

群桩刚性承台竖向动阻抗的简化计算

Simple method for calculating vertical dynamic impedance of rigidly-capped pile groups

燕彬, 黄义

(西安建筑科技大学, 陕西 西安 710055)

摘要: 目前对群桩动阻抗研究的文献, 始终局限在刚性承台底与土脱离的假设, 而没有考虑实际存在的承台底与土接触的情况。文中在对群桩刚性承台动阻抗的求解过程中, 首次考虑了承台底土与承台及群桩的动力相互作用。文中首先利用前期文献确定了单桩和单独刚性基础在均质弹性土中的竖向动阻抗, 然后定义了桩-土、土-桩、土-土动力相互作用因子的概念, 并对诸动力相互作用因子作了理论推导及计算, 进而建立了均匀介质中群桩竖向动力阻抗的简化计算方法。

关键词: 承台底土; 动力相互作用; 群桩竖向动力阻抗

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2004)05-0645-04

作者简介: 燕彬(1966-), 男, 副教授, 山东济南人, 在济南大学任教。现为西安建筑科技大学土木学院博士生, 主要从事地基基础的共同作用, 地基处理等方面的研究和教学工作。

YAN Bin, HUANG Yi

(Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China)

Abstract: Dynamic impedances of pile groups have been studied almost on a same assumption that rigid caps and soil under it do not touch each other in the current literature. This paper account for the dynamic impedance of pile groups without the aboved-mentioned assumption. So, that the soil under caps affects the caps and piles is discussed. In the paper, first, dynamic impedance of the single pile and the single rigid foundation are derived in homogeneous elastic media. Then, the pile-to-soil, soil-to-pile and soil-to-soil dynamic interaction factors are defined and worked out. And a simple method for calculating vertical dynamic impedance of rigidly-capped pile groups in homogeneous elastic media is developed.

Key words: soil under cap; dynamic interaction; dynamic vertical impedance of pile groups

0 前言*

桩基承台的实际工作状态与承台底和土的接触状态有关。当承台底与土脱离时, 荷载仅由桩承担; 当承台底与土接触时, 荷载由桩及承台底土共同承担。当采用子结构法对土-桩基-上部结构进行动力相互作用分析时, 群桩动力阻抗的确定是关键步骤。

目前对群桩动阻抗研究的文献, 始终局限在刚性承台底与土脱离的情况^[1~5]。求解群桩的动阻抗, 首先需确定单桩动阻抗, 假设桩是竖直、弹性的; 假设土层是均质弹性半空间^[1]、或线性粘弹性土层^[2]、或由一系列符合平面应变假定的薄土层组成^[3], 计算方法有解析法、半解析法、有限元法和边界元法^[4,5]等。然后计算桩-桩的动力相互作用因子^[6], 从而获得桩-桩之间的动力相互影响关系, 即可形成群桩的阻抗矩阵。再根据刚性承台的位移协调条件, 最后求得群桩的动阻抗。

承台底与土接触的静力研究已比较成熟, 而动力方面的研究目前几乎空白。本论文对承台底与土接触的群桩刚性承台竖向动力阻抗作了初步探讨。首先需确定单桩及刚性基础的动阻抗, 单桩的竖向动阻抗在假设土层为均质弹性体的条件下, 利用传递矩阵法求

得; 刚性基础的竖向动阻抗以作用在均质弹性半空间表面或有一定埋深的刚性基础为条件而求得^[7]。然后计算桩-桩^[6,8]、桩-土、土-桩、土-土的动力相互作用因子, 本文给出了桩-土、土-桩、土-土的动力相互作用因子的定义及理论推导和计算公式, 这样就建立了群桩-土的动阻抗矩阵。最后得到承台底与土接触的刚性承台的竖向动阻抗。

1 单桩竖向动阻抗的计算

如图1为均质弹性半空间的轴向受力桩, 在桩顶端受竖向的简谐力 $p(t)$, 桩的弹性模量为 E_p , 横截面面积为 A_p , 单位长度的质量为 m_p 。桩端下土层按桩端等截面大小延伸至岩层顶面, 如果岩层埋深较大, 桩端下几乎不受桩荷载影响的土层可视为岩层平面, 计算时下部土柱视为混凝土桩体的延伸, 是整个桩的一部分, 只是弹性模量不同而已。桩周土模拟为连续分布的弹簧和阻尼器, 其弹簧系数 k_s 和阻尼系数 c_s 。由文献[6]~[8]给出

$$k_s = 0.6E_s(1 + 0.5\sqrt{a_0}), \quad (1)$$

$$c_s = \pi d \rho_s V_s a_0^{-1/4} + 2\beta_s \frac{k_s}{\omega}, \quad (2)$$

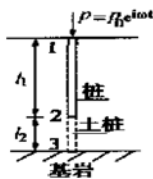


图1 单桩剖面

Fig. 1 Side view of a pile

式中 E_s 、 ρ_s 、 V_s 和 β_s 分别是土的弹性模量、土的密度、剪切波速和滞变阻尼系数; $a_0 = \omega d / V_s$ 为无量纲频率, ω 和 d 分别是激振圆频率和桩的直径。

混凝土桩体和土柱体的运动方程分别为

$$E_p A_p \frac{d^2 W(z)}{dz^2} - (k_s + i\omega c_s - m_p \omega^2) W(z) = 0, \quad (3)$$

$$E_s A_p \frac{d^2 W(z)}{dz^2} - (k_s + i\omega c_s - m_s \omega^2) W(z) = 0, \quad (4)$$

令 $\alpha^2 = (k_s + i\omega c_s - m_p \omega^2) / E_p A_p$, $\beta^2 = (k_s + i\omega c_s - m_s \omega^2) / E_s A_p$ 。

解微分方程, 得单桩在均质土中的轴向动力阻抗为

$$K_{pw} = - \frac{\operatorname{ch} \alpha l_1 \cdot \operatorname{ch} \beta l_2 + \operatorname{sh} \alpha l_1 \cdot \operatorname{sh} \beta l_2}{\operatorname{sh} \alpha l_1 \cdot \operatorname{ch} \beta l_2 + \operatorname{ch} \alpha l_1 \cdot \operatorname{sh} \beta l_2}. \quad (5)$$

那么, 单桩的动柔度系数为

$$\delta_{pw} = 1 / K_{pw}. \quad (6)$$

2 刚性基础作用下地基土的竖向动阻抗

作用在均质弹性半空间上的矩形基础, 基础板假设为无质量的刚性板, 其上作用竖向谐振荷载 F , 利用弹性介质波动理论可求得地基土的动刚度 $\bar{K}_z$ 和阻尼系数 C_z , 便可形成刚性板与弹性地基的计算简图。基础的竖向动阻抗为

$$K_z = \bar{K}_z + i\omega C_z = F/w, \quad (7)$$

那么刚性基础的动柔度系数为

$$\delta_z = 1 / K_z, \quad (8)$$

确定动刚度 $\bar{K}_z$ 和阻尼系数 C_z 可参考文献[7], 该文献并指出地基土具有足够深度的均质土层时, 将地基看作弹性半空间所计算的动刚度 $\bar{K}_z$ 和阻尼系数 C_z 误差很小。

3 桩土之间的相互作用

将承台进行分割, 桩基简化为杆单元, 承台结构底

面上与结构分割节点相对应的点为桩土支撑体系的节点, 见图2, 其中 m 个桩顶节点, n 个基底土节点(简称土节点), 共 $N = m + n$ 个节点。

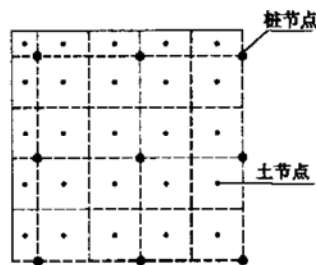


图2 承台网格划分

Fig. 2 Pile cap meshes used for analysis of the pile-soil cap dynamic interaction

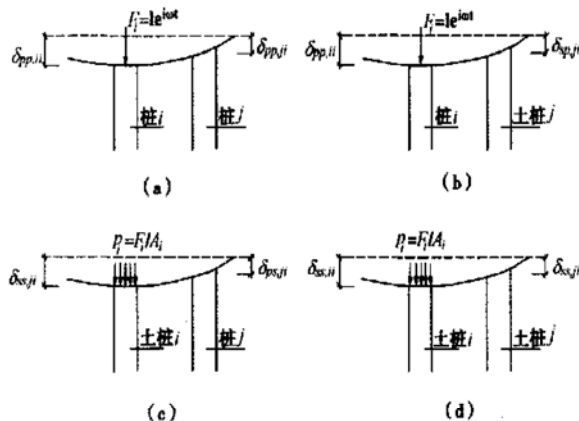


图3 桩土动力相互影响示意

Fig. 3 Dynamic interaction between piles and soil

桩-桩、桩-土、土-桩、土-土之间相互作用如图3, 第 i 桩顶作用幅值为1的谐振荷载 F_i 时, 桩顶产生位移 $\delta_{pp,ii}$, 与此同时, 第 j 桩桩顶产生由 F_i 引起的位移 $\delta_{pp,ji}$, 见图3(a); 第 j 土节点则产生由 F_i 引起的位移 $\delta_{ps,ji}$, 见图3(b); 如图3(d), 第 i 土节点所分配到的基底面积 A_i 上作用均布谐振荷载幅值为 $p_i = 1/A_i$ 时, 土节点产生位移 $\delta_{ps,ii}$, 而土节点 j 则产生位移 $\delta_{ps,ji}$; 与此同时, 在 p_i 作用下, 第 j 桩桩顶节点位移 $\delta_{ps,ji}$, 见图3(c)。

如记 N 阶向量 $\{W\} = [W_1 \dots W_m W_{m+1} \dots W_{m+n}]^T$ 为桩土支撑体系的节点竖向位移向量幅值, 如记 N 阶向量 $\{F\} = [F_1 \dots F_m F_{m+1} \dots F_{m+n}]^T$ 为相应节点反力向量幅值(对土节点为分布反力的合力), 则

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ \vdots \\ W_m \\ W_{m+1} \\ \vdots \\ W_{m+n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{pp,11} & \dots & \delta_{pp,1m} & \delta_{ps,1m+1} & \dots & \delta_{ps,1m+n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \delta_{pp,m1} & \dots & \delta_{pp,mm} & \delta_{ps,mm+1} & \dots & \delta_{ps,mm+n} \\ \delta_{ps,m+11} & \dots & \delta_{ps,m+1m} & \delta_{ss,m+1m+1} & \dots & \delta_{ss,m+1m+n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \delta_{ps,m1} & \dots & \delta_{ps,mm} & \delta_{ss,mm+1} & \dots & \delta_{ss,mm+n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_m \\ F_{m+1} \\ \vdots \\ F_{m+n} \end{bmatrix} \quad (9)$$

[δ] 的对角元素可由前述单桩的动阻抗和刚性基础作用下地基的动阻抗计算得, 非对角元素的计算需因引入动力相互作用因子的概念。

3.1 桩- 桩和桩- 土的动力相互作用

均质土中的两根桩径和桩长相同的桩, 桩 i 在桩头受简谐荷载作用下桩头的位移为

$$w_{pp,ii}(z, t) = W_{pp,ii}(z) e^{i\omega t}, \quad (10)$$

由此在土中 j 节点产生的位移为

$$w_{pj,ji}(z, t) = W_{pj,ji}(z) e^{i\omega t}, \quad (11)$$

由于振动波在土介质中的传播作用, 引起桩 j 产生的位移为

$$w_{pp,ji}(z, t) = W_{pp,ji}(z) e^{i\omega t}, \quad (12)$$

定义: 桩- 桩动力相互作用因子为^[6,8]

$$\alpha_{pp,ji} = \alpha_{pp,ji} = \frac{W_{pp,ji}}{W_{pp,ii}}, \quad (13)$$

桩- 土动力相互作用因子为

$$\alpha_{ps,ji} = \frac{W_{ps,ji}}{W_{pp,ii}}. \quad (14)$$

文献[8]指出, 在均质土中, 当桩 i 振动时, 认为仅有圆柱状 SV 波沿水平方向传播。且当桩的长径比 $l/d \leq 20$, 桩土的弹性模量之比 $E_p/E_s \geq 1000$ 时, SV 波沿桩长同时向水平方向辐射, 而且同时到达桩 j , 不存在相位差。此时, 土的位移场可表示为

$$w_s(z, t) = W_s(z) e^{i\omega t} = \Psi(r) W_{ii}(z) e^{i\omega t}, \quad (15)$$

其中

$$\Psi(r) = \sqrt{\frac{r_0}{r}} \exp(-\beta_s \omega r / V_s) \exp(-i\omega r / V_s), \quad (16)$$

式中 r_0 为桩的半径, r 为距桩 i 轴线的距离。

对于均质土中的两根尺寸相同的桩, 文献[8]认为桩 j 的位移就等于桩 j 处土的位移, 因此, 桩- 桩和桩- 土的动力相互作用因子简化为

$$\alpha_{pp,ji} = \alpha_{pp,ji} = \alpha_{ps,ji} = \Psi(r). \quad (17)$$

3.2 土- 桩和土- 土的动力相互作用

均质弹性半空间表面上的两个圆形刚性基础, 如图 4, 半径分别为 r_i, r_j , 圆心间距为 r , 基础 i 中心作用竖向简谐荷载。以圆形基础的边缘处竖向位移作为基础 i 的位移, 则

$$w_{ss,ii}(r_i, t) = W_{ss,ii}(r_i) e^{i\omega t}. \quad (18)$$

由此在基础 j 产生的位移为

$$w_{ss,ji}(r, t) = W_{ss,ji}(r) e^{i\omega t}. \quad (19)$$

由于振动波在土介质中的传播作用, 引起桩 j 产生的位移为

$$w_{ps,ji}(z, t) = W_{ps,ji}(z) e^{i\omega t}, \quad (20)$$

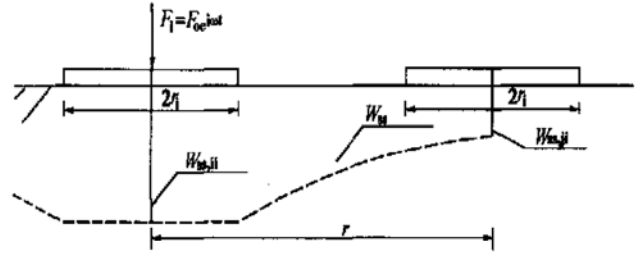


图 4 两刚性基础动力相互作用示意

Fig. 4 Dynamic interaction between two rigid foundations

定义: 土- 桩的动力相互作用因子为

$$\alpha_{ps,ji} = \frac{W_{ps,ji}}{W_{ss,ii}}. \quad (21)$$

土- 土的动力相互作用因子为

$$\alpha_{ss,ji} = \frac{W_{ss,ji}}{W_{ss,ii}}. \quad (22)$$

当无量纲频率 a_0 较高时, 以三维模型表示的地基土动阻抗与平面假设情况计算的土动阻抗非常接近^[9]。由参考文献[10]知土层受单位谐振荷载时, 土层的竖向位移幅值与径向距离的关系式为

$$W_{ss}(r) = -\frac{K_0(sr)}{2\pi G s r_0 K_0'(sr_0)}, \quad (23)$$

式中 G 为土的剪切模量; $K_0(sr)$ 为第二类零阶修正 Bessel 函数; $K_0'(sr) = \frac{dK_0(sr)}{dr}$; $s^2 = \omega^2 / V_s^2$; V_s 为土的剪切波速, r 为与简谐荷载轴线的水平距离, $r = r_0$ 为基础单元半径。

对于均质土的桩, 文献[8]认为桩 j 的位移就等于桩 j 处土的位移, 因此, 当 $r_i \approx r_j$ 时, 土- 桩和土- 土的动力相互作用因子简化为

$$\alpha_{ps,ji} = \alpha_{ss,ji} = \alpha_{ss,ji} = \frac{W_{ss}(r)}{W_{ss}(r_i)} = \frac{K_0(sr)}{K_0(sr_i)}. \quad (24)$$

4 刚性承台的竖向动阻抗

设作用在群桩承台上竖向简谐荷载的幅值为 N , 第 i 桩头和第 j 土节点分担的轴向力分别为 N_i ($i = 1, \dots, m$) 和 N_j ($j = m+1, \dots, m+n$), 由于刚性板的约束作用, 群桩的竖向位移 W 等于各单桩桩头和承台底土节点的位移 W_i , 即

$$W = W_i (i = 1, \dots, m+n), \quad (25)$$

式(9)简写为

$$\{W\} = [\delta] \{F\}, \quad (26)$$

式中 $[\delta]$ 为桩土支撑体系柔度矩阵, 分块形式写出:

$$\left[\begin{array}{cc} \delta_{so, \bar{u}} & \delta_{ss, \bar{u}} \\ (i, j = 1, 2, \dots, m) & (i = 1, 2, \dots, m; j = m+1, \dots, m+n) \\ \delta_{sp, \bar{y}} & \delta_{ss, \bar{y}} \\ (i = m+1, \dots, m+n; j = 1, 2, \dots, m) & (i, j = m+1, \dots, m+n) \end{array} \right]$$

式中 $\delta_{pp, \bar{y}} = \alpha_{pp, \bar{y}} \delta_{pp, \bar{y}}$, $\delta_{ps, \bar{y}} = \alpha_{ps, \bar{y}} \delta_{pp, \bar{y}}$, $\delta_{ss, \bar{y}} = \alpha_{ss, \bar{y}} \delta_{ss, \bar{y}}$, $\delta_{ps, \bar{y}} = \alpha_{ps, \bar{y}} \delta_{ss, \bar{y}}$, $\delta_{pp, \bar{y}}$ 、 $\delta_{ss, \bar{y}}$ 为 $[\delta]$ 对角元素, 由式(6)和(8)计算. 动力相互作用因子由式(17)和(24)计算, 这样矩阵 $[\delta]$ 的全部元素即可求出.

作用在群桩承台上的竖向荷载 N 由各桩和承台底土分担, 即

$$N = \sum_{i=1}^{m+n} N_i. \quad (27)$$

联立求解方程(25)~(27)可得群桩位移 W 以及各桩和承台底土承担的荷载 N_i , 于是群桩的竖向动力阻抗为

$$K_{psv}^G = N/W. \quad (28)$$

5 算例

均匀土层中 2×2 的群桩, 桩的弹性模量与土的弹性模量比值 $E_p/E_s = 1000$, 桩的长径比 $L/d = 15$, 桩间距与桩半径比 s/d 为 5. 群桩竖向动力阻抗写成 $K_{psv}^G = \bar{K}_{psv}^G + i\omega C_{psv}^G$, 群桩的竖向动刚度和阻尼分别除以群桩静刚度之和, 以无量纲形式表示, 见图 5. K 为单桩静刚度, 无量纲频率 $a_0 = \omega d/V_s$, V_s 为剪切波速.

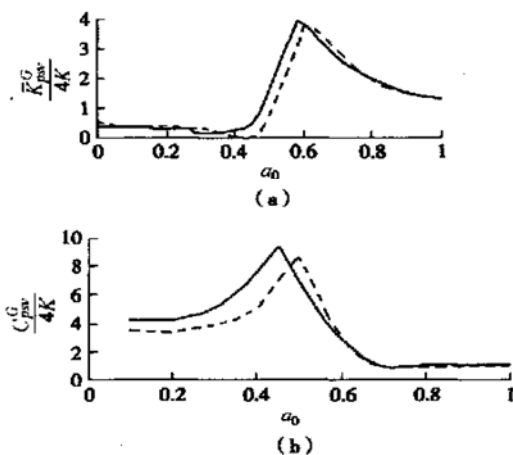


图 5 2×2 群桩竖向动阻抗

Fig. 5 Vertical dynamic stiffness and damping group factors as a function of frequency for a 2×2 pile groups

图 5 中实线和虚线分别表示承台底与土接触和脱离的情况下, 所得动刚度和动阻尼. 两种情况的计算

结果对比可知, 承台底土对群桩动阻抗是有影响的.

6 结 论

本文首先定义了桩-土、土-桩和土-土的动力相互作用因子的概念, 然后利用弹性动力学理论推导了均匀介质中, 桩-土、土-桩和土-土的动力相互作用因子的计算公式, 从而形成了考虑承台底与土接触的群桩动阻抗矩阵, 进而求得刚性承台下群桩竖向动阻抗.

本文仅对均匀介质中竖向动阻抗作了简化计算, 算例仅是 2×2 的群桩承台, 规模较小, 但计算结果仍然表明: 考虑承台底与土接触, 对群桩竖向动阻抗的计算结果是有影响的.

参考文献:

- [1] Butterfield R, Banerjee P K. The elastic analysis of compressible piles and pile groups[J]. Geotechnique, 1971, 21(1): 43-60.
- [2] Nogami T, Novak M. Soil-pile interaction in vertical vibration[J]. Earthquake Eng Struct Dyn, 1976, 4(1): 227-293.
- [3] Novak M, Aboul- Ella F. Impedance functions of pile in layered media[J]. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 1978, 104(3): 643-661.
- [4] Maragakis E A, Douglas B M, Abdel- Ghaffr S M. An equivalent linear finite element approach for the estimation of pile foundation stiffnesses[J]. Earthquake Eng Struct Dyn, 1994, 23: 1115-1124.
- [5] Mylonakis G, Nikolaou A. Soil-pile-bridge seismic interaction: kinematic and inertial effects. part I: soft soil[J]. Earthquake Eng Struct Dyn, 1997, 26(2): 337-359.
- [6] 蒯行成, 沈蒲生. 层状介质中群桩竖向和摇摆动力阻抗的简化计算方法[J]. 土木工程学报, 1999, 32(5): 62-69.
- [7] Gazetas G. Formulas and Charts for impedances of surface and embedded foundations[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1991, 117(9): 1363-1381.
- [8] Gazetas G, Makris N. Dynamic pile-soil-pile interaction. part I: analysis of axial vibration[J]. Earthquake Eng Struct Dyn, 1991, 20(1): 115-132.
- [9] Nogami T. Dynamic group effect in axial responses of grouped Piles[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1983, 109(2): 228-243.
- [10] Ettouney M, Brennan A F. Force dynamic behavior of pile Groups[J]. JGeot Engng Div, ASCE, 1983, 109(3): 301-317.