] 沈珠江. Development of structural model for soils[A]. Proc 9th Int Conf Computer Methods and Advances in Geomechanics[C]. Wuhan, 1997. 235 - 240.
- [10] Besuelle P, Baud P. Failure mode and spatial distribution of damage in rothbach sandstone in the brittle-ductile transition[J]. Pure and Applied Geophysics, 2003, 160(5 - 6):851 - 868.