

水平受荷桩的耦合算法

A coupling analytical solution of piles subjected lateral loads

周洪波^{1, 2}, 杨敏², 杨桦²

(1. 广东省建筑设计研究, 广东 广州 510010; 2. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘要: 目前, 计算水平受荷桩基时较为流行的是 $p-y$ 曲线法和 Poulos 弹性理论法。本文在 $p-y$ 曲线法和 Poulos 弹性理论法的基础上, 提出一种能够考虑两者优点的耦合算法。根据 $p-y$ 曲线法分析得出相对于不同土体应力状态的弹性模量, 利用分析得出的弹性模量, 采用 Poulos 弹性理论法考虑桩土之间的相互作用。实例分析表明, 提出的耦合算法能够较为有效地分析水平受荷桩基。

关键词: 桩; 水平荷载; $p-y$ 曲线法; 弹性理论; 耦合算法

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2005)04-0432-05

作者简介: 周洪波 (1974-), 男, 湖北崇阳人, 同济大学博士研究生。主要从事桩基理论、土与结构物相互作用、桩基检测技术等方面的研究。

ZHOU Hong-bo^{1, 2}, YANG Min², YANG Hua²

(1. The Architectural Design and Research Institute of Guangdong Province, Guangzhou 510010, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: It is common to use the load-transfer curves ($p-y$ curves) or Poulos's elastic theory to calculate laterally loaded piles at present. This paper discusses the characteristics of these two methods and develops a new coupling analytical solution based on these methods. In the new method, the soil moduli along pile length are calculated by the $p-y$ curves according the stress level and lateral displacements of soil, then the elastic theory is used to account for the soil-pile interaction between different elements using the above soil modulus. The results of the proposed coupling method is reasonable as shown by comparing lateral behavior of the pile with the above two methods.

Key words: pile; lateral loads; $p-y$ curves model; elastic theory method; coupling analytical solution

0 前言

目前, 对承受水平荷载的桩基进行分析设计时, 可以采用经验法、Winkler 地基反力法 (弹性地基梁法)、Poulos 弹性理论法和有限元法等, 其中地基反力法又可以分为极限地基反力法、弹性地基反力法 (包括线性弹性地基反力法和非线性弹性地基反力法) 和复合地基反力法 ($p-y$ 曲线法)。在以上各种方法之间以非线性弹性地基反力法、复合地基反力法和 Poulos 弹性理论法应用较为广泛。

不过, 对于非线性弹性地基反力法、 $p-y$ 曲线法来说, 虽然其计算较为简单, 应用方便, 能够考虑桩周土体的非线性特性, 但不能考虑沿桩身各层土体之间的相互作用。而对于 Poulos 弹性理论法^[1]来说, 能够考虑沿桩身各层土体之间相互作用, 引入桩周土体屈服压力后也能够近似考虑桩周土体的非线性性质, 但计算分析时采用预先选定的土体模量, 在计算过程中桩身各土层的土体模量不随荷载大小而变化, 因而增加了同一组桩基在不同大小的荷载作用时选择土体参数的难度, 其计算结果有一定的局限性。

本文在对 $p-y$ 曲线法和 Poulos 弹性理论法进行

分析的基础上, 提出一种能够考虑两者优点的耦合算法。根据 $p-y$ 曲线法分析得出桩身不同深度处相对于不同土体应力状态的土体模量, 利用分析得出的土体模量, 采用 Poulos 弹性理论法考虑桩身各土层土体之间的相互作用。这种新的耦合算法能够同时体现 $p-y$ 曲线法和 Poulos 弹性理论法的特点, 既通过弹性理论法考虑了桩身各土层土体之间相互作用, 又通过变化的弹性模量反映了桩周土体相对于不同应力状态的非线性特性, 减少了选择土体参数的难度。实例分析表明, 这种耦合算法能够较为有效地分析水平受荷桩基, 其计算结果是合理的。

1 耦合算法原理

1.1 Poulos 弹性理论法^[1]原理简介

由于地基反力法中, 假定与基础接触的土介质每一点处的表面位移与作用在该点处的应力成正比, 而与交界面上各点包括相邻点的应力和位移完全无关,

基金项目: 上海市科委重点资助基础研究课题 (02DJ14062); 教育部高等学校博士学科点专项科研基金资助项目 (20020247003)

收稿日期: 2004-06-10

因而不能反映土体作为连续介质的力学性质。为此, Poulos 建议将土体视为均质弹性体, 利用 Mindlin^[2] 积分解考虑桩身和土体中各点之间的相互作用, 从而建立起水平荷载单桩的弹性力学方法。

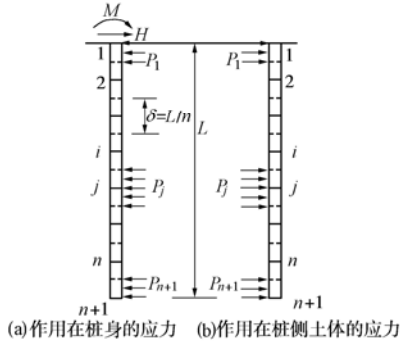


图1 Poulos 弹性理论法桩土相互作用示意图

Fig. 1 Interaction between pile and soil

在弹性力学方法中单桩在水平荷载作用下, 其桩顶位移值由图1所示的方法计算。如图1所示, 将桩全长 L (除桩顶和桩底为 $\delta/2$ 外) 等分成 $\delta = L/n$ 长的 n 段, 则对除桩顶和桩底以外的 $n-1$ 个桩段, 等截面桩的挠曲控制微分方程可写成如下有限差分方程组形式:

$$-\{p\} = \frac{E_p I_p n^4}{dL^4} [D] \{y_p\} + \frac{E_p I_p n^4}{dL^4} \{A\}, \quad (1)$$

式中 $\{A\} = \left\{ \frac{ML^2}{n^2 E_p I_p} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \right\}^T$; $[D]$ 为 $(n-1)$

$\times (n+1)$ 阶有限差分系数矩阵; $\{y_p\}$ 为 $n+1$ 桩段位移值数列; $\{p\}$ 为桩侧土压力数列; d 为桩径, $E_p I_p$ 为桩的抗弯刚度。同时桩周土体作为均质弹性介质, 其应力和变形满足 Mindlin 半无限体内作用有水平力的弹性力学解答, 即桩土界面处由桩土接触压力 $\{p\}$ 引起的土的位移

$$\{y_s\} = \frac{d}{E_s} [I_s] \{p\}, \quad (2)$$

式中 $[I_s]$ 为 $(n+1) \times (n+1)$ 土体位移相互影响系数矩阵, 由 Mindlin 积分得出; E_s 为桩段处的土体模量值。

由桩土界面相应点的桩土位移协调条件 $\{y_p\} = \{y_s\}$, 可得

$$[[I] + K_R n^4 [D] \cdot [I_s]] \cdot \{p\} = \{B\}, \quad (3)$$

式(3)中 $\{B\} = \left\{ -\frac{Mn^2}{dL^2} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \right\}^T$, $K_R = \frac{E_p I_p}{E_s L^4}$ 为桩土相对刚度系数, $[I]$ 为 $(n-1) \times (n+1)$ 阶单位矩阵。

联立式(1)、(2)和(3)和相应的水平力和力矩平衡方程, 即可解得沿桩身的地基反力和桩身水平位移, 进而求得沿桩身的弯矩和剪力值。

当作用在任一桩段桩侧的计算土压力超过桩侧土体屈服压力值时, 桩侧土体土压力值取屈服压力值,

同时采用对应于该桩段的挠曲控制微分方程代替桩土位移协调方程求解, 直至沿桩身每一桩段桩侧的土压力值均不大于该桩段处桩侧土体屈服压力值。通过引入土体的屈服压力概念, 上述弹性方法能够反映水平荷载桩顶荷载一位移关系的非线性特性。

弹性理论法概念明确, 能够反映桩身各土层之间的相互作用和桩顶荷载一位移关系的非线性特性, 但难以确定合适的土体模量, 特别是荷载不同时, 要选取不同的土体模量, 才能得到较为合理的结果。

1.2 $p-y$ 曲线法原理简介

目前, 对桩土作用的非线性特性进行分析最广泛采用的方法是 Matlock^[3]和 Reese^[4]等人发展起来的 $p-y$ 曲线法(如图2)。该法用 $p-y$ 曲线描述土反力的非线性, 桩被视为线弹性梁, 按梁的挠曲微分方程计算。对于等截面桩来说, 按下式求解

$$E_p I_p \frac{d^4 y(z)}{dz^4} + bp(y, z) = 0, \quad (4)$$

式中 (z) 为桩身的水平位移, $p(y, z)$ 为水平地基反力; b 为桩宽或桩径。

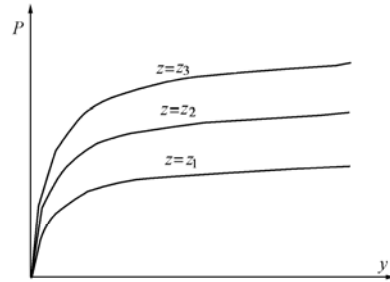


图2 $p-y$ 曲线

Fig. 2 $p-y$ curves

采用 $p-y$ 曲线法能够方便的反映桩土相互作用的非线性特性。20 世纪 70 年代以来, 各国学者对不同土类的实际 $p-y$ 曲线进行了大量研究, 积累了丰富的资料, 并被列入了美国石油协会制定的 API 规范。不过, 作为地基反力法的一种, $p-y$ 曲线法也不能反映土体作为连续介质的力学性质。

1.3 耦合算法的提出

如上所述, 弹性理论法能够考虑沿桩身各层土体之间相互作用, 但难以确定合适的土体模量; 而 $p-y$ 曲线法可以方便的反映桩土相互作用的非线性特性但不能反映沿桩身各层土体之间相互作用。如果采用弹性理论法能够沿桩身各层土体之间相互作用, 土体的模量根据 $p-y$ 曲线法确定, 就能够同时体现 $p-y$ 曲线法和 Poulos 弹性理论法的优点。

如图3所示, 图中曲线为桩身某一深度处的 $p-y$ 曲线, 对应于桩身不同的位移值, 桩周土反力也不相同, 桩身位移为 y_i 时对应的土反力为 p_i , 而桩身位移为 y_j 时对应的土反力为 p_j 。由于土反力值和桩身位移值

之比随着桩身位移值的增大而减小, 因而体现了非线性特性。

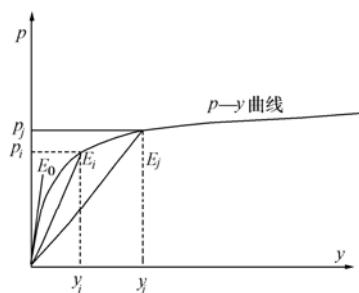


图 3 采用 $p-y$ 曲线确定土体模量示意图

Fig. 3 Soil modulus determined by $p-y$ curves

定义桩身某一深度对应于桩身位移为 y_i 的土体计算模量为

$$E_i = \frac{p_i \cdot d}{y_i}, \quad (5)$$

式中 d 为桩径。

采用 (2) 式进行桩土相互作用分析时, 沿桩身任一深度处的土体模量 E_s 根据该深度处的 $p-y$ 曲线和桩身位移值 y_i 按照式 (5) 计算确定, 初始计算时土体模量取对应于该深度的 E_0 值。

2 耦合算法土体参数取值

对于耦合算法来说, 其土体计算模量按照 $p-y$ 曲线根据土压力和位移值计算确定。因而如何确定合适的 $p-y$ 曲线对于耦合算法来说是至关重要的。

Kondner^[5]根据土体三轴压缩试验的应力应变关系特征, 提出采用双曲线模型模拟桩侧位移—土反力曲线, 如下式表示:

$$p = \frac{y}{\frac{1}{k_0} + \frac{y}{p_u}}, \quad (6)$$

式中 p_u 为一定深度桩侧极限土压力值 (kPa); k_0 为初始地基反力比例系数 (kN/m^3)。

双曲线模型概念简单, 简便适用。本文采用双曲线模型作为典型土体的 $p-y$ 曲线进行分析。当然, 对于其它各家提出的不同形状的 $p-y$ 曲线, 比如 API 规范中所采用的方法, 耦合算法均可以进行分析。采用式 (5) 计算确定土体模量时, 不管 $p-y$ 曲线的形状如何, 其方法和意义都是一样的。

对于双曲线型 $p-y$ 曲线而言, 关键是确定 k_0 和 p_u 的合理值。下面分别给出二者的确定方法。

2.1 k_0 值的确定

(1) 无粘性土

对于无粘性土而言, 当土体变形较小时, 我们一般假定其处于弹性状态, 因而其地基反力系数可以采

用土体模量分析确定。Vesic^[6]采用地基反力法分析弹性地基上的无限长梁后, 建议采用下式确定地基反力系数和土体弹性参数之间的关系:

$$k = \left(\frac{0.65}{d} \right) \cdot \sqrt[12]{\frac{E_s d^4}{E_p I_p}} \cdot \left(\frac{E_s}{1 - \nu_s^2} \right), \quad (7)$$

式中 ν_s 为土体泊松比, 其余符号意义同前。Goh^[7]等人对上式进行简化, 建议采用下式确定无粘性土的 k_0 值:

$$k_0 = \frac{0.39 E_s}{d(1 - \nu_s^2)}. \quad (8)$$

在本文中, 将采用式 (8) 确定无粘性土的 k_0 值。

(2) 粘性土

对于粘性土, Broms^[8]提出下式

$$k = \frac{1.67 E_{s0}}{d}, \quad (9)$$

式中 E_{s0} 表示三轴不排水试验中对应于 0.5 倍的极限应力的割线模量。对于上式, 我们可以理解地基反力系数 k 为工作荷载范围内平均地基反力系数 k 和土体模量之间的关系。注意到三轴不排水试验中 $E_t = 2E_{s0}$, 因而对于采用双曲线模型而言, 初始地基反力系数可用下式表示

$$k_0 = \frac{1.67 E_t}{d} = \frac{3.34 E_{s0}}{d}. \quad (10)$$

2.2 p_u 值的确定

在 $p-y$ 曲线中, 确定适当的地基极限土压力值 p_u 是非常重要的。

对于砂土, Broms^[9]提出采用下式确定:

$$p_u = 3 \left(\frac{1 + \sin \Phi'}{1 - \sin \Phi'} \right) \sigma_v', \quad (11)$$

式中 Φ' 为砂土的内摩擦角; σ_v' 为有效竖向应力。

对于粘性土, Matlock^[3]提出可以按下式确定:

$$\begin{cases} p_{u1} = \left(3 + \frac{\gamma' \cdot z}{c_u} + \frac{0.5z}{d} \right) c_u & \text{或 } p_{u2} = 9.0 c_u \\ p_u = \min(p_{u1}, p_{u2}) \end{cases}, \quad (12)$$

式中 $\min(p_{u1}, p_{u2})$ 表示取二者之间的小值; c_u 为土体不排水抗剪强度; γ' 为土体平均有效容重; z 为土体深度。Viggiani^[10]对抗滑桩进行分析后提出 p_u 可取 $8.0c_u$; Randolph^[11]等人通过塑性转移理论对侧向受荷的无限长桩进行分析后建议 p_u 可取 $10.5c_u$ 。Chen^[12]和 Bransby^[13]则分别建议 p_u 值取 $11.7 c_u$ 和 $11.75 c_u$ 。在本文分析中, p_u 值对于粘性土按式 (12) 确定。

2.3 ν_s 值的确定

采用弹性理论法分析水平荷载桩基, 还必须确定土体的泊松比 ν_s 。

对于饱和粘性土来说, ν_s 可取 0.5。对于砂性土来说, 可以按照弹性理论由下式确定:

$$\nu_s = \frac{K_0}{1 + K_0}, \quad (13)$$

式中 K_0 为静止土压力系数,可按式(14)确定^[14]:

$$K_0 = (1 - \sin \phi') \text{OCR}^{\sin \phi'}, \quad (14)$$

式中 OCR 表示土体的超固结比。

3 耦合算法计算步骤

采用耦合算法进行水平受荷桩基分析时,按照 Poulos 弹性理论法将桩全长(桩顶和桩底为 $\delta/2$)分成 $\delta = L/n$ 长的 $n+1$ 个单元,根据前面给出的方法确定合适的与各个单元对应的 $p-y$ 曲线后,按下列步骤进行计算:

(1) 根据 $p-y$ 曲线确定各个单元对应的初始土体模量 $\{E_{0i}\}$, E_{0i} 表示第 i 个单元的初始土体模量;

(2) 根据步骤(1)中确定的初始土体模量,求得 Mindlin 相互作用系数矩阵,进而由式(3)和式(2)解得初始桩侧土反力 $\{p_{0i}\}$ 和初始桩身位移 $\{y_{0i}\}$;

(3) 根据桩身位移 $\{y_{0i}\}$ 和各个单元对应的 $p-y$ 曲线,按照式(5)确定对应的计算模量 $\{E_{1i}\}$;

(4) 根据 $\{E_{1i}\}$ 求得 Mindlin 相互作用系数矩阵,进而由式(3)和式(2)解得桩侧土反力 $\{p_{1i}\}$ 和桩身位移 $\{y_{1i}\}$;

(5) 计算 $\sum_i^{n+1} |y_{1i} - y_{0i}|$, 如果 $\sum_i^{n+1} |y_{1i} - y_{0i}|$ 大于设定的精度值,则根据桩身位移 $\{y_{1i}\}$ 求得新的土体计算模量,进而利用 Poulos 弹性理论法求得新的桩侧土反力 $\{p_{ki}\}$ 和桩身位移 $\{y_{ki}\}$, 计算 $\sum_i^{n+1} |y_{ki} - y_{(k-1)i}|$, 如果 $\sum_i^{n+1} |y_{ki} - y_{(k-1)i}|$ 大于设定的精度值则重复上述步骤,直至 $\sum_i^{n+1} |y_{ki} - y_{(k-1)i}|$ 小于设定的精度为止;

(6) 根据最后得出的桩侧土反力 $\{p_i\}$ 和桩身位移 $\{y_i\}$, 求得桩身弯矩 $\{M_i\}$ 和剪力 $\{S_i\}$ 。

4 对比分析

4.1 算例

长 $L = 25.0$ m 桩径 $d = 1.0$ m 的水平受荷等截面桩^[7], 桩头自由, 桩身抗弯刚度 $E_p I_p = 7.02 \times 10^8 \text{ Nm}^2$ 。土体假定为均质粘性土, $c_u = 20.0$ kPa, $\nu_s = 0.49$, 初始剪切模量 $G_i = 1200.0$ kPa。

图4为采用 Poulos 弹性理论法 $p-y$ 曲线法和本文提出的耦合算法所计算的不同荷载作用时桩头水平位移对比图。从图中可以看出,三种方法计算所得桩头水平位移值十分接近,说明采用这三种方法都可以有效的计算桩头变形值。

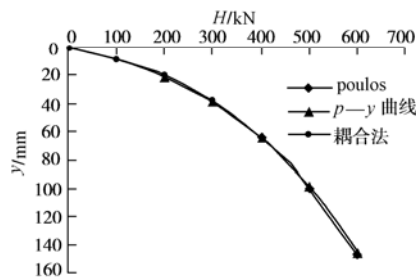


图4 不同荷载桩头位移对比图

Fig.4 Loads-lateral displacements curve

图5为采用三种方法计算所得桩身最大弯矩对比图。从图中可以看出, Poulos 弹性理论法计算所得桩身最大弯矩最小, 而 $p-y$ 曲线法计算所得的桩身最大弯矩最大, 耦合算法计算所得桩身最大弯矩值居中, 和 $p-y$ 曲线法计算所得的桩身最大弯矩值比较接近。这是因为采用 Poulos 弹性理论法计算时, 当计算桩侧土压力大于桩侧屈服土压力时, 取桩侧土压力为屈服土压力值, 这导致桩身上部一段桩侧土压力均达到对应的屈服土压力值; 而双曲线型 $p-y$ 曲线法中屈服土压力值为 $p-y$ 曲线的极限值, 在一定的土体侧移下桩身所受的土压力值必定小于屈服土压力值。这导致采用双曲线型 $p-y$ 曲线法计算所得的桩身剪力零点较 Poulos 弹性理论法低, 因而计算所得的桩身最大弯矩值比 Poulos 弹性理论法大一些。同理, 耦合算法计算所得的桩身最大弯矩值也比 Poulos 弹性理论法大一些。

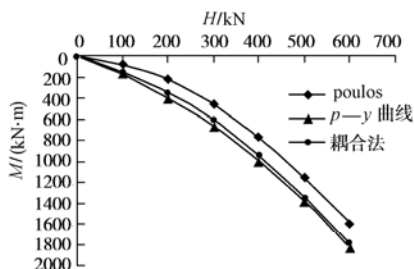


图5 不同荷载桩身最大弯矩对比图

Fig.5 Loads-maximum bending moments curves

4.2 实例分析

Mohan 和 Shrivastava^[15] 报道了一系列现场水平荷载, 其中的 IN1[#] 试桩桩长 525 cm, 桩径 10 cm, 桩身抗弯刚度 $E_p I_p = 3.20 \times 10^5 \text{ Nm}^2$ 。桩周土层模量和极限土压力值通过载荷板试验得到, 参见表 1^[1]。Poulos^[1] 采用弹性理论法对该桩进行分析时, 假定桩身 200 cm 以下极限土压力值为 130 kPa, 文中采用耦合算法分析时也取同一假定。

图6和图7分别是桩头水平荷载为 4.90 kN 时桩身水平侧移和弯矩值变化图。从两图中可以看出, 采用耦合算法计算所得的桩身位移和弯矩值均与实测值比较接近, 说明采用耦合法的计算结果是比较合理的。

表 1 桩周土层计算参数表

Table 1 Calculated values of E_s and p_u			
土层深度 /cm	加荷方向	土体模量 E_s /MPa	极限土反力值 p_u /kPa
50	竖直	12.1	420
50	水平	8.20	310
100	竖直	22.0	800
150	竖直	3.50	180

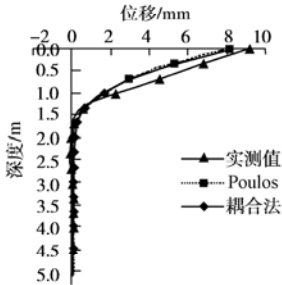


图 7 桩身位移对比图 ($H=4.90$ kN)
Fig.7 Lateral displacements - depth curves ($H=4.90$ kN)

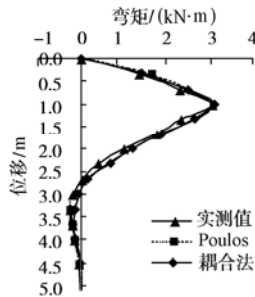


图 8 桩身弯矩对比图 ($H = 4.90$ kN)
Fig. 8 Pile bending moments - depth curves ($H = 4.90$ kN)

5 结 论

本文在对 $p-y$ 曲线法和 Poulos 弹性理论法进行分析的基础上,提出一种能够考虑两者优点的耦合算法。根据 $p-y$ 曲线法分析得出桩身不同深度处相对于不同土体应力状态的土体模量,利用分析得出的土体模量,采用 Poulos 弹性理论法考虑桩身各土层体之间的相互作用。这种新的耦合算法能够同时体现 $p-y$ 曲线法和 Poulos 弹性理论法的特点,降低了不同荷载作用下采用弹性理论法分析时选择土体参数的难度。实例分析表明,这种耦合算法计算结果是合理的,能够较为有效地分析水平受荷桩基。

参考文献:

[1] Poulos H G , Davis E H. Pile Foundation Analysis and Design [M]. New York: John Wiley and Sons Inc ,1980: 177-208, 225-227.
[2] Mindlin R D. Force at a point in the interior of a semi-infinite

solid [J]. Physics, 1936, 7: 195-202.
[3] Matlock H. Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay [A]. Proceedings of the 2nd Annual Offshore Technology Conference [C]. Houston, TX, 1970, 1, Paper OTC 1204: 577-594.
[4] Reese L C, Cox W R and Koop F D. Analysis of laterally loaded piles in sand [A]. Proceedings of the 6th Annual Offshore Technology Conference Paper OTC 2080 [C]. Houston, TX, 1974, 2,: 473-483.
[5] Kondner R L. Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils [J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering, ASCE, 1963, 89(1): 115-144.
[6] Vesic A S. Bending of beams resting on isotropic elastic solids [J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering, ASCE, 1961, 87(2): 35-53.
[7] Goh A T C, The C I , Wong K S. Analysis of piles subjected to embankment induced lateral soil movements [J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1997, 123(9): 792-801.
[8] Broms B B. The lateral resistance of piles in cohesive soils [J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering, ASCE, 1960, 90(2): 27-63.
[9] Broms B B. The lateral resistance of piles in cohesionless soils [J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering, ASCE, 1964, 90(3): 123-156.
[10] Viggiani C. Ultimate lateral load on piles used to stabilise landslides [A]. Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering (Vol 3)[C]. 1981: 555-560.
[11] Randolph M F , Houlsby G T. The limiting pressure on a circular pile loaded laterally in cohesive soil [J].Geotechnique, 1984, 34(4): 613-623.
[12] Chen L F. The effect of lateral soil movements on pile foundation Ph D Thesis [D]. University of Sydney, Australia, 1994.
[13] Bransby M F. Piled foundations adjacent to surcharge loads Ph D Thesis [D]. University of Cambridge, U K, 1995.
[14] Mayne P W , Kulhawy F H. K0-OCR relationships in soil [J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1982, 108 (6): 851-872.
[15] Mohan D , Shrivastava S P. Nonlinear behaviour of single vertical pile under lateral loads [A]. Proceedings of the 3rd Annual Offshore Technology Conference (Vol 2, Paper OTC1485) [C]. Houston, 1971: 677-686.