

# 横观各向同性土中深埋圆形隧道的应力和位移分析

## Analysis of stress and displacement around a deep circular tunnel in transversely isotropic soil

刘干斌<sup>1</sup>, 谢康和<sup>1</sup>, 施祖元<sup>2</sup>, 徐 洋<sup>1</sup>

(1. 浙江大学 岩土工程研究所, 浙江 杭州 310027; 2. 浙江省建筑设计研究院, 浙江 杭州 310006)

**摘 要:** 基于 Biot 固结理论, 得到在横观各向同性饱和土体中开挖圆形隧道引起的应力、位移及孔隙水压力在时间的拉普拉斯变换域中的解。运用拉普拉斯数值逆变换, 得到数值计算结果, 分析了隧道边界条件和土体的横观各向同性性质对应力、位移场的变化及孔隙水压力消散的影响。

**关键词:** 横观各向同性; 圆形隧道; 应力; 位移; 固结

**中图分类号:** U 451

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-4548(2003)06-0727-05

**作者简介:** 刘干斌(1976-), 男, 江西吉安人, 博士研究生, 主要从事软黏土力学及地下工程方面的研究工作。

LIU Gan-bin<sup>1</sup>, XIE Kang-he<sup>1</sup>, SHI Zu-yuan<sup>2</sup>, XU Yang<sup>1</sup>

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang Univ., Hangzhou 310027, China; 2. Zhejiang Architectural Design & Research Institute, Hangzhou 310006, China)

**Abstract:** Based on Biot's theory of consolidation, the time-dependent analytical solutions of stress, displacement and pore pressure induced by circular tunnel excavation in a transversely isotropic and saturated soil are obtained in the Laplace transform domain. The results of numerically inverse Laplace transform are used to analyze the influences of boundary condition of tunnel and transversely isotropic property of soil on the stress, displacement and pore pressure.

**Key words:** transversely isotropic; circular tunnel; stress; displacement; consolidation

## 0 前 言\*

在饱和软黏土地基中开挖地下隧道是岩土工程界所关注的课题, 隧道开挖后引起土体中应力、位移场的改变对隧道墙体的稳定性有很大影响, 同时隧道墙体和土体的几何特性和力学特性以及墙土之间的相互作用决定了隧道的性质。

由于隧道横断面尺寸远小于其纵向长度, 因此, 可以简化为平面应变问题进行求解。如果隧道埋深大于其半径的 10 倍时, 这种类型的隧道可以假设为深埋隧道<sup>[1]</sup>。对于深埋圆形隧道, Pender 考虑了隧道开挖前土体中存在的初始应力场, 认为土体的位移是由于隧道边界上初始应力场释放引起的, 并在 3 种不同边界条件下得到了问题的解析解<sup>[2]</sup>。但该文没有考虑到土体的固结对应力和位移场的影响。Carter 将土体视为线弹性、各向同性饱和介质, 假定隧道边界为透水和不透水两种情况, 根据 Biot 固结理论, 提出了求解饱和土体中圆形隧道应力和位移场的解析方法, 并分析了隧道周围土体中依赖于时间的应力和位移的变化及孔隙水压力的消散规律<sup>[3]</sup>。Detournay 在文献[3]的基础上进一步考虑了介质的压缩性, 但仅给出了边界透水条件下的解<sup>[4]</sup>。

以上文献都没考虑土体的各向异性对应力和位移

场及孔隙水压力的影响。实际上, 天然土体在沉积过程中存在着固有各向异性, 考虑土体的各向异性显然更为合理。本文在以上研究的基础上, 将土体视为线弹性、横观各向同性饱和介质, 根据 Biot 固结理论<sup>[5]</sup>, 得到了横观各向同性饱和土体中开挖圆形隧道引起的应力、位移及孔隙水压力在拉普拉斯变换域中解, 运用拉普拉斯数值逆变换得到了数值计算结果, 分析了隧道边界的渗透性及土体的横观各向同性对土体中应力、位移场的变化及孔隙水压力消散的影响。

## 1 基本方程

### 1.1 初始应力场

隧道开挖前, 隧道上部和下部位置的初始应力场是不等的, 由于假设隧道为深埋, 这种应力差可以忽略, 计算结果误差一般不超过 1%<sup>[1]</sup>。土体中的初始应力场可以视为作用在水平方向的总应力  $\sigma_h$  和竖直方向的总应力  $\sigma_v$ , 这两者之间的关系为

$$\sigma_h = N \sigma_v, \quad (1)$$

式中  $N$  为土体的侧压力系数。

如果地下水位位于地表,则<sup>[2]</sup>

$$N = K_0 + \gamma_w(1 - K_0)/\gamma_s, \quad (2)$$

式中  $K_0$  为静止土压力系数,  $\gamma_w$ 、 $\gamma_s$  分别为孔隙水和土体的容重。当  $K_0 < 1$  时土体处于正常固结状态; 当  $K_0 > 1$  时土体处于超固结状态。

根据有效应力原理, 饱和土体中初始应力、初始有效应力和初始孔隙水压力  $p_0$  的关系可以表示为

$$\sigma_h = \sigma'_h + p_0, \quad (3)$$

$$\sigma_v = \sigma'_v + p_0. \quad (4)$$

在极坐标系中, 初始应力场可以表示为

$$\sigma_r = \frac{1}{2}(\sigma_h + \sigma_v) + \frac{1}{2}(\sigma_h - \sigma_v)\cos 2\theta, \quad (5a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}(\sigma_h + \sigma_v) - \frac{1}{2}(\sigma_h - \sigma_v)\cos 2\theta, \quad (5b)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{1}{2}(\sigma_h - \sigma_v)\sin 2\theta. \quad (5c)$$

## 1.2 平衡方程

由于假定隧道为平面应变问题, 在极坐标系中问题的平衡方程为

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0, \quad (6a)$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0. \quad (6b)$$

## 1.3 本构方程

假定隧道横断面为各向同性面, 则横观各向同性饱和土体用径向位移  $u_r$  和切向位移  $u_\theta$  表示的本构方程为

$$\sigma_r = A \frac{\partial u_r}{\partial r} + B \left[ \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right] - p, \quad (7a)$$

$$\sigma_\theta = B \frac{\partial u_r}{\partial r} + A \left[ \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right] - p, \quad (7b)$$

$$\tau_{r\theta} = C \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right]. \quad (7c)$$

式中  $p$  为超静孔隙水压力;  $A = \frac{a}{a^2 - b^2}$ ;  $B = \frac{-b}{a^2 - b^2}$ ;

$C = \frac{A - B}{2}$ ;  $a = \frac{1}{E_1} - \frac{\mu_1^2}{E_2}$ ;  $b = -\frac{\mu_1}{E_1} - \frac{\mu_2^2}{E_2}$ , 其中  $E_1$ 、 $\mu_1$  为横观各向同性面内的弹性模量和泊松比;  $E_2$ 、 $\mu_2$  为垂直于横观各向同性面内的弹性模量和泊松比。

## 1.4 渗流连续方程

$$\frac{k_s}{\gamma_w} \left[ \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \right] = \frac{\partial e}{\partial t}, \quad (8)$$

式中  $k_s$  为土体的渗透系数,  $e$  为土体的总应变,  $e = \xi + \xi_0$ 。

## 1.5 边界条件

隧道开挖后土体中初始应力场释放, 应力重新分

布, 形成二次应力场。在无穷远处应力增量为零, 在隧道边界上( $r = R$ )作用的应力增量为

$$\left. \begin{aligned} \Delta \sigma_r &= -\sigma_m - \sigma_d \cos 2\theta, \\ \Delta \tau_{r\theta} &= \sigma_d \sin 2\theta. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中  $\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_h + \sigma_v)$ ,  $\sigma_d = \frac{1}{2}(\sigma_h - \sigma_v)$ ,  $R$  为隧道半径。

对于圆形隧道, 除了考虑应力边界条件, 还需要考虑隧道边界的渗透条件, 如果隧道完全封闭则认为边界不透水, 如果隧道完全不封闭则认为隧道边界透水。

为了便于分析, 将应力边界条件分解, 并与透水条件构成以下 3 种基本形式<sup>[4]</sup>:

(1) 隧道边界上作用的水平方向初始应力  $\sigma_h$  和竖向初始应力  $\sigma_v$  相等, 隧道边界上均布卸载, 与边界渗透条件构成第一类边界( $r = R$ , 以下均省去增量符号  $\Delta$ ):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\sigma_m, \\ \tau_{r\theta} &= 0, \\ p &= 0 \quad (\text{透水}), \\ \frac{\partial p}{\partial r} &= 0 \quad (\text{不透水}). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(2) 隧道边界上仅作用着初始孔隙水压力为第二类边界( $r = R$ ):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= 0, \\ \tau_{r\theta} &= 0, \\ p &= -p_0 \quad (\text{透水}), \\ \frac{\partial p}{\partial r} &= 0 \quad (\text{不透水}). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

(3) 隧道边界上非均布卸载, 与边界渗透条件构成第三类边界( $r = R$ ):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\sigma_d \cos 2\theta, \\ \tau_{r\theta} &= \sigma_d \sin 2\theta, \\ p &= 0 \quad (\text{透水}), \\ \frac{\partial p}{\partial r} &= 0 \quad (\text{不透水}). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

在实际工程中, 隧道开挖后边界上应力分布往往如同式(9), 在确定土体的静止土压力系数  $K_0$ 、 $\gamma_s/\gamma_w$  后, 该应力边界条件可仅用一个初始应力分量(例如  $\sigma_v$  或  $\sigma_h$ )表示, 而问题的解答则可以通过以上 3 种简单条件下的解叠加得到。

## 2 问题的求解

### 2.1 求解方法

参考 Carter 解法<sup>[3]</sup>, 在时间的拉普拉斯变换域中, 对横观各向同性饱和土体中开挖圆形隧道问题进行求

解, 拉普拉斯变换定义为

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt, \quad (13)$$

其逆变换为

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(s) e^{-st} dt. \quad (14)$$

由式(6) (7) 可得

$$\left. \begin{aligned} A \frac{\partial e}{\partial r} - \frac{A-B}{2} \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} &= \frac{\partial P}{\partial r}, \\ A \frac{1}{r} \frac{\partial e}{\partial \theta} + \frac{A-B}{2} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\text{式中 } e = \frac{1}{r} \frac{\partial(ru_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}, \quad \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial(ru_\theta)}{\partial r}.$$

引入标量势函数  $\phi$ , 并定义:

$$P = Ae + \frac{A-B}{2} \phi. \quad (16)$$

将式(16)代入式(15), 并结合式(8), 得到问题求解的基本方程:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} &= \frac{\partial \phi}{\partial r}, \\ \frac{\partial \omega}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}, \\ \nabla^2 e &= \frac{1}{c} \frac{\partial e}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中  $c$  定义为土体的固结系数,  $c = Ak_s / \gamma_w$ 。

将应力、位移、孔隙水压力分量都表示成付立叶分量形式:

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \bar{u}_r \cos(n\theta), \\ u_\theta &= \bar{u}_\theta \cos(n\theta), \\ P &= \bar{P} \cos(n\theta), \\ q_r &= \bar{q}_r \cos(n\theta), \\ q_\theta &= \bar{q}_\theta \cos(n\theta), \\ \tau_{r\theta} &= \bar{\tau}_{r\theta} \sin(n\theta), \\ e &= \bar{e} \cos(n\theta), \\ \omega &= \bar{\omega} \sin(n\theta), \\ \phi &= \bar{\phi} \cos(n\theta). \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

将式(18)代入式(17), 并对第三式进行拉普拉斯变换, 得到

$$\left. \begin{aligned} -\frac{n}{r} \bar{\omega} &= \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial r}, \\ -\frac{n}{r} \bar{\phi} &= \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial r}, \\ \frac{\partial^2 \bar{e}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{e}}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} \bar{e} &= \frac{s}{c} \bar{e} \end{aligned} \right\}, \quad (19)$$

式(19)中第三式为修正的贝塞尔方程, 求解式(19)可

得

$$\left. \begin{aligned} \bar{\phi} &= A_3 r^{-n} + A_4 r^n, \\ \bar{\omega} &= A_3 r^{-n} - A_4 r^n. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

当  $r \rightarrow \infty$  时,  $\bar{\phi}, \bar{\omega} \rightarrow \infty$ , 与实际问题不符, 所以  $A_4 = 0$ 。

$$\bar{e} = A_1 K_n(x) + A_2 I_n(x), \quad (21)$$

式中  $x = \sqrt{s/cr}$ ,  $I_n, K_n$  分别为  $n$  阶第一、二类虚宗量贝塞尔函数, 当  $r \rightarrow \infty$  时,  $I_n \rightarrow \infty$ , 所以  $A_2 = 0$ 。

对式(7) (16) (18) (20) (21) 进行拉普拉斯变换, 可以求得超静孔压、应力和位移分量的通解:

$$\frac{\bar{p}}{A-B} = \left| \frac{A}{A-B} K_n(x) A_1 + \frac{r^{-n}}{2} A_3 \right| \cos n\theta, \quad (22a)$$

$$\bar{u}_r = \left| \sqrt{\frac{c}{s}} K_n'(x) A_1 + \frac{1}{4} \frac{n}{n-1} r^{1-n} A_3 + r^{-n-1} A_5 \right| \cos n\theta, \quad (22b)$$

$$\bar{u}_\theta = \left| -\frac{cn}{sr} K_n(x) A_1 + \frac{1}{4} \frac{n-2}{n-1} r^{1-n} A_3 + r^{-n-1} A_5 \right| \sin n\theta, \quad (22c)$$

$$\frac{\bar{q}_r}{A-B} = \left| \left| \frac{n^2}{x^2} K_n(x) - \frac{1}{x} K_n'(x) \right| A_1 - \left| \frac{n}{4} + \frac{1}{2} \right| r^{-n} A_3 - (n+1) r^{-n-2} A_5 \right| \cos n\theta, \quad (22d)$$

$$\frac{\bar{q}_\theta}{A-B} = \left| \left| \frac{1}{x} K_n'(x) - \left| \frac{n^2}{x^2} + 1 \right| K_n(x) \right| A_1 + \left| \frac{n}{4} - \frac{1}{2} \right| r^{-n} A_3 + (n+1) r^{-n-2} A_5 \right| \cos n\theta, \quad (22e)$$

$$\frac{\bar{\tau}_{r\theta}}{A-B} = \left| \left| \frac{n}{x^2} K_n(x) - \frac{n}{x} K_n'(x) \right| A_1 - \frac{n}{4} r^{-n} A_3 - (n+1) r^{-n-2} A_5 \right| \sin n\theta. \quad (22f)$$

至此, 已求得应力、位移和超静孔压的通解形式, 对于第一、二类边界条件取  $n=0$ , 对第三类边界条件取  $n=2$ , 将式(22)代入相应的边界条件求得变量  $A_1, A_3, A_5$ , 即可得到问题的解析表达式。

## 2.2 第一类边界条件下的解析表达式

在水平方向初始应力和竖直向初始应力相等条件下, 隧道开挖后土体中切向位移、剪应力和超静孔压为零, 隧道边界透水和不透水, 应力、位移分量都相同。

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_r}{\sigma_m} &= -\frac{1}{A-B} \frac{R^2}{r}, \\ \frac{q_r}{\sigma_m} &= -\frac{R^2}{r^2}, \\ \frac{q_\theta}{\sigma_m} &= \frac{R^2}{r^2}. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

由式(23)可以看出在第一类边界条件下解答与时间及边界透水条件无关。在隧道边界上应力增量为最大值  $q_r = -\sigma_m, q_\theta = -\sigma_m$ , 随着  $r$  的增大, 应力增量减小。在无穷远处应力增量为零, 隧道的开挖对该处土体没有扰动作用, 土体仍处于初始应力状态。由于剪应力为零, 表明  $q_r, q_\theta$  都是主应力, 隧道周边处的主应

力差最大为  $-2\sigma_m$ , 因此隧道从周边开始破坏。隧道边界上的位移值最大, 且与土体的性质有关。当  $E_1 = E_2$ ,  $\mu_1 = \mu_2$  时, 这一解答就是 Pender<sup>[2]</sup> 在计算固体介质中开挖深埋圆形隧道时, 隧道边界上轴对称均布卸载条件下应力和位移的解答, 从而验证了本文结果的正确性。

### 2.3 第二类边界条件下的解析表达式

在第二类边界条件作用下, 土体中没有切向位移  $u_\theta$  和剪应力  $\tau_{\theta r}$ , 在边界透水条件下, 在拉普拉斯变换域中问题的解析表达式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tilde{s}u_r}{p_0 R} &= \frac{1}{A \zeta K_0(\zeta)} \left| K_1(x) - \frac{R}{r} K_1(\zeta) \right|, \\ \frac{\tilde{s}\tilde{P}}{p_0} &= -\frac{K_0(x)}{K_0(\zeta)}, \\ \frac{\tilde{s}\tilde{\sigma}_r}{p_0} &= \frac{(A-B)R}{Ar \zeta K_0(\zeta)} \left| -K_1(x) + \frac{R}{r} K_1(\zeta) \right|, \\ \frac{\tilde{s}\tilde{\sigma}_\theta}{p_0} &= \frac{(A-B)}{A K_0(\zeta)} \left| \frac{R}{r \zeta} K_1(x) + K_0(x) - \frac{R^2}{r^2 \zeta} K_1(\zeta) \right|, \end{aligned} \right| \quad (24)$$

式中  $\zeta = R \sqrt{s/c}$ ,  $K_0(x)$ 、 $K_1(x)$  分别为零阶和一阶第二类虚宗量贝塞尔函数。

在边界不透水条件下, 应力、位移和超静孔压都为零。

### 2.4 第三类边界条件下的解析表达式

在第三类边界条件下, 土体中所有的应力和位移分量都不为零, 其应力和位移分量如下(仅列出  $\tilde{u}_r$ 、 $\tilde{P}$ 、 $\tilde{\sigma}_r$ )。

#### (1) 边界透水

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tilde{s}u_r}{\sigma_d R} &= \frac{1}{A-B} \left| \frac{K_2'(x)}{\zeta} C_1 + \frac{R}{r} C_2 + \frac{R^3}{r^3} C_3 \right| \cos 2\theta, \\ \frac{\tilde{s}\tilde{P}}{\sigma_d} &= \left| \frac{A}{A-B} K_2(x) C_1 + \frac{R^2}{r^2} C_2 \right| \cos 2\theta, \\ \frac{\tilde{s}\tilde{\sigma}_r}{\sigma_d} &= \left| \left| \frac{4R^2}{r^2} K_2(x) - \frac{R}{r} \zeta K_2'(x) \right| \frac{C_1}{\zeta^2} - \frac{2R^2}{r^2} C_2 - \frac{3R^4}{r^4} C_3 \right| \cos 2\theta. \end{aligned} \right| \quad (25)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{2}{\eta_1}, \\ C_2 &= -\frac{2}{\eta_1} \frac{A}{A-B} K_2(\zeta), \\ C_3 &= \frac{1}{\eta_1} \left| \frac{1}{\zeta^2} (2K_2(\zeta) - \zeta K_2'(\zeta)) + \frac{A}{A-B} K_2(\zeta) \right|, \\ \eta_1 &= -\frac{1}{\zeta^2} (2K_2(\zeta) + \zeta K_2'(\zeta)) - \frac{A}{A-B} K_2(\zeta). \end{aligned} \right| \quad (26)$$

#### (2) 边界不透水

$$\frac{\tilde{s}u_r}{\sigma_d R} = \frac{1}{A-B} \left| \frac{K_2'(x)}{\zeta} D_1 + \frac{R}{r} D_2 + \frac{R^3}{r^3} D_3 \right| \cos 2\theta, \quad (27a)$$

$$\frac{\tilde{s}\tilde{P}}{\sigma_d} = \left| \frac{A}{A-B} K_2(x) D_1 + \frac{R^2}{r^2} D_2 \right| \cos 2\theta, \quad (27b)$$

$$\frac{\tilde{s}\tilde{\sigma}_r}{\sigma_d} = \left| \left| \frac{4R^2}{r^2} K_2(x) - \frac{R}{r} \zeta K_2'(x) \right| \frac{D_1}{\zeta^2} - \frac{2R^2}{r^2} D_2 - \frac{3R^4}{r^4} D_3 \right| \cos 2\theta. \quad (27c)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= \frac{2}{\eta_2}, \\ D_2 &= \frac{1}{\eta_2} \frac{A}{A-B} \zeta K_2'(\zeta), \\ D_3 &= \frac{1}{\eta_2} \left| \frac{1}{\zeta^2} (2K_2(\zeta) - \zeta K_2'(\zeta)) - \frac{A\zeta}{2(A-B)} K_2'(\zeta) \right|, \\ \eta_2 &= -\frac{1}{\zeta^2} (2K_2(\zeta) + \zeta K_2'(\zeta)) + \frac{A\zeta}{2(A-B)} K_2'(\zeta) \end{aligned} \right| \quad (28)$$

$$K_2(x) = 2K_1(x)/x + K_0(x), \quad (29)$$

$$K_2'(x) = -K_1(x) - 4K_1(x)/x^2 - 2K_0(x)/x. \quad (30)$$

## 3 计算与分析

在 3 种简单边界条件下, 横观各向同性饱和土体中隧道开挖引起的应力、位移及孔隙水压力在拉普拉斯变换域中的解析表达式分别为式(23)、(24)、(25)、(27), 要直接得到在时间的物理空间中的表达式较为困难, 为此, 利用 Schapary<sup>[6]</sup> 拉普拉斯数值逆变换公式以第三类边界条件下的位移和超静孔压为例进行数值计算, 以分析土体性质和地下水渗流场对隧道开挖的影响。计算中取土体的渗透系数  $k_s = 0.01$  m/d, 数值计算结果如下:

图 1 表示的是第三类边界条件下(其中实线表示隧道边界透水, 虚线表示不透水), 在时间因子  $T_v = 1$  (定义为  $T_v = ct/R^2$ ) 时刻土体中径向位移沿着隧道半径方向的变化曲线。可以看出在隧道边界  $r = R$  处, 径向位移具有最大值, 随着  $r$  的增大土体的径向位移减小, 在无穷远处位移值趋于零。隧道边界的透水性对径向位移的影响不大。图 1(a) 表示土体的水平弹性模量变化对径向位移的影响, 随着  $E_1$  的增大, 土体的径向位移减小。当  $E_1 = 8$  MPa 时, 在隧道边界上  $u_r/\sigma_d = 0.26$ ,  $E_1 = 16$  MPa 时,  $u_r/\sigma_d = 0.11$ , 可见弹性模量变化对径向位移有很大的影响。图 1(b) 表示土体水平方向泊松比  $\mu_1$  变化对径向位移的影响, 在隧道附近, 随着  $\mu_1$  的增大, 径向位移值减小, 随着  $r$  的增

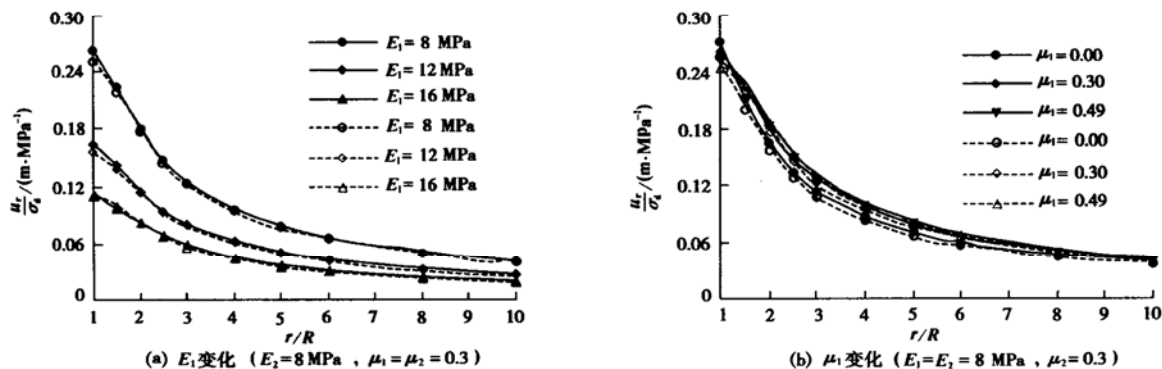


图1 径向位移沿径向变化曲线

Fig. 1 Variation of radial displacement

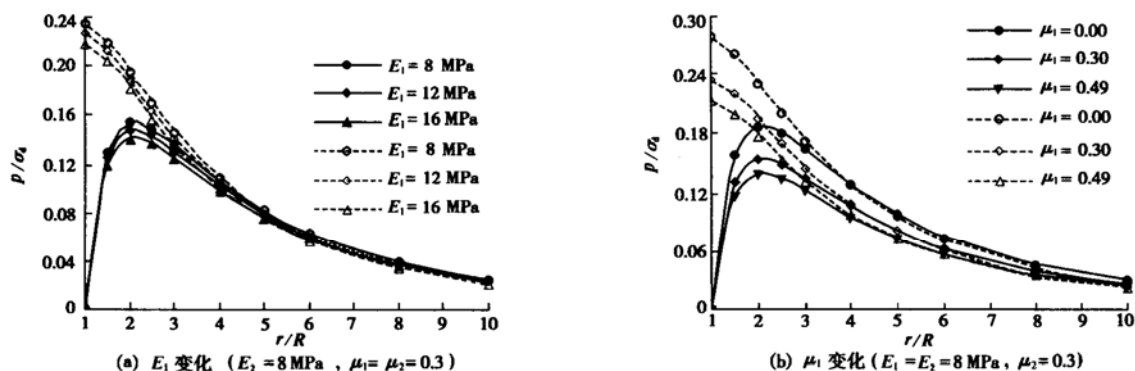


图2 孔压沿径向变化曲线

Fig. 2 Variation of pore pressure

大, 径向位移出现相反的变化趋势, 随着  $\mu_1$  的增大, 曲线的衰减速度减小。

图2为第三类边界条件下,  $T_v=1$  时孔压沿径向变化曲线。在隧道边界透水条件下, 边界上孔压为零, 在  $r=2R$  处达到最大值, 随着  $r$  的增大孔压递减并趋于零。在隧道边界不透水条件下, 边界上的孔压值最大, 随着  $r$  的增大而减小并趋于零。图2(a)表示水平弹性模量的变化对孔压的影响, 随着  $E_1$  的增大孔压呈减小趋势。图2(b)表示孔压随泊松比值的增大而减小, 土体的横观各向同性对孔压消散有较大的影响。

以上讨论的仅是第三类边界条件下, 在隧道的水平位置 ( $\theta=0$ ) 处位移和孔隙水压力变化规律, 对于隧道的其它位置可以同样的分析, 限于篇幅在此不做讨论。

## 4 结 语

本文得到在横观各向同性饱和土体中开挖圆形隧道引起的应力、位移场及孔隙水压力在拉普拉斯变换

域中的解答, 并计算分析了隧道边界的渗透条件及土体的横观各向同性性质对隧道开挖的影响。本文结果没有与实际工程和模型试验进行对比分析, 这是本文不足之处。

## 参考文献:

- [1] 谭学术, 鲜学福, 等. 复合岩体力学理论及其应用[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1994.
- [2] Pender M J. Elastic solutions for a deep circular tunnel[J]. Geotechnique, 1980, 30(2): 216-222.
- [3] Carter J P, Booker J R. Elastic consolidation around a deep circular tunnel[J]. Int J Solids Structures, 1982, 18(2): 1059-1074.
- [4] Detournay E, Cheng A H-D. Poroelastic response of a borehole in non-hydrostatic stress field[J]. J Rock Mech Sci Geomech Abstr, 1988, 25(3): 171-182.
- [5] Biot M A. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid[J]. Journal of Applied Physics, 1955, 26(2): 182-185.
- [6] 魏培君, 张双寅, 吴永礼. 黏弹性力学的对应理及其数值反演方法[J]. 力学进展, 1999, 29(3): 317-330.