

有自由面非稳定渗流分析的改进截止负压法

The improved cut-off negative pressure method for unsteady seepage flow with free surface

张乾飞¹, 吴中如²

(1. 上海市市政工程设计研究院, 上海 200092; 2. 河海大学 水电学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 截止负压法是求解有自由面渗流问题较为有效的算法之一。针对其算法特点, 结合渗流本质, 指出该算法的不足之处在于只引用了单参数的罚函数, 从而造成自由面附近区域的渗流计算不够精确。为此, 提出了引用双参数罚函数的改进截止负压法, 改进后的算法更能准确地考虑单元的部分饱和和非饱和作用, 精确地计算单元结点外力或者结点不平衡力, 进而提高计算精度和收敛速度。最后, 将改进算法用于求解有自由面非稳定渗流问题, 编制了相应的有限元分析程序, 并通过算例进行验证。

关键词: 自由面; 非稳定渗流; 有限元方法; 改进截止负压法

中图分类号: TV 223.4

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2005)01-0048-07

作者简介: 张乾飞(1975-), 男, 贵州凤冈人, 博士后, 主要从事水工结构安全监控、环境岩土工程、市政工程等方面的研究。

ZHANG Qian-fei¹, WU Zhong-ru²

(1. Shanghai Municipal Engineering Design Institute, Shanghai 200092, China; 2. Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: The cut-off negative pressure method is one of effective approaches to solve the seepage flow problem with free surface. According to the characteristics of cut-off negative pressure method, however, it is found out that the deficiency of the algorithm is to easily cause inexact simulation in the vicinity area around free surface owing to the penalty function with only one controlling penalty parameter. Therefore, the improved cut-off pressure method is presented by constructing penalty function with two controlling penalty parameters. The improved algorithm is able to improve the simulation precision and convergence speed through considering the effect of the partially saturated or unsaturated elements more precisely and calculating the node forces more accurately. Finally, the improved cut-off negative pressure method is applied to simulation of unsteady seepage flow with free surface, and the corresponding program codes are developed with validation of some examples.

Key words: free surface; unsteady seepage flow; finite element method; improved cut-off negative pressure method

0 前言

在各种水工建筑物及岩土工程渗流分析中, 常会遇到带自由面和溢出面的渗流计算。由于自由面的位置是未知的, 即渗流计算区域是未知的, 因而这类渗流分析具有复杂的非线性。自由面的求解问题本质上是非线性自由边值问题, 目前求解这类问题的有限元分析方法总体上分为两类, 一类为变网格迭代法^[1], 另一类为固定网格迭代法。

自从 Neuman^[2]于 1973 年首次提出求解自由面的 Galerkin 法以后, 近年来国内外许多岩土工程师和应用数学工作者致力于固定网格法的研究, 试图采用扩大的渗流区域和固定边界来求解带自由面的渗流问题, 以达到迭代过程中单元网格不变的目的。先后出现了变单元渗透系数法^[3], 剩余流量法^[4], 初流量法^[5], 变分不等式法^[6], 截止负压法^[7, 8], 结点虚流量法^[9], 丢单元法^[10], 子单元法^[11]和虚单元法^[12]等。由于不用在每次迭代中确定自由面的近似位置和判别自由面与单元相交的实际情形等诸多优点, 截止负压法是目前

不变网格法中求解自由面渗流问题较为有效的方法。

另一方面, 在实际工程中还会遇到许多带自由面的非稳定渗流分析问题。如大坝初期蓄水, 由于水位的迅速变化, 整体而言该阶段坝体及坝基渗流属于非稳定渗流过程; 又如洪水时期造成的堤坝水位快速上涨和回落, 在较短时间里堤坝渗流场发生着显著的变化, 本质上仍属于非稳定渗流过程。由非稳定渗流场产生的渗透力及岩土体工程性质的迅速变化, 将给工程稳定性增加了新的不安全因素。为此, 有必要采用更精确的数值方法模拟非稳定渗流的变化过程, 进而分析非稳定渗流产生的渗透力对工程稳定的影响, 为确保工程稳定安全提供可靠的理论依据和技术保证。

1 有自由面非稳定渗流的数学模型

有自由面非稳定渗流的基本微分方程如下^[1]:

基金项目: 国家自然科学基金重点项目“重大水工混凝土结构隐患病害检测和健康诊断”(50139030)

收稿日期: 2003-08-29

$$(k_{ij}h_{,i})_{,i} = S_s \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (1)$$

式中 S_s 为贮水率 ($1/m$), 即单位体积的饱和土体内, 当下降 1 个单位水头时, 由于土体压缩和水的膨胀所释放出来的贮存水量。

式(1)的定解条件如下:

(1) 边界条件

$$\text{水头边界} \quad h|_{\Gamma_1} = h(x, y, z, t), \quad (2)$$

$$\text{流量边界} \quad (k_{ij}h_{,j}n_i)|_{\Gamma_2} = q(x, y, z, t), \quad (3)$$

$$\text{自由面边界条件} \quad \begin{cases} h|_{\Gamma_3} = z, \\ (k_{ij}h_{,j}n_i)|_{\Gamma_3} = q = -\mu \frac{\partial h}{\partial t} \cos \theta. \end{cases} \quad (4)$$

(2) 初始条件

$$h|_{t=0} = h(x, y, z, 0). \quad (5)$$

上述各式中, $q(x, y, z, t)$ 为流量边界单位面积上的补给流量 (补给为正, 排出为负); q 为自由面上因自由面变动而引起的流量补给; μ 为饱和差 (自由面上升时) 或给水度 (自由面下降时), 它表示在自由面改变单位高度下, 从含水层单位截面积上吸收 (自由面下降时) 或排出 (自由面上升时) 的水量, 是无量纲数; θ 为自由面外法线方向与垂线的交角。

2 有自由面渗流问题求解的改进截止负压法

2.1 截止负压法的基本原理

截止负压法的基本原理是^[7]: 以渗压场 $p(X)$ 为未知函数, 利用罚函数 $H_\varepsilon(p)$ 将 $p(X)$ 延拓至整个几何区域, 使待定边界化为固定边界, 并通过迭代求得渗压场 $p(X)$ 。计算过程中允许在非饱和区内出现一定的大于截止负压的小负压值, 由于饱和区的压力值为正, 所以可在正负压力 (饱和和非饱和) 之间通过插值确定零压力面, 即渗流自由面 (压力等于大气压)。其中 $H_\varepsilon(p)$ 由渗压函数 $p(X)$ 求得, 罚参数 ε 和截止负压 p_{cp} 由网格参数确定。

截止负压法的罚函数如图 1 所示, 表达式为

$$H_\varepsilon(p) = \begin{cases} 1 & p \geq 0 \\ 1 - p/\varepsilon & \varepsilon \leq p < 0 \\ 0 & p < \varepsilon \end{cases} \quad (\varepsilon < 0), \quad (6)$$

式中 p 为渗透压力; ε 为罚参数, 是一负值, 其大小是当自由面正好穿过单元结点 1 时, 第 I 个高斯积分点到自由面的距离在垂直方向上的投影的最大值, 见图 1。

2.2 改进截止负压法

(1) 截止负压法的不足之处

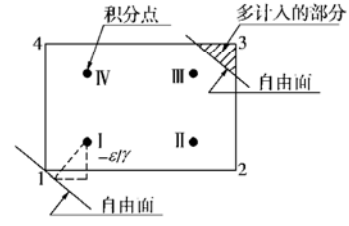


图 1 截止负压法的罚函数

Fig. 1 Penalty function for cut-off negative pressure method

截止负压法的核心就是在计算结点外力或结点不平衡力时, 根据结点压力以判别计算结点是处于饱和区 ($p > 0$)、非饱和区 ($p < \varepsilon$) 还是过渡区 ($\varepsilon \leq p \leq 0$), 从而引入罚函数进行不同处理。引入罚函数的目的在于当非饱和区的单元出现大于截止负压的结点时, 能够考虑这部分单元对结点外力或结点不平衡力的贡献。实际计算结点外力或结点不平衡力时, 是通过高斯积分来实现的。如图 1 所示, 当自由面位于结点 1 和积分点 I 之间时, 积分点 I 的结点压力满足 $\varepsilon \leq p < 0$, 积分点 II, III, IV 的结点压力大于截止负压, 所以能够考虑该单元的部分饱和作用; 当自由面位于结点 3 和积分点 III 之间时, 积分点 I, II, III, IV 的结点压力均为正值, 此时罚函数取值为 1, 相当于完全考虑了该单元的作用, 即认为该单元全部位于饱和区, 但实际上该单元仍有部分处于非饱和区, 所以该单元对结点外力或结点不平衡力的贡献就多计入了一部分。

(2) 改进截止负压法

为了克服上述缺点, 重新引入一个罚函数, 该罚函数考虑了两个罚参数 ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$), 其中 $\varepsilon_1 < 0, \varepsilon_2 > 0$, 如图 2 所示, 其表达式为

$$H_\varepsilon(p) = \begin{cases} 1 & p \geq \varepsilon_2 \\ \frac{p - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} & \varepsilon_1 \leq p < \varepsilon_2 \quad (\varepsilon_1 < 0, \varepsilon_2 > 0) \\ 0 & p < \varepsilon_1 \end{cases} \quad (7)$$

如果引入参数 α , 其表达式为

$$\alpha = -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}, \quad (8)$$

其物理意义表示当结点压力为 0 时罚函数的取值。则当 $\alpha = 0.5$ 时, 有 $\varepsilon_2 = -\varepsilon_1$, 即此时 ε_2 同 ε_1 的绝对值具有相同的大小, 其中 ε_1 的物理意义同前, ε_2 则表示当自由面正好穿过单元结点 3 时, 第 III 个高斯积分点到自由面的距离在垂直方向上的投影的最大值, 见图 2。

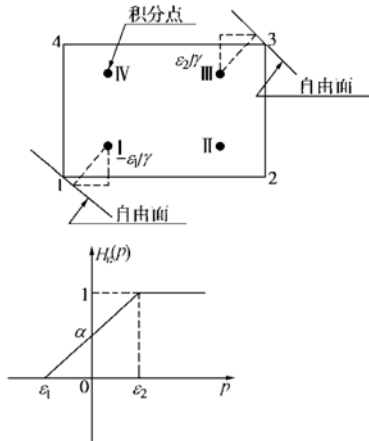


图2 改进截止负压法的罚函数

Fig. 2 Penalty function for improved cut-off negative pressure method

由上述可见, 当自由面位于结点1和积分点I之间时, 积分点I的结点压力满足 $\varepsilon_1 \leq p < \varepsilon_2$, 仍可以考虑该单元的部分饱和作用; 当自由面位于结点3和积分点III之间时, 积分点III的结点压力满足 $\varepsilon_1 \leq p < \varepsilon_2$, 可以剔除多计入的那一部分。因此, 改进的截止负压法更能准确地考虑单元的部分饱和和非饱和作用, 精确地计算单元结点外力或结点不平衡力, 从而提高计算精度和收敛速度, 后述算例也证明了这一点。

由式(8)还可以看出, 当 $\alpha=1$ 时, 改进截止负压法则退化为普通的截止负压法。

3 有限元数值分析方法

3.1 有限元方程

由变分原理, 由式(1)~(5)确定的定解问题与下列泛函取极小值等价^[6],

$$I(h) = \int_{\Omega} \left\{ \frac{1}{2} k_{ij} h_{,i} h_{,j} + S_s \frac{\partial h}{\partial t} h \right\} d\Omega - \int_{\Gamma_2 \cup \Gamma_3} q h d\Gamma = \min. \quad (9)$$

采用改进截止负压法, 将 $h = \frac{p}{\gamma} + z$ 代入式(9), 并

认为 z 不随时间变化, 即 $\frac{\partial z}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial t}$, 于是式

(9) 等价于

$$I(p) = \int_{\Omega} \left\{ \frac{1}{2} k_{ij} \left(\frac{p}{\gamma} + z \right)_{,i} \left(\frac{p}{\gamma} + z \right)_{,j} + S_s \frac{1}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial t} \left(\frac{p}{\gamma} + z \right) \right\} d\Omega - \int_{\Gamma_2 \cup \Gamma_3} q \left(\frac{p}{\gamma} + z \right) d\Gamma = \min. \quad (10)$$

采用 Galerkin 法和等参 8 结点六面体单元^[13, 14],

由 $\frac{\partial I(p)}{\partial p_i} = 0$ 可推导出单元支配方程如下:

$$[K]^e \{p\}^e + ([S]^e + [G]^e) \left\{ \frac{\partial p}{\partial t} \right\}^e = \{F\}^e, \quad (11)$$

其中

$$K_{(ab)}^e = \int_{\Omega^e} \frac{1}{\gamma} (N_{a,i} k_{ij} N_{b,j}) d\Omega, \quad (12)$$

$$S_{(ab)}^e = \int_{\Omega^e} \frac{1}{\gamma} S_s (N_a N_b) d\Omega, \quad (13)$$

$$G_{(ab)}^e = \int_{\Gamma_3} \frac{1}{\gamma} \mu (N_a N_b) \cos \theta d\Gamma, \quad (14)$$

$$F_{(a)}^e = - \int_{\Omega^e} H_{\varepsilon}(p) (N_{a,i} k_{ij} z_{,j}) d\Omega + \int_{\Gamma_2} q N_a d\Gamma. \quad (15)$$

以上各式中: $a, b=1 \sim 8$, $i, j=1 \sim 3$; N_a ($a=1 \sim 8$) 为单元形函数; $H_{\varepsilon}(p)$ 为罚函数, 见式(7)。将单元支配方程进行集成, 可得整体有限元支配方程

$$[K] \{p\} + ([S] + [G]) \left\{ \frac{\partial p}{\partial t} \right\} = \{F\}. \quad (16)$$

对时间采用隐式有限差分格式, 即

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} (p_{t+\Delta t} - p_t), \quad (17)$$

将其代入式(16), 得

$$\left([K] + \frac{1}{\Delta t} ([S] + [G]) \right) \{p\}_{t+\Delta t} = \{F\} + \frac{1}{\Delta t} ([S] + [G]) \{p\}_t. \quad (18)$$

3.2 计算迭代格式

由于自由面的位置是未知的, 式(18)无法一次求解, 这里采用增量迭代法, 令

$$\{p\}_{t+\Delta t}^{k+1} = \{p\}_{t+\Delta t}^k + \{\Delta p\}_{t+\Delta t}^{k+1}, \quad (19)$$

可推导得如下适于计算的迭代格式

$$[A] \{\Delta p\}_{t+\Delta t}^{k+1} = \{\Delta B\}_{t+\Delta t}^{k+1}, \quad (20)$$

其中

$$[A] = [K] + \frac{1}{\Delta t} ([S] + [G]) \quad (21)$$

$$\{\Delta B\}_{t+\Delta t}^{k+1} = \{\Delta F\}_{t+\Delta t}^k - \frac{1}{\Delta t} ([S] + [G]) (\{p\}_{t+\Delta t}^k - \{p\}_t), \quad (22)$$

$$\Delta F_{(a)}^e \Big|_{t+\Delta t}^k = - \int_{\Omega^e} H_{\varepsilon}(p_{t+\Delta t}^k) \left(N_{a,i} k_{ij} \left(\frac{1}{\gamma} p_{t+\Delta t}^k + z \right)_{,j} \right) d\Omega + \int_{\Gamma_2} q N_a d\Gamma. \quad (23)$$

3.3 收敛准则

对每一计算时段而言, 为了使迭代求解有足够精度, 应满足两个收敛准则, 即①不平衡外力 $\|\Delta B^k\| / \|\Delta B^0\| \leq \varepsilon$; ②压力增量 $\|\Delta p^k\| / \|\Delta p^0\| \leq \varepsilon$; 其中 ε 是收敛精度, 一般为 10^{-2} 或 10^{-3} 。

3.4 几个注意事项

(1) 自由面计算

由于第 k 步迭代时渗压场是未知的, 无法计算当前自由面边界, 故用第 $k-1$ 步迭代时求得的渗压场通过插值得到自由面, 将此近似看作第 k 步计算自由面边界积分时的自由面, 随着迭代的进行, 这样求得的自由面将逐步逼近真实自由面^[15, 16]。对于第 1 步迭代,

自由面边界则为该时段初的自由面。

(2) 自由面边界积分

由于自由面与单元相交的情况十分复杂, 由式 (14) 来直接计算自由面边界积分显得十分不便, 尤其在自由面变化比较剧烈时, 容易带来较大的误差。为此, 将与某一单元相截的自由面分成若干小三角形来计算, 分别计算形函数在每个小三角形形心处的值以及小三角形在水平面上的投影面积, 由此计算流进 (出) 每个三角形的流量, 再求和即可求得该单元由于自由面变化所产生的流量补给。由此, 式 (14) 可按式计算:

$$G_{(ab)}^e = \frac{\mu}{\gamma} \sum_{l=1}^n N_a^l N_b^l \cos \theta_l A_l, \quad (24)$$

式中 n 为自由面与单元相交的结点数。

(3) 渗流量计算

计算断面渗流量的方法较多, 这里采用中断面法和体积分法^[17]两种方法进行计算。

a) 中断面法

对于三维问题, 通过某断面 S 的渗流量的计算式为:

$$q = - \int_S k_n \frac{\partial h}{\partial n} ds = -k_n S \frac{\partial h}{\partial n}, \quad (25)$$

式中 S 为过流断面; n 为过流断面的外法线方向的单位向量。

对任意八结点六面体等参数单元, 见图 3, 选择中断面 $abcd$ 为过流断面 S , 并将 S 投影到 yo 平面, zo 平面, xoy 平面上, 分别记为 S_x , S_y , S_z , 则通过单元中断面的渗流量为

$$q = -k_{ij} h_{,j} S_i = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} S_x - k_y \frac{\partial h}{\partial y} S_y - k_z \frac{\partial h}{\partial z} S_z, \quad (26)$$

其中

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial h}{\partial y} \\ \frac{\partial h}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} \end{Bmatrix} \cdot \{h_i\}, \quad (27)$$

式中 单元内的平均水头坡降 $\frac{\partial h}{\partial x}$, $\frac{\partial h}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial h}{\partial z}$ 仍用单元内高斯积分点上水头坡降的平均值代替, 而且在每一单元内都取 $3 \times 3 \times 3$ 个高斯积分点, 以提高计算精度。

b) 体积分法

对任一时刻, 渗流场处于相对稳定状态, 其控制微分方程为

$$(k_{ij} h_{,j})_{,i} = 0. \quad (28)$$

采用等参元, 结合 Green 公式进行分部积分, 得

到流量平衡方程为

$$- \sum_{e \in \Gamma^e} \int_{\Gamma^e} N_i k_{ij} h_{,j} n d\Gamma^e = - \sum_{e \in \Omega^e} \int_{\Omega^e} k_{ij} h_{,j} N_{,i} d\Omega^e. \quad (29)$$

显然, 上式左端表示通过单元边界上的外法向流量, 右端是单元内部的体积分, 表示通过单元的等效结点流量, 其值等于边界流量。所以, 可以用单元内部的体积分来计算出单元等效流量, 即

$$q^e = - \int_{\Omega^e} k_{ij} h_{,j} N_{,i} d\Omega^e = - \int_{\Omega^e} k_{ij} N_{,j} h N_{,i} d\Omega^e. \quad (30)$$

求出单元等效结点流量后, 对与断面相关的各单元的边或面上的结点流量求和, 即可求得断面流量。

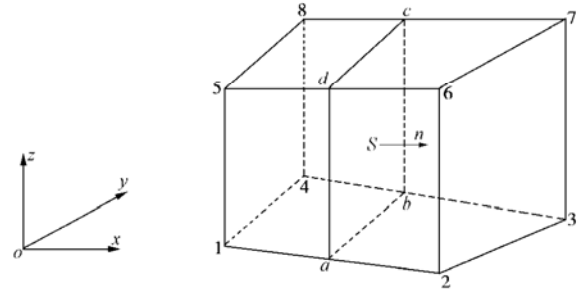


图 3 计算断面流量简图

Fig. 3 Sketch map for seepage quantity calculation

(4) 截止负压的处理

为保证非饱和区负压的幅值为截止负压值, 在每次迭代中需对压力小于单元截止负压值的结点进行特殊处理, 此时有

$$\begin{cases} K_m^{e(ab)} = \lambda \delta_{ab} \\ \Delta F_m^{e(a)} = -\lambda (p_{m(a)} - p_{cp}) \end{cases} \quad (p_{m(a)} < p_{cp}, a, b = 1 \sim 8), \quad (31)$$

式中 K_m^e 为第 m 次迭代时的单元渗透矩阵; ΔF_m^e 为第 m 次迭代时的不平衡外力列阵; λ 为一大数, 如 10^8 等; δ_{ab} 为 Kronecker 符号; p_{cp} 为截止负压值, 其大小是当自由面正好通过单元最低结点时, 最高结点到自由面的距离在垂直方向上的投影的最大值。

(5) 边界条件的处理

a) 对于已知水头结点, 其结点压力为已知, 因而其每步迭代求得的压力增量应该为 0, 故只需将渗透矩阵中该结点对应的对角线元素乘以一个大大数 (如 10^8) 即可。

b) 对于溢出面上的结点, 如果发现其结点压力大于 0, 可以采用处理截止负压的方法进行类似处理, 即将渗透矩阵中该结点对应的对角线元素置为一个大大数 λ , 同时将其对应的结点不平衡力赋为 $-\lambda p$, 由此可以迫使该结点的压力等于 0。

c) 对于排水孔的处理, 可将排水孔简化为薄层单元, 单元厚度采用面积等效原则确定, 即排水孔水平截面积等于排水孔薄层单元水平截面积。

3.5 程序研制

根据上述有限元计算公式、收敛准则以及边界条件的处理方法,结合改进截止负压法用 Visual C++ 编制了三维复杂稳定非稳定渗流场计算的有限元程序 ICNPM3D^[18]。该程序采用分区混合介质模型^[19, 20],对研究区域中数目不多的起主要导水作用的大中型裂隙采用离散裂隙网络模型;而对由这些大中型裂隙切割形成的块体中的数目较多的小裂隙采用等效连续介质模型,然后根据两类介质接触处的水头连续性以及流量平衡原则来建立耦合方程进行求解。该程序可求解带自由面问题的稳定渗流或非稳定渗流问题,其程序流程如图 4 所示。

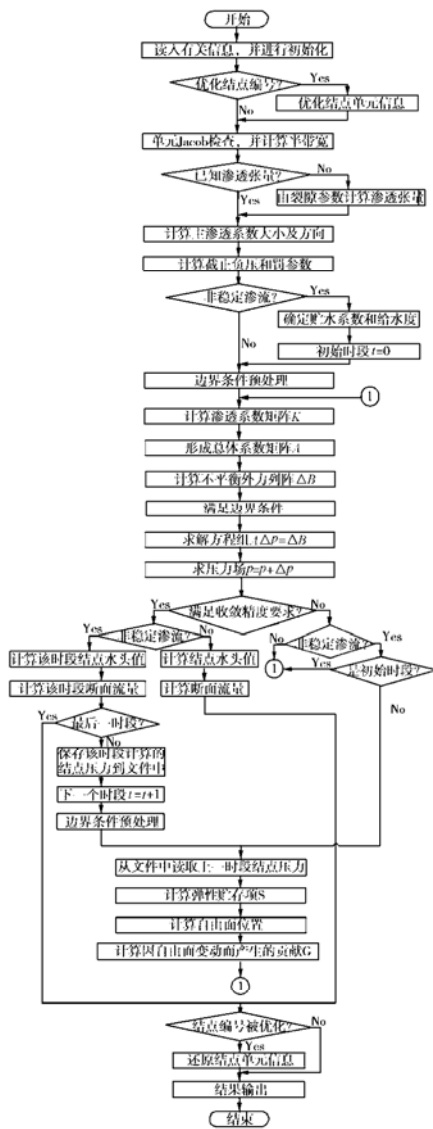


图 4 ICNPM3D 程序流程图

Fig. 4 Flow chart for ICNPM3D program

4 算例分析

4.1 改进截止负压法的有效性分析

下面针对半无限边界非稳定渗流的情况对改进截止负压法的有效性进行分析。设某水库枯水期库水位及地下水位高程均为 4.5 m, 汛期库水位涨至 10.5 m, 已知渗透系数为 5.787×10^{-5} m/s, 给水度 $\mu = 0.1$, 不考虑压缩性, 即 $S_s = 0$, 试求 $t=1, 10, 100$ d 时刻的自由面位置。

计算区域长度取为 2000 m, 共剖分为 606 个结点, 200 个单元, 每个时段迭代 20 步, 收敛精度为 10^{-3} 。分别用截止负压法和改进截止负压法进行计算, 自由面计算结果与用 Fourier 变换法求得的解析解^[21]对比如表 1 所示。

由表 1 可以看出, 截止负压法和改进截止负压法的计算结果同解析解是基本一致的, 但改进截止负压法计算结果具有更高的精度。库水位猛涨后, 近距离处计算结果与解析解误差较大, 其原因是在水头变化较大的地方, 其竖直方向的流速是不可忽视的, 而解析解则忽略了竖直方向的流动, 是按一维问题来求解的; 本文算法则同时考虑了水平方向和竖直方向的流速, 是作为二维问题来处理的。但这种差异随着时间的延续, 水头变化趋缓而逐渐减小。

为了进一步说明改进截止负压法的优越性, 表 2 还列出了两种方法在不同时刻不同迭代步数下收敛精度的比较情况。由表 2 看出, 当取收敛精度为 10^{-3} 时, 改进截止负压法一般迭代 10~15 次便能达到收敛精度, 且其收敛速度较快, 而截止负压法在收敛到一定精度后, 其收敛速度明显变缓, 这再一次证明改进后的截止负压法无论在精度上还是速度上都较原来的截止负压法优越。

4.2 非均质各向异性介质渗流特性分析

该程序同样可用于求解非均质各向异性介质渗流问题, 下面以成层体系结构渗流为例进行说明。通常, 这种结构的层面具有裂隙渗流的特性, 其在平行于层面上的渗流特征与垂直于层面上的渗流特征有较大差异, 应视为各向异性介质, 而其层与层之间的本体则视为各向同性介质, 因此其渗流特性是由本体和层面共同决定的。设计算区域大小为 $10.0 \text{ m} \times 10.0 \text{ m} \times 10.0 \text{ m}$, 每隔 2.0 m 一层面, 上游面初始水位为 9.0 m, 下游面初始水位为 3.0 m, 试计算当上游水位突然下降 4.0 m 后 10, 20, 100 d 时刻的浸润线。已知层面切向渗透系数为 4.59×10^{-9} m/s, 法向渗透系数为 2.42×10^{-11} m/s, 本体渗透系数为 2.42×10^{-11} m/s, 给水度 $\mu = 2.1 \times 10^{-5}$, 介质不可压缩。

自由面变化情况如图 5 所示, 由图可见, 由于层面的渗流各向异性, 自由面在两种介质的交界处发生折射现象, 由于水平方向上的渗透系数要比垂直方向上的渗透系数大两个数量级, 自由面溢出位置较高,

表 1 半无限边界非稳定渗流自由面计算结果对比分析

Table 1 Comparisons of results between CNPM and ICNPM in unsteady seepage analysis under semi-infinite boundary

(单位: m)

距 离 / m	1 d						10 d						100 d					
	计算值			误差/%			计算值			误差/%			计算值			误差/%		
	解析解	改进截止 负压法	截止 负压法	改进截止 负压法	截止 负压法	解析解	改进截止 负压法	截止 负压法	改进截止 负压法	截止 负压法	解析解	改进截止 负压法	截止 负压法	改进截止 负压法	截止 负压法	改进截止 负压法	截止 负压法	改进截止 负压法
20	7.299	6.684	6.514	8.4	10.8	9.404	9.189	9.307	2.3	1.0	10.180	10.145	10.423	0.3	2.4			
40	5.364	5.233	4.984	2.4	7.1	8.234	8.120	7.953	1.4	3.4	9.991	9.663	9.748	2.5	1.6			
60	4.671	4.718	4.561	1.0	2.4	7.301	7.312	7.067	0.2	3.2	9.412	9.381	9.405	0.3	0.1			
100	4.501	4.507	4.446	0.1	1.2	5.989	6.062	5.740	1.2	4.2	8.790	8.763	8.650	0.3	1.6			
200	4.500	4.489	4.441	0.2	1.3	4.625	4.755	4.587	2.8	0.8	7.291	7.389	7.093	1.3	2.7			
300	4.500	4.489	4.441	0.2	1.3	4.503	4.526	4.456	0.5	1.0	6.140	6.338	5.898	3.2	3.9			
400	4.500	4.489	4.441	0.2	1.3	4.500	4.494	4.443	0.1	1.3	5.365	5.607	5.279	4.5	1.6			

表 2 截止负压法—改进截止负压法迭代收敛精度对比分析

Table 2 Comparison of precision between CNPM and ICNPM

(单位: 10⁻³)

迭代步数	1 d				10 d				100 d			
	不平衡外力		压力增量		不平衡外力		压力增量		不平衡外力		压力增量	
	改进截止 负压法	截止负压 法	改进截止 负压法	截止负压 法	改进截止 负压法	截止负压 法	改进截止 负压法	截止负压 法	改进截止 负压法	截止负压 法	改进截止 负压法	截止负压 法
2	996.3	1171	991.7	983.1	352.0	545.3	948.2	999.9	543.6	610.4	816.1	999.9
4	103.6	179.0	28.61	82.66	25.33	127.2	19.87	77.08	38.37	153.1	25.94	77.15
8	6.74	49.56	3.30	22.90	1.73	9.77	1.02	15.08	2.14	7.20	0.70	11.30
9	5.28	36.34	2.45	17.03	0.75	7.89	0.70	13.89	0.88	4.28	0.37	10.12
10	4.06	26.66	1.80	12.94	—	6.44	—	12.58	—	2.78	—	8.92
15	0.95	10.64	0.39	3.64	—	2.62	—	7.21	—	1.10	—	4.65
20	—	6.93	—	2.95	—	1.93	—	4.08	—	1.06	—	2.53

且在靠近层面附近的区域中, 水平方向上的流速明显大于垂直方向上的流速, 即流线趋于平缓。但这种影响与层面的厚度有关, 当层厚较小时, 其影响是有限的。

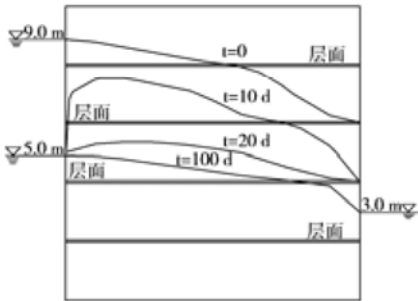


图 5 非均质各向异性介质自由面变化图

Fig. 5 Free surface movement in discontinuous anisotropic media

实际工程中, 存在大量的成层体系结构, 如层状岩土边坡、碾压混凝土坝等, 将上述算例稍作变化即可用来进行层状岩土边坡、碾压混凝土坝的非稳定渗流分析^[22], 以进一步评价其渗控稳定状况。

4.3 分区混合介质模型非稳定渗流分析

三峡工程在坝基防渗帷幕成孔过程中发现溢流坝段深槽部位个别孔涌水量较大, 开挖的坝基基岩露头也反映出坝基岩体具有分区混合介质的特征。下面用分区混合介质模型对其涌水量试验过程进行模拟。

三峡工程坝址区的闪云斜长花岗岩构造裂隙按走向发育有 NEE, NWW, NNW 和 NNE4 组, 按照规模和裂隙结构面的水文地质特性, 可以分为两类: 一类分布稀疏、数量少, 裂隙空隙总体积较小, 但每条裂

隙结构面规模较大、延伸长, 渗透性相对较强, 对裂隙岩体地下水运动起控制作用, 对这类大、中型裂隙采用离散裂隙网络模型模拟; 另一类分布相对密集、数量多、分布广、规模小, 裂隙空隙总体积较大, 而每条裂隙结构面透水性相对较弱, 该裂隙系统相互交织成不规则网格状, 对这类裂隙采用等效连续介质模型模拟。

计算区域位于整个大坝二期工程上、下游围堰之间, 北东至临时性船闸, 南西到导流明渠。选取 x 轴与坝轴线平行, y 轴自上游指向下游, z 轴取为高程, 共分割了 13242 个结点, 11256 个单元。有限元模型如图 6 所示。

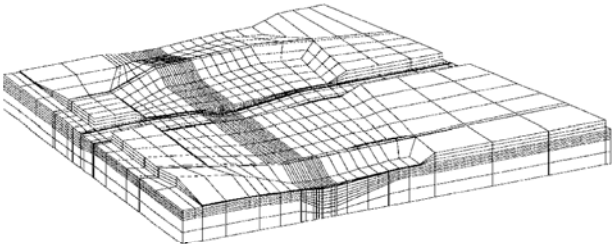


图 6 研究区有限元单元剖分图

Fig. 6 The FEM model in the study area

涌水量试验自 2000 年 11 月 22 日 16 时 42 分开始, 11 月 25 日 13 时 27 分结束。溢流坝段廊道内, 孔号 1x-I-6 的钻孔记录了孔口涌水量及孔口水头随时间变化的过程。其中涌水量作为第二类边界条件处理, 对应时段第一类边界条件为周边江水位 67.0 m, 泄 1 至泄 16 坝前积水水位 38.0 m, 坝前排水基坑水位 34.3 m, 坝后排水基坑水位 10.8 m。

不同时刻孔口水头观测值与计算值对比结果如表3所示。由此可以看出,分区混合介质模型计算结果很好地模拟了孔口水头变化过程,其相对误差在5%之内,具有较高精度。

表3 孔口水头观测值与计算值结果对比分析

Table 3 Comparison between observed and simulated values

时段	时间 /h	观测值 /m	计算值 /m	绝对误差 /m	相对误差 /%
1	3.4633	27.00	27.55	0.55	2.04
2	11.4289	25.00	24.62	0.38	1.52
3	29.4605	24.00	24.47	0.47	1.96
4	49.1809	23.00	23.79	0.79	3.43
5	62.5129	23.20	22.98	0.22	0.95
6	68.6289	22.00	22.14	0.14	0.63

5 结 论

(1) 以往的截止负压法由于采用单向的罚参数,在考虑单元的部分饱和和作用时,会多计入该单元对结点外力或结点不平衡力的贡献。改进后的截止负压法采用双向的罚参数来控制罚函数的取值,可有效剔除多计入的那一部分,因此能更精确地考虑单元的部分饱和和非饱和作用。

(2) 研究了应用改进截止负压法求解带自由面的非稳定渗流问题的有限元计算公式、收敛准则以及边界条件的处理方法,结合复杂岩土体渗流分析的分区混合介质模型,研制了相应的程序算法。

(3) 通过算例对截止负压法和改进截止负压法的计算结果进行对比分析,从而验证了改进截止负压法的有效性。然后探讨其在非均质各向异性介质渗流分析中的应用,并结合工程实例对非稳定渗流情况进行模拟分析。所有计算结果都表明,改进后的截止负压法无论在精度上还是速度上都较原来的截止负压法更优越。

参考文献:

- [1] France P W, et al. Numerical analysis of free surface seepage problems[J]. J Irrig Drain Div, ASCE, 1971,97(1).
- [2] Neuman S P. Saturated-unsaturated seepage by finite elements[J]. Hydraulic Div, ASCE, 1973,99(12).
- [3] Bathe K J, Khoshgoftan M R. Finite element for surface seepage analysis without mesh iteration[J]. Int J Num Anal Methods in Geomechanics, 1979, (3):3-22.
- [4] Desai C S. Finite element residual schemes for unconfined flow[J]. Int Num Method Eng. 1976,10(6):1415-1418.
- [5] 张有天,陈 平,王 镭. 有自由面渗流分析的初流量法[J]. 水利学报, 1988,(8).
- [6] Oden J T, Kikuchi N. Recent Advances: Theory of variational inequalities with applications to problems of flow through porous media[J]. Int J Eng Sci, 1980,(8):173-184.
- [7] 速宝玉,沈振中,赵 坚. 用变分不等式理论求解有渗流问题的截止负压法[J]. 水利学报, 1996,(3):22-29.
- [8] 速宝玉,郭洪兴,詹美礼. 非稳定渗流用截止负压法求解的研究[J]. 岩土工程学报, 1999,21(6):711-714.
- [9] 速宝玉,朱岳明. 不变网格确定渗流自由面的结点虚流量法[J]. 河海大学学报, 1991,(5):113-117.
- [10] 黄 蔚,刘迎曦,周承芳. 三维无压渗流场的有限元算法研究[J]. 水利学报, 2001,6:33-36.
- [11] 梁业国,雄文林,周创冰. 有自由面渗流分析的子单元法[J]. 水利学报, 1997,8:34-38.
- [12] 吴梦喜,张学勤. 有自由面渗流分析的虚单元法[J]. 水利学报, 1994,8:67-70.
- [13] Ivo Kazda. Finite element techniques in groundwater flow studies—with applications in hydraulic and geotechnical engineering[D]. Czech Technical University, 1990.
- [14] Komada H, Ohmachi T. Three-dimensional seepage analysis of fill dam (in Japanese), Large Dams[J]. J of the Japanese national committee on large dams, 1978,(86):1-15.
- [15] Lacy S J, Prevost J H. Flow through porous media: a procedure for locating the free surface[J]. Int J Num Anal Methods Geomech, 1987,(11):585-601.
- [16] Liggett J A. Location of free surface in porous media[J]. ASCE J Hydraul Div, 1977(103):353-365.
- [17] Huyakorn P S, Springer E P. A three-dimensional finite-element model for simulation water flow in variably saturated porous media[J]. Water Resour Res, 1986,22(13):1790-1808.
- [18] 张乾飞. 复杂渗流场演变规律及转异特征研究[D]. 南京: 河海大学, 2002.
- [19] Kobayashi A, Yamashita R. Three-dimensional flow model in fractured rock mass[A]. Rock Joints, Barton and Stephansson (eds)[C]. 1990,639-646.
- [20] Oda M, Hatsuyama M. Permeability tensor for jointed rock masses[A]. Proc Of the Int Symp On Fundamentals of Rock Joints[C]. Bjorkiden, 1985,303-312.
- [21] 李佩成. 地下水非稳定渗流解析法[M]. 北京: 科学技术出版社, 1990,55-57.
- [22] Chen S H, Wang W M, She C X, Xu M Y. Unconfined seepage analysis of discontinuous rock slope[J]. Journal of Hydrodynamics Ser B, 2000, 12(3):75-86.