

饱和土桩纵向振动引起土层复阻抗分析研究

Study on resistance factor of saturated soil caused by longitudinal vibration of pile

李强^{1,2}, 王奎华¹, 谢康和¹

(1. 浙江大学 建工学院岩土工程研究所, 浙江 杭州 310027; 2. 安徽理工大学土木系, 安徽 淮南 232001)

摘要: 主要研究了三维轴对称条件下饱和土中弹性支承桩纵向振动产生的土层阻抗因子特性, 建立了桩振动引起的饱和土振动模式, 结合饱和土中波传播特性对土层阻抗因子进行模态分析, 并剖析了渗透力、土层厚度、土层底部反力系数、桩土模量比对土层阻抗的影响, 最后与单相弹性退化解、忽略径向运动的两相简化解及胡昌斌的粘弹性解进行对比, 阐明了各种解之间的关系。

关键词: 饱和土; 弹性支承桩; 纵向振动; 复阻抗因子

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2004)05-0679-05

作者简介: 李强(1972-), 男, 浙江大学博士生, 安徽理工大学讲师, 主要从事岩土工程的教学与科研工作。

LI Qiang^{1,2}, WANG Kui-hua¹, XIE Kang-he¹

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. Department of Civil Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

Abstract: The characteristics of the resistance factor of soil caused by longitudinal vibration of elastic bearing pile embedded in saturated soil layer are analytically studied by using three-dimensional axisymmetric model. The dynamic model of the saturated soil layer effected by longitudinal vibration of the pile is founded. Taking into account the wave propagations in the saturated soil layer, characteristics of the resistance factor of soil are analyzed. The effects of the seepage force, the depth of soil layer, the reaction coefficient of soil and the modulus ratio of pile and soil on the soil resistance are studied. The comparisons among the 3D axisymmetric solution, the single-phase degenerated solution, the two-phase solution neglecting the radial motion and Hu Changbin's visco-elastic solution are presented at last.

Key words: saturated soil; elastic bearing pile; longitudinal vibration; complex resistance factor

0 引言*

桩纵向振动理论在桩基础动力设计、地震工程及动力试桩中占有重要地位, 决定桩动力特性的关键之一是土模型。目前研究方法主要有离散的粘弹性模型、连续体模型及有限元、边界元模型。粘弹性模型^[1,2]将土层视为离散模型, 割裂了土层间的相互作用, 有限元法虽可在数值上保证一定的精度, 但很难洞悉桩土相互作用的本质, 进一步发展连续体模型至关重要。Nogami 研究了桩的纵向振动理论^[3], 其研究是基于连续体滞回阻尼模型, 忽略了径向运动以求简化, 之后又提出简化平面应变模型^[4]。Mylonakis^[5]明确了忽略径向运动的含义, 指出该近似对桩的分析影响较小。Militano^[6]将忽略径向运动的平面应变模型拓展到多层土中桩的动力分析中。胡昌斌^[7]在 Nogami 的基础上, 修正了 Nogami 解中的形式假定, 提出了更严格的粘性阻尼模型, 但仍然忽略了径向运动的影响。

上述模型均未考虑地下水的影响, 近年来, 研究者开始对多孔饱和介质中桩振动展开研究, Nogami^[8]研究了超静孔隙水压力对桩基特性的影响, X. Zeng^[9]等采用积分方程法, 对稳态作用下两相土中桩动力响应进行了分析, 但迄今尚未有连续体模型的饱和土中桩纵向振动的解析解。

本文旨在用解析方法求解饱和土中弹性支承桩纵向振动引起的土层振动解, 并对土层振动模式进行研究分析。这一研究理论上可校核以往研究的精确性, 加强对桩土共同作用机理的理解, 也可对桩基动力设计和检测起指导作用。

1 控制方程与定解条件

饱和土层动力学控制方程^[10,11]

$$\mu \nabla^2 u_r + (\lambda + \mu) \frac{\partial e}{\partial r} - \mu \frac{u_r}{r^2} - \alpha M \frac{\partial \zeta}{\partial r} = \rho \ddot{u}_r + \rho \ddot{w}_r, \quad (1)$$

$$\mu \nabla^2 u_z + (\lambda + \mu) \frac{\partial e}{\partial z} - \alpha M \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \rho \ddot{u}_z + \rho \ddot{w}_z, \quad (2)$$

$$\alpha M \frac{\partial e}{\partial r} - M \frac{\partial \zeta}{\partial r} = \rho \ddot{u}_r + m \ddot{w}_r + b \dot{w}_r, \quad (3)$$

$$\alpha M \frac{\partial e}{\partial z} - M \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \rho \ddot{u}_z + m \ddot{w}_z + b \dot{w}_z, \quad (4)$$

$$\text{其中 } e = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \zeta = - \left(\frac{\partial w_r}{\partial r} + \frac{w_r}{r} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right),$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50279047)

收稿日期: 2003-10-13

式中 u_j 和 w_j ($j = r, z$) 分别表示土体固相位移和液相相对于固相的位移; $m = \rho/\beta$, β 为饱和土孔隙率, $b = \eta/k_B$ 为土骨架与孔隙流体的黏性耦合系数(渗透力), η 为流体黏滞系数, $k_B = \eta_D/\rho g$ 为 Biot 定义的渗透系数(单位为 m^2), k_D 为达西定律中的渗透系数。 ρ 为流体密度, ρ_s 为土颗粒密度, ρ 为土体密度, $\rho = (1 - \beta)\rho_s + \beta\rho_f$; $\lambda = \lambda + \alpha^2 M$, λ, μ 为土骨架的 Lamé 常数, αM 为用来表征土颗粒及流体压缩性的常数。

饱和土层满足下述边界条件: ①水平方向无穷远处位移、应力为零; ②自由表面正应力为零, $\sigma_z(r, 0) = 0$; ③土层底部为弹性支承, $E_s \frac{\partial u_z}{\partial z}(r, H) + ku_z(r, H) = 0$, 其中 k 为土层反力系数, E_s 为土的弹性模量, 或底部刚性支承, $u_z(r, H) = 0$; ④桩-土接触面不透水, $w_r(a, z) = 0$; ⑤桩-土接触面径向位移为零, $u_r(a, z) = 0$; ⑥桩-土接触面与桩身摩阻力互等, $\tau_r(a, z) = -f(z)$ 。

桩纵向振动按一维杆件考虑, 其动力方程

$$E_b \pi a^2 \frac{\partial^2 w_b}{\partial z^2} - 2\pi q f(z) = \rho_b \pi a^2 \frac{\partial^2 w_b}{\partial t^2}, \quad (5)$$

$$(E_b \pi a^2 \frac{\partial w_b}{\partial z} + k_b w_b) \Big|_{z=H} = 0, \quad \frac{\partial w_b}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{P(t)}{E_b \pi a^2}, \quad (6)$$

式中 w_b 为桩身位移, E_b 、 ρ_b 分别是桩的弹性模量和密度, k_b 为桩底反力系数, a 为桩的半径, $P(t)$ 为桩顶作用力。

桩土间满足完全接触条件

$$u_z(a, z) = w_b(z). \quad (7)$$

2 土层复阻抗分析

2.1 复阻抗定义

引入势函数^[12], 对饱和土层控制方程(1)~(4)解耦, 采用分离变量法得到饱和土层基本解。饱和土中桩-土接触面的剪应力及竖向位移的无量纲化表达式为

$$\bar{\tau}_r \Big|_{\bar{r}=1} = \sum_{n=1}^{\infty} \eta_{1n} C_{1n} \cosh(h_n \bar{z}), \quad (8)$$

$$\bar{u}_z \Big|_{\bar{r}=1} = \sum_{n=1}^{\infty} \eta_{2n} C_{1n} \cosh(h_n \bar{z}), \quad (9)$$

式中 $\bar{r} = r/a$, C_{1n} 为待定系数; η_{1n} , η_{2n} , h_n 根据边界条件及假设有所不同。对于三维轴对称解

$$\eta_{1n} = 2(1 + \frac{h_{1n}^2}{h_n^2}) \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_3} g_{1n} h_n K_1(g_{1n}), \quad (10)$$

$$\eta_{2n} = 2h_n K_0(g_{1n}) - \frac{2(\lambda_1 - \lambda_3) g_{1n} h_n K_1(g_{1n}) K_0(g_{2n})}{(\lambda_2 - \lambda_3) g_{2n} K_1(g_{2n})} - \frac{2(\lambda_1 - \lambda_2) g_{1n} h_n K_1(g_{1n}) K_0(h_{1n})}{(\lambda_2 - \lambda_3) h_n K_1(h_{1n})}, \quad (11)$$

$$\text{式中 } \lambda_j = \frac{-\alpha M^* \beta_j^2 + \rho^* \delta^2}{M^* \beta_j^2 - (m^* \delta^2 + b^* \delta)}, j = 1, 2.$$

$$\lambda_3 = -\frac{\rho^* \delta^2}{m^* \delta^2 + b^* \delta}, \quad \beta_{1,2} = \frac{d_1 \pm \sqrt{d_1^2 - 4d_2}}{2},$$

$$d_1 = \frac{(\lambda^* + 2)(m^* \delta^2 + b^* \delta) + M^* \delta^2 - 2\alpha \rho^* M^* \delta^2}{(\lambda^* + 2) M^*},$$

$$d_2 = \frac{(m^* - \rho^{*2}) \delta^4 + b^* \delta^3}{(\lambda^* + 2) M^*}, \quad g_{1n}^2 + h_n^2 = \beta_1^2, \quad g_{2n}^2 + h_n^2 =$$

$$\beta_2^2, \quad h_{1n}^2 + h_n^2 = \gamma^2, \quad \gamma^2 = \frac{-\rho^{*2} \delta^4 + (m^* \delta^2 + b^* \delta) \delta^2}{m^* \delta^2 + b^* \delta},$$

K_0 及 K_1 分别表示零阶及一阶修正贝塞尔函数。 h_n 满足特征方程, 对于弹性支承桩:

$$h_n \sinh(h_n \theta) + k_s \cosh(h_n \theta) = 0, \quad (12)$$

式中 $\theta = H/a$ 为桩的长径比, k_s 为土层底部无量纲支承系数, $k_s = ka/E_s$ 。

对于端承桩

$$\cosh(h_n \theta) = 0 \Rightarrow h_n = (2n - 1) \pi / 2\theta, \quad (13)$$

式中 $i = \sqrt{-1}$, $n = 1, 2, 3, \dots$ 。

对于忽略土层径向运动影响的饱和土层解

$$\eta_{1n} = -2g_{1n} K_1(g_{1n}), \quad \eta_{2n} = -2K_0(g_{1n}) \quad (14)$$

式中 $g_{1n}^2 = \gamma_1 - \gamma_2 h_n^2$, $\gamma_1 = \delta^2 - \frac{\rho^{*2} \delta^4}{m^* \delta^2 + b^* \delta}$, $\gamma_2 = \lambda^* + 2$, h_n 的表达同式(12)和式(13)。

上述表达式中的无量纲化参数定义如下

$$\lambda^* = \lambda + \alpha^2 M^* = \lambda \mu + \alpha^2 M / \mu, \quad \rho^* = \rho / \rho_s, \quad \delta = \sqrt{\eta} \mu_s a, \quad m^* = m / \rho, \quad b^* = ba \sqrt{\rho \mu}, \quad (15)$$

式中 s 表示时间的拉氏变换量。

由式(8)和(9), 定义无量纲复阻抗因子

$$\alpha_n = \eta_{1n} / \eta_{2n}, \quad (16)$$

式中 α_n 表示土层复阻抗因子的第 n 个模态。

2.2 桩振动引起饱和土层振动模式

式(16)确定了饱和土在桩纵向振动激励下产生的复阻抗因子, α_n 的实部和虚部分别代表土层刚度因子和阻尼因子, 与激振频率、土层厚度、土层底部支承刚度、土的参数及液相渗透力等参数有关。

图1横轴为无量纲化频率比, 即激振频率与底部固定土层受垂直入射横波的固有频率之比,

$$a_1 = \omega / \omega_g, \quad (17)$$

式中 $\omega_g = v_s(2n - 1) \pi / 2H$, $n = 1, 2, 3, \dots$, v_s 为土层的剪切波速。

纵轴为不同阶数模态的实部或虚部, 选用了3阶模态。图中的基本参数为 $K_s = 36 \text{ GPa}$, $K_f = 2 \text{ GPa}$, $\rho_s = 2700 \text{ kg/m}^3$, $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\beta = 0.45$, $v_s = 193.2 \text{ m/s}$, $\theta = 40$, $k_s = 1.0$, 以下若无说明, 基本参数均一致。

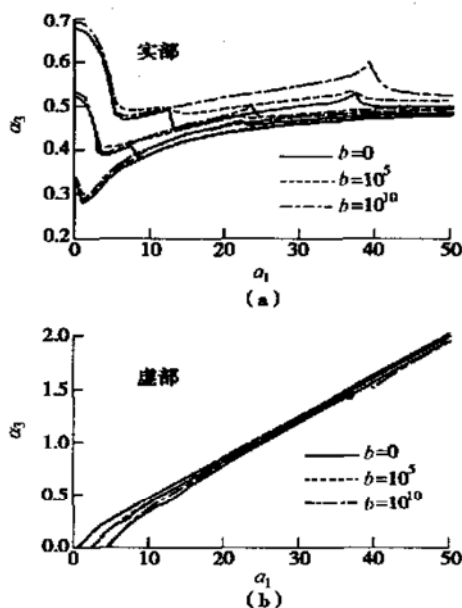


图1 桩纵向振动引起土层动阻抗因子模态

Fig. 1 Resistance factor of soil caused by pile vibration

由图1, 随模态阶数增加, 土阻抗因子实部逐级放大, 在较高频率渐趋收敛, 而虚部随频率增大近似呈线性增长; 在渗透力为零时(渗透系数趋于无穷大), 土层刚度出现了三个共振点, 当渗透力增大(渗透系数减小), 第二个共振点渐趋平缓, 而在渗透力较大(渗透系数较小)时, 只有两个共振点。这一现象可以通过建立桩纵向振动引起的土层振动模式加以解释。

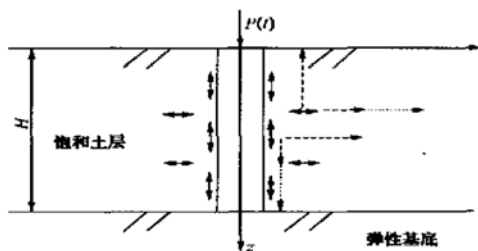


图2 桩纵向振动引起土层振动模式简图

Fig. 2 Dynamic model of soil layer effected by pile vibration

图2为桩纵向振动引起的土层振动模式, 双箭头实线表示质点振动方向, 虚线表示波传播方向。土层激振由桩-土共同作用引发, 桩-土界面上存在侧壁振动牵引力及横向振动作用力。对单相弹性土层, 侧壁牵引力将激发两种体波, 即纵波和横波, 纵波在竖直方向传播, 横波沿径向辐射; 横向振动力也将激发纵波和横波, 横波在竖直方向传播, 纵波沿径向辐射。由于径向为无限体, 不会产生共振, 共振由竖向有限厚度土层中波的传播与反射产生。对饱和土, 存在三种体波, 即横波、快纵波及慢纵波, 与单相介质波不同, 它们具有频散性, 特别是慢纵波衰减很快。于是, 在竖直方向传播引起共振的波有三个, 由横向振动力产生的横波以

及由侧壁牵引力产生的快纵波和慢纵波。这就是渗透力较低时图1(a)中出现三个共振点的原因, 共振点依据频率由低到高依次是横波、慢纵波和快纵波共振点。渗透力较大时, 饱和土体近似为封闭系统, 慢纵波尚未引起反射就已衰减怠尽, 因此只存在快纵波及横波, 图中反映出只有两个共振点。

由图1(b), 频率小于横波共振频率时, 阻尼很小, 主要是液相相对位移产生的阻尼。频率高于横波共振频率时, 共振波前加剧了剪切方向质点运动使辐射阻尼激增, 并随频率线性增加。而两种纵波共振的质点运动在竖向, 不会对辐射阻尼产生很大影响, 仅在共振点造成一定振荡。

2.3 土层模态影响因素分析

桩振动引起的饱和土层共振, 除渗透力外, 还受到土层厚度、土层反力系数、土层模量等因素影响。

由图3, 土层越薄, 动刚度越大, 横波剪切共振对动刚度的削弱作用越明显, 随土层厚度增加, 削弱作用减小, 长径比达80时, 已不受剪切波的削弱作用(如图3(a)中较长的直线段), 长径比达100时, 甚至出现了共振点刚度大于初始刚度, 表明剪切共振的影响存在临界深度。随厚度增加, 土层阻尼逐渐减小。

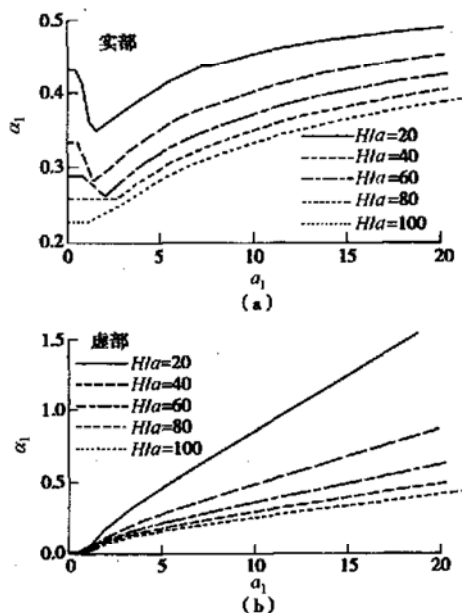


图3 土层厚度对土层阻抗因子一阶模态的影响

Fig. 3 Effects of depth of soil layer on resistance factor

由图4, 土层底部支承刚度越大, 土层阻抗的动刚度也越大, 而对动阻尼影响不大。 k_s 较小时, 即土层底部较软, 横波剪切共振的削弱作用逐渐消失。

由图5, 快纵波共振点随桩土模量比增大而增大, 而慢纵波共振点变化微小。笔者^[13]曾给出饱和土中三种体波波速的计算方法, 本文利用该方法分析模量比与两种纵、横波速比关系发现, 随模量比增加, 快纵波与横

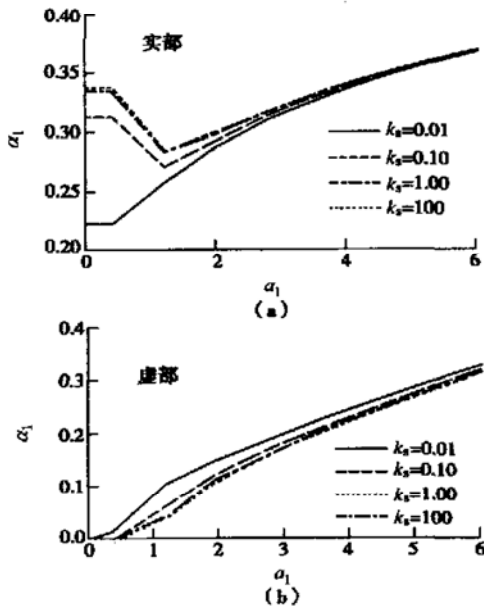


图4 土层底部支承系数对阻抗因子一阶模态的影响

Fig. 4 Effects of k_s on first-order resistance factor

波波速比增长率很大,而慢纵波与横波波速比在模量比大于 1000 时几乎不变,这恰好解释了图 5 中的现象。

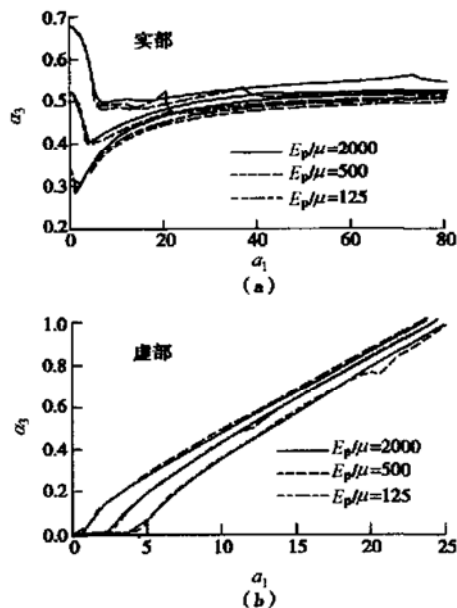


图5 桩土模量比对土层阻抗因子模态的影响

Fig. 5 Effects of E_p/μ on resistance factor of soil layer

3 与其他解的对比分析

饱和土层振动解通过设定 $\Omega = 0$ 可以退化为单相弹性解,忽略土层径向运动影响可得到与胡昌斌解类似的简化解。

图 6 对比了土层两相解和单相退化解,单相退化解出现两共振点,与前面振动模式分析相吻合,单相介质中产生共振的波是由横向振动力引发的横波和侧壁牵引力引发的纵波。图中两种解的横波共振点一致,表明

横波不受液相影响。对单相介质,频率低于横波共振频率时,系统无阻尼,超过该频率,辐射阻尼将发挥作用。

图 7 比较了饱和土三维轴对称解、忽略土层径向运动的两相简化解及胡昌斌黏弹性解,两相简化解与胡昌斌解基本一致,而与三维轴对称解有较大差别,忽略径向运动影响造成了土层动刚度高估,且两种情况下土层共振点也不一致,其原因是土层振动时波传播类型不同。三维轴对称解的土层振动第一共振点是由横波造成的,在横波共振频率附近。而忽略径向运动的饱和土层共振点与胡昌斌解很接近,由于共振频率的高估,辐射阻尼产生频率也远高于三维轴对称解。

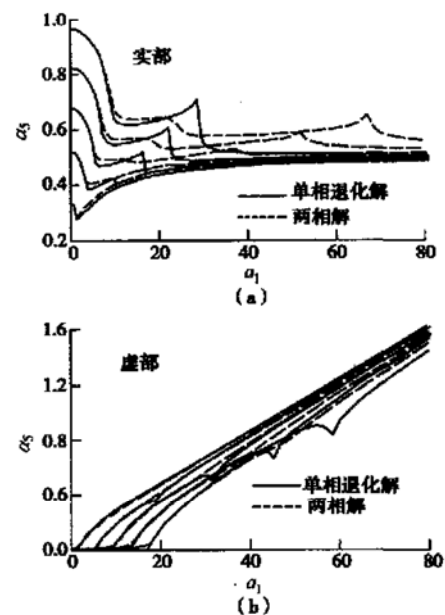


图6 三维轴对称土阻抗因子与退化单相介质解对比

Fig. 6 Contrast between 3D solution and degenerated single-phase solution of resistance factor of soil layer

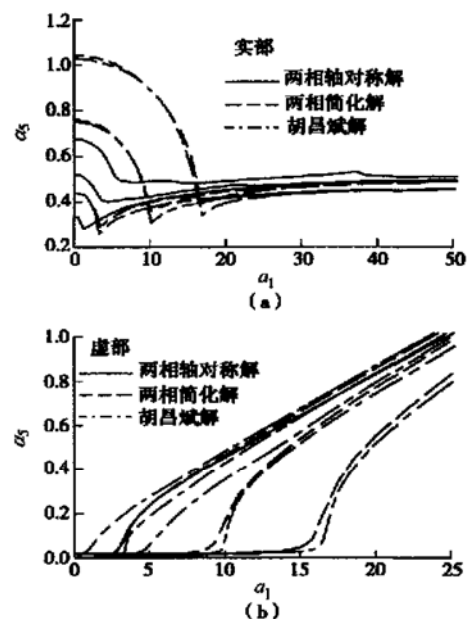


图7 三维轴对称解与忽略径向运动的简化解对比

Fig. 7 Contrast between 3D solution and simplified solution

4 结 论

(1) 得到了单层饱和土层中桩纵向振动的三维轴对称形式解析解。

(2) 建立了桩纵向振动引起的饱和土层振动模式,从波传播的角度分析了产生共振的机理。

(3) 分析了土层复阻抗因子在渗透力、土层厚度、土层底部支承刚度及桩、土模量比等因素影响下的状态,得出它们对共振特性具有重要影响的结论。

(4) 比较了饱和土中三维轴对称解与退化单相解、忽略径向运动的两相简化解及胡昌斌的黏弹性解之间的区别,结果表明三维轴对称解能更准确反映土层的振动特性,简化形式掩盖了饱和土的一些重要特性。

参考文献:

- [1] 王奎华, 谢康和, 曾国熙. 变截面阻抗桩受迫振动问题解析解及其应用[J]. 土木工程学报, 1998, **31**(6): 545– 551.
- [2] 王奎华. 变截面阻抗桩纵向振动问题积分变换解[J]. 力学学报, 2001, **33**(4): 479– 490.
- [3] Nogami T, Novak M. Soil-pile interaction in vertical vibration [J]. Earthquake Engng and Struct Dynamics, 1976, **4**: 277– 293.
- [4] Novak M, Nogami T, Aboul- Ella F. Dynamic soil reactions for plane strain case[J]. J Engng Mech, 1978, **104**(EM4): 953– 959.
- [5] Mylonakis G. Winkler modulus for axially loaded piles [J]. Geotechnique, 2001, **51**(5): 455– 461.
- [6] Militano G, Rajapakse R K N D. Dynamic response of a pile in a multi-layered soil to transient torsional and axial loading [J]. Geotechnique, 1999, **49**(1): 91– 109.
- [7] 胡昌斌, 王奎华, 谢康和. 考虑桩土耦合作用时弹性支承桩纵向振动特性分析及应用[J]. 工程力学, 2003, **20**(2): 146– 154.
- [8] Nogami T, Ren F Z, Chen J W. Vertical vibration of pile in vibration-induced excess pore pressure field [J]. J Geotech Geoenv Engng, 1997, **123**(5): 422– 429.
- [9] Zeng X, Rajapakse R K N D. Dynamic axial load transfer from elastic bar to poroelastic medium [J]. J Engng Mech, 1999, **125**(9): 1048– 1055.
- [10] Biot M A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media [J]. J Appl Phys, 1962, **33**(4): 1482– 1498.
- [11] Philippacopoulos A J. Lamb's problem for fluid-saturated, porous media [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1988, **78**(2): 908– 923.
- [12] Senjuntichai T, Rajapakse R K N D. Transient response of a circular cavity in a poroelastic medium [J]. Int J Numer & Anal Methods Geomech, 1993, **17**: 357– 383.
- [13] 李 强, 王奎华, 谢康和. 冻土声学测试中的异常现象分析 [J]. 煤炭学报, 2003, **28**(5): 517– 521.