

遗传算法在确定边坡稳定最小安全系数中的应用

Genetic algorithm used in determining the global minimum factor of safety of slopes

弥宏亮¹, 陈祖煜²

(1. 清华大学 水利水电系, 北京 100084; 2. 中国水利水电科学研究院 岩土所, 北京 100044)

摘要: 应用遗传算法和上限解斜条分法确定边坡稳定最小安全系数, 应用实例表明, 遗传算法很好地解决了寻找整体极值问题。如果将遗传算法与传统的最优化方法联合使用, 效果更佳。

关键词: 遗传算法; 上限解; 边坡稳定; 安全系数

中图分类号: TU 441

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2003)06-0671-05

作者简介: 弥宏亮(1977-), 男, 清华大学水利系岩土工程专业博士研究生, 主要从事边坡和水工建筑物稳定分析研究工作。

MI Hong-liang¹, CHEN Zu-yu²

(1. Department of Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100044, China)

Abstract: This paper uses the genetic algorithm approach and the upper-bound method to determine the minimum factor of safety of slopes. Some examples are presented to demonstrate that the genetic algorithm approach is very helpful to search for the global minimum factor of safety. It's more efficient to combine the genetic algorithm approach with the traditional optimization techniques.

Key words: genetic algorithm; upper-bound method; slope stability; factor of safety

0 前言*

在边坡稳定分析领域, 条分法是常用的方法和手段, 它通常包含 2 个步骤: ①对滑坡体内某一滑裂面(初始滑裂面)按相应的条分法确定其抗滑稳定安全系数; ②在所有可能的滑裂面中, 重复第一步, 找出相应最小安全系数的临界滑裂面。在确定最小安全系数的过程中, 由于岩土工程中边坡的几何形状各异, 材料通常是非均质性, 纯解析的方法很难进行极值计算。用最优化方法通过数值方法求解, 是一个比较现实可行的途径。目前, 很多学者在此领域都开展了卓有成效的工作^[1~4]。总的来看, 最优化方法分为确定性方法和非确定性方法两个体系。

确定性方法包括人们熟知的枚举法、单纯形法、负梯度法等。但是在使用这些方法搜索边坡稳定最小安全系数时, 某些情况下计算往往不能搜索到安全系数的整体极值。经验表明, 当问题包括较多的自由度或者边坡断面较复杂时, 通常会出现许多安全系数的局部极值, 使搜索整体极值的任务变得十分困难。

非确定性方法利用计算机容量大、计算速度快的优点, 通过大量随机采样来找到目标函数的最优值。随机搜索方法^[3]就是一个被成功应用于确定边坡整体极值问题的非确定性方法。但是, 在上限解斜条分法^[5]出现以后, 由于自由度中增加了条块界面倾角 δ , 发现有时即使纳入随机搜索, 仍不能很好地找到整体极值。而最优化领域出现的“遗传算法”、“模拟退

火”等新的方法, 也为边坡稳定分析领域提供了新的手段。肖专文等曾经采用遗传算法对圆弧滑裂面进行边坡稳定优化计算^[4]。目前, 这一方面仍是一个活跃的研究课题。

1 任意形状滑裂面的模拟和目标函数的确立

如图 1 所示, 将滑裂面曲线用 m 个点 $A_1, A_2, \dots, A_m$ 离散(此处 $m=6$), 也就是将此 m 个点用直线或光滑的曲线连起来近似模拟此曲线。一旦连接的模式确定, 安全系数 F 即可表达成此 m 个点的坐标 $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_m, y_m$ 的函数。而在上限解中, 条块界面倾角 δ 也是自变量, 因此

$$F = F(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_m, y_m, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n-1}) \quad (1)$$

在最优化搜索过程中, $A_1, A_2, \dots, A_m$ (图 1 中的滑裂面 1) 将移到临界滑裂面的位置 $B_1, B_2, \dots, B_m$ (图 1 中的滑裂面 2), 其中端点 A_1, A_m 原来在边坡线上, 有可能移到边坡线外或内, 如图 1 中的 B'_1, B'_6 , 因此需要通过一定的处理方式, 分别找到他们和边坡线的交点。各点的界面倾角 δ 也将过渡到使目标函数最小的新的数值。作为一般的处理, 采用直线和光滑曲线

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50179039)

收稿日期: 2002-12-30

组合构筑滑裂面。例如图 1 中 A_3, A_4, A_5, A_6 用曲线相连, A_2, A_3 用直线相连。然后再按线性内插的原则在相邻节点中进一步将土体细分成土条。

当滑裂面的离散模型确定后, 安全系数便是 m 个控制点 $A_1, A_2, \dots, A_m$ 的函数。但是在具体优化过程中, 这 m 个点中有一些点可能只沿某一设定方向(如软弱夹层)移动, 或者不规定方向任其自由移动, 也有一些点可能由于问题本身的要求可以固定。

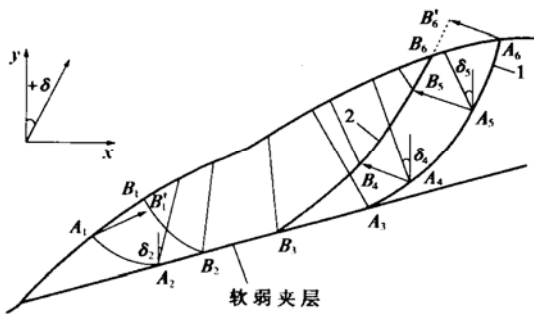


图 1 任意形状滑裂面

Fig. 1 Simulation of a generalized slip surface

2 遗传算法

2.1 基本原理

遗传算法^[6]基于自然界优胜劣汰的生物进化机制, 是一种自适应搜索技术。在特定的环境中, 依据这种规则, 适应性强的个体生存下来的可能性就大。

遗传算法是一个迭代操作过程, 该迭代操作是针对多个待求问题的候选解进行的, 而这些候选解组成了一个固定规模的群体。候选解是模拟生物体的染色体, 将待求问题通过编码而形成的。最初, 候选解的群体是随机生成的, 每一个染色体代表给定优化问题的一个可能的解。每一个候选解由一串基因组成, 通常表示为一个由“0”和“1”组成的二进制串。组成染色体的每一个基因(二进制子串)代表一个待优化的参数。整个二进制串(称为染色体或个体)由代表各个变量的基因子串集合而成。使用目标函数可计算一个染色体对应的目标函数值(安全系数), 进而可以确定与每一个染色体相对应的适应值(安全系数的函数)。染色体通过迭代而进化。在每一个迭代步骤中, 由多个染色体组成的群体称为一代。下一代群体中的每一个染色体是由上一代群体中的两个染色体相互结合(交叉运算)形成, 也可以通过直接改变上一代群体中的某个染色体(变异运算)而形成。从父代和子代中选择某些适应值大的染色体而淘汰其它适应值小的染色体(选择运算), 可以形成新一代的群体, 而且通过这种优胜劣汰机制, 每一代群体中染色体(个体)的个数保持不变。染色体所对应的适应值决定了其生存与产生后代的能

力。适应值最大(安全系数最小)的染色体, 最有可能被选择并用于产生下一代染色体。这一迭代过程持续下去, 直到寻找到最优解或者达到某一个迭代终止的标准。

2.2 遗传算法的基本步骤

图 2 所示的流程图给出了遗传算法的主要操作步骤。下面对这些基本操作作一简单的介绍。

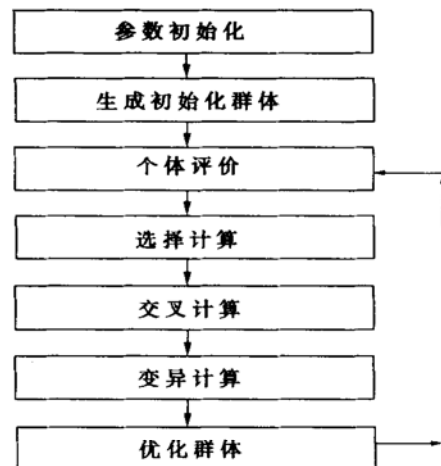


图 2 遗传算法的流程图

Fig. 2 Flow chart for a genetic algorithm

(1) 参数初始化。群体规模、交叉概率、变异概率的选取依不同问题而异, 通常需要做一些试验确定。

(2) 选择运算。选择运算可以确定选用当代群体中哪些个体生成下一代群体中新的个体。选择运算的基本思想是将适应值超出平均水平的染色体以概率的方式挑选出来。

(3) 交叉运算。交叉运算用于确定父代的染色体怎样结合, 形成子代的染色体。交叉运算针对于两个经选择运算选定的父代染色体, 这两个父代染色体根据给定的交叉概率相互交换基因值(二进制数)。单点交叉是最基本的交叉运算, 在这一操作中, 随机选取二进制串上的交叉点, 然后两个染色体在该点相互交换基因值。图 3 给出了单点交叉运算的例子。

(4) 变异运算。变异操作是按给定的概率, 随机改变某个染色体中一个二进制位上的数值, 例如在图 4 中由“0”变为“1”。变异操作的主要目的是提供新的基因, 以防止迭代落入一个局部峰值区域。



图 3 交叉“运算”

Fig. 3 Crossover operator



图 4 变异“运算”

Fig. 4 Mutation operator

2.3 与传统最优化方法的比较

与传统方法相比, 遗传算法有以下几个特点: ①遗传算法的实现是对一个群体的多方位操作, 而不是仅对单一的解进行操作。这一并行性质决定了遗传算法全局优化的特点; ②遗传算法使用适应值, 而不使用适应函数的梯度或更高次的微分及其它信息, 所以适用于解决各种不同的优化问题, 具有鲁棒性强的特点; ③遗传算法属于非确定性算法, 但是不同于纯随机的算法。遗传算法将随机搜索与方向性搜索结合在一起, 故可以平衡优化搜索的两个相互矛盾的策略: 搜寻最优解与全局搜索。而随机搜索是全局搜索的典型方法, 但它忽视了可能存在最优解的局部空间。

正如其它优化算法一样, 遗传算法也有其局限性, 主要缺点是要花费大量的计算时间。

2.4 遗传算法的实现

本次计算采用中国水科院陈祖煜等开发的上限解斜条分法^[5], 并且引入遗传算法搜索临界滑裂面, 由于遗传算法通常用于搜索最大值, 故将安全系数 F 的倒数 ($1/F$) 作为个体的适应值。

计算过程中使用二进制编码表示参数变量。二进制串的长度取决于所需的精度。例如, 对于一个 4 位的二进制编码, 其精度大约为搜索区间的 $1/2^4$ ($1/16$)。当然, 根据所需的精度不同, 变量可以用不同长度的二进制串表示。本文在使用遗传算法计算时, 群体大小选为 30 个个体, 每一个变量采用 15 位长度的二进制串表示, 当然在工程实际应用中并不需要这么高的精度。另外, 本文在计算的过程中还采用了一些遗传算法的高级实现技术, 主要有微型遗传算法、最优保留模型和均匀交叉算子, 相关理论可参见文献[5]。

3 算 例

算例 1 本算例为均质边坡(图 5), 相应参数为 $c = 3.0 \text{ kN/m}^2$, $\varphi = 19.6^\circ$, $\gamma = 20.0 \text{ kN/m}^3$ 。首先输入如图 6(a) 的初始滑动模式, 滑裂面由点 A 、 B 、 C 、 D 构成。 A 点在优化的过程中保持不动, 即自由度为 0, 而 B 、 C 、 D 三点均沿水平方向左右移动, 另外每点的界面倾角均可变化, 故自由度总数为 6 个。相应初始滑动模式得到的安全系数 $F = 1.304$, 经过单纯形法优化和

遗传算法 500 代优化得到的安全系数均为 $F = 1.001$, 本例计算结果见表 1, 临界滑动模式如图 6 所示。

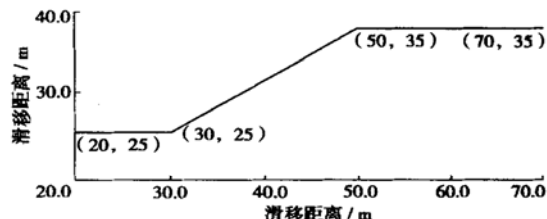


图 5 算例 1 边坡断面

Fig. 5 Cross section of slope for example 1

表 1 算例 1 计算结果汇总

Table 1 Summary of results for example 1

参数	初始解	单纯形法	遗传算法		
			100(代)	200(代)	500(代)
安全系数 F	1.304	1.001	1.003	1.002	1.001
优化时间/s		3	5	10	25

注: 优化时间相应奔腾 P III733MHz 计算机。



图 6 算例 1 计算成果

Fig. 6 Critical slip surfaces obtained by different optimization methods for example 1

算例 2 本算例为非均质边坡(图 7), 材料特性如表 2 所示。首先输入如图 8(a) 的初始滑动模式, 滑裂面由点 A 、 B 、 C 、 D 构成, 各点的自由度同算例 1。相应初始滑裂面得到的安全系数 $F = 1.630$ 。经过单纯形法优化计算获得的临界滑动模式如图 8(b) 所示, 相应的安全系数 $F = 1.506$, 但此时得到的安全系数并不是整体极值。而经过遗传算法 1000 代优化得到的临界滑动模式如图 8(c) 所示, 相应的安全系数 $F = 1.404$ 。如果先经过遗传算法 200 代优化, 然后再进行单纯形法优化, 得到的临界滑动模式如图 8(d) 所示, 相应的安全系数 $F = 1.401$ 。可以看到, 图 8(b) 与图 8(c) 和图 8(d) 的滑动模式相差甚远。其实图 8(b) 的滑裂面很可能是一个局部极值点。本例计算结果见表 3。

表 2 算例 2 材料参数表

Table 2 Soil parameters in example 2

材料号	$c / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-2})$	$\varphi / (^\circ)$	$\gamma / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$
材料 1	0.0	38.0	19.5
材料 2	5.3	23.0	19.5
材料 3	7.2	20.0	19.5

算例 3 地基承载力是经典土力学的一个主要领域, 目前常用的方法仍然是基于 Prandtl 解的各种经验

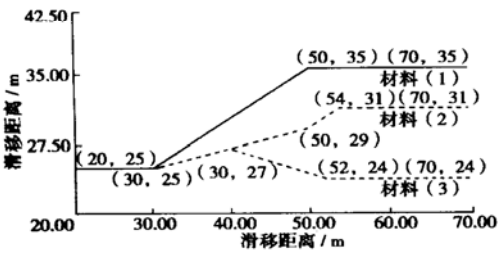


图 7 算例 2 边坡断面

Fig. 7 Cross section of slope for example 1

修正公式。实际上地基可看作是一个坡度为零的边坡,陈祖煜等曾将上限解方法成功地应用于地基承载力领域。

如图 9(a) 所示,选取宽度 $B = 17\text{ m}$ 的条形基础进行计算分析,相应参数 $c = 30\text{ kN/m}^2$, $\varphi = 0^\circ$, $\gamma = 0$ 。根据 Prandtl 理论,本算例的极限荷载 p_u 应当为 154.2 kN 。如果假定图 9(a) 中的荷载 p 等于 p_u ,则根据上限解计算得到的安全系数应当为 1.0。

在计算的过程中,滑裂面由 5 个点构成,即图 9(a) 的 A 、 B 、 C 、 D 、 E 点。根据土力学理论, A 、 E 两点处

的界面倾角应当保持 45° 和 -45° 不变,故 A 点只具有一个自由度,即 A 点的水平位置,而 E 点的自由度为 0,即 E 点始终位于荷载的右侧端点。 B 、 C 、 D 3 点的 x 、 y 坐标和界面倾角均可变化,自由度均为 3,故自由度总数为 10。首先输入如图 9(a) 的初始滑动模式,安全系数 $F = 1.704$ 。经过单纯形法优化获得的临界滑动模式如图 9(b) 所示,此结果无论是滑裂面的形状还是安全系数 ($F = 1.014$) 均与理论解有一定的偏差。而经过遗传算法 1000 代优化得到的临界滑动模式如图 9(c) 所示,安全系数 $F = 1.004$,得到的滑裂面形状与理论解也比较接近。如果先经过遗传算法 200 代优化,然后再进行单纯形法优化,得到的临界滑动模式如图 9(d) 所示,安全系数 $F = 1.002$ 。从图 9(d) 中可见,此时计算成果准确地将中部的土条侧面收敛于表面荷载的左侧点,由此将滑裂面分为 3 个区域。荷载作用下面的三角形区域,对应于理论上的朗肯主动区,条间界面一端收敛于一点所对应的放射形区域,对应于理论上的 Prandtl 区,放射形区域另一侧的三角形区域对应于理论上的朗肯被动区。本例计算结果见表 4。

表 3 算例 2 计算结果汇总

Table 3 Summary of results for example 2

参数	初始解	单纯形法	遗传算法				遗传算法(200 代) + 单纯形法
			100(代)	200(代)	500(代)	1000(代)	
安全系数 F	1.630	1.506	1.406	1.406	1.406	1.404	1.401
优化时间/s		3	5	10	24	46	13

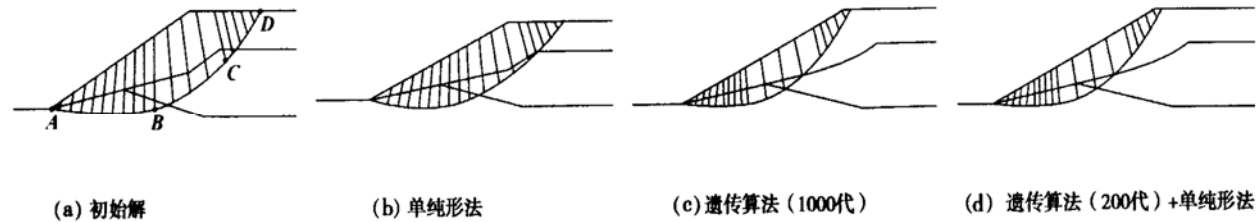


图 8 算例 2 计算成果

Fig. 8 Critical slip surfaces obtained by different optimization methods for example 2

表 4 算例 3 计算结果汇总

Table 4 Summary of results for example 3

参数	初始解	单纯形法	遗传算法				遗传算法(200 代) + 单纯形法
			100(代)	200(代)	500(代)	1000(代)	
安全系数 F	1.704	1.014	1.012	1.006	1.004	1.004	1.002
优化时间/s		5	6	10	25	50	14

4 工程应用—天生桥二级闸首滑坡反演分析

天生桥二级闸首滑坡发生于 1985 年 12 月 24 日。由于边坡中存在一层饱和软黏土,见图 10 中第 5 层,当

边坡开挖将此层黏土揭露出后,即发生了滑坡,滑面下部沿堆积土和基岩的接触面。

计算过程中,初始滑动模式如图 11(a) 所示,滑裂面由点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 构成,每点都有 2 个自由度,具体为: A 点沿边坡线移动, B 、 C 两点沿垂直方向移动, D 、 E 两点沿水平方向移动,另外每点的界面倾角均可

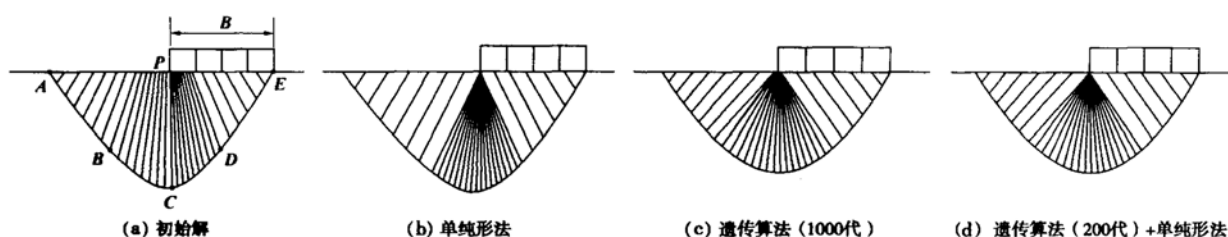


图9 算例3 计算成果

Fig. 9 Critical slip surfaces obtained by different optimization methods for example 3

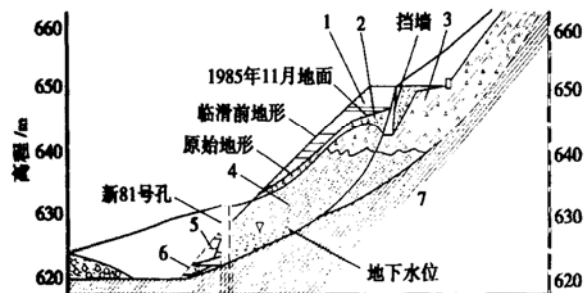


图10 天生桥二级闸首滑坡

Fig. 10 Geological profile of Tianshengqiao landslide

变化,故本例中自由度总数为10个。相应初始滑裂面的安全系数 $F = 1.258$, 经过单纯形法优化获得的临界滑动模式如图11(b)所示,安全系数 $F = 0.879$, 经过遗传算法500代优化得到的临界滑动模式如图11(c)所示,安全系数 $F = 0.881$ 。而实际滑裂面的滑动模式如图11(d)所示,安全系数 $F = 0.969$ 。从计算结果分析,单纯形法和遗传算法得到的临界滑动模式较为接近,但二者得到的临界滑裂面的位置在上部与实测的偏离较大,下部则与实测的吻合,也是沿基岩接触面下滑。本例计算结果汇总如表5所示。

表5 天生桥二级闸首滑坡计算结果汇总

Table 5 Summary of results for Tianshengqiao landslide

	初始解	单纯形法	遗传算法 500(代)	实际 滑裂面
安全系数 F	1.258	0.879	0.881	0.969
优化时间/s		4	18	

5 结 论

(1) 对于断面比较简单的均质边坡(算例1),遗传算法与传统的最优化方法(如单纯形法)均可以很好地搜索到整体极值点。对于断面比较复杂的非均质边坡(算例2)或者是自由度比较多(算例3),传统的最优化方法可能搜索不到整体极值点,而遗传算法搜索整体极值问题的能力则得到了很好的体现。

(2) 将遗传算法与传统的最优化方法(如单纯形法)联合使用(算例2,3),则可以取得更佳的效果。

(3) 本文中的算例在进行优化计算时所需的时间均

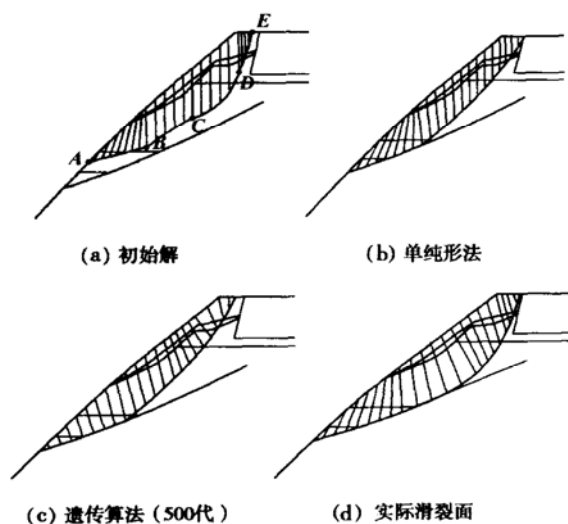


图11 天生桥二级闸首滑坡计算成果

Fig. 11 Critical slip surfaces obtained by different optimization methods for Tianshengqiao landslide

不超过1 min,这说明通常人们认为遗传算法耗费机时的缺点随着计算机硬件的不断发展已变得不再重要。

总之,遗传算法在确定边坡稳定最小安全系数方面是切实可行的,并且可以很好地解决确定整体极值问题。尤其到了三维边坡稳定分析领域,随着自由度数目成倍的增加,遗传算法可能会发挥更大的作用。

参考文献:

- [1] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析—原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.
- [2] 邹广电. 边坡稳定分析条分法的一个全局优化算法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(3): 309–312.
- [3] Chen Z Y. Random trials used in determining global minimum factors of safety of slopes[J]. Canadian Geotechnical Journal. 1992, 29(2): 225–233.
- [4] 肖专文, 张奇志, 梁力, 林韵梅. 遗传进化算法在边坡稳定性分析中的应用[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(1): 44–46.
- [5] Donald I, Chen Z Y. Slope stability analysis by the upper bound approach: fundamentals and methods[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1997, 34: 853–862.
- [6] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.