

基于平面应变假定基桩振动理论适用性研究

Study on theories of axial response of dynamically loaded single piles based on plane strain assumption

胡昌斌^{1,2}, 王奎华¹, 谢康和¹

(1. 浙江大学 岩土工程研究所, 浙江 杭州 310027; 2. 沈阳建筑工程学院 土木系, 辽宁 沈阳 110015)

摘要: 利用拉普拉斯变换对严格考虑桩土纵向耦合振动条件的, 桩顶受到任意激振力作用的端承桩桩顶频域及时域响应进行解析求解, 推导求得了桩顶位移、速度频域响应、桩顶复阻抗的解析表达和半正弦脉冲激励作用下的桩顶时域响应半解析解; 将所得严格解与基于平面应变假定的桩基纵向振动理论频域和时域理论解进行对比研究, 具体比较范围涉及土层对桩的局部复阻抗、桩顶幅频响应、速度导纳、桩顶复刚度和桩顶时域响应等方面, 并得到若干重要结论。研究成果可为平面应变假定的合理运用, 以及进一步明晰桩土耦合振动的内在机理提供理论支持。

关键词: 桩土耦合作用; 黏性阻尼; 纵向振动; 精度校核; 平面应变

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2003)05-0595-07

作者简介: 胡昌斌(1974-), 男, 湖北孝感人, 2000年于沈阳建筑工程学院土木系硕士毕业, 2003年于浙江大学岩土工程研究所博士毕业, 主要从事高速公路养护、路面及桥梁检测、桩基检测及相关振动理论的研究。

HU Chang-bin^{1,2}, WANG Kui-hua¹, XIE Kang-he¹

(1. Department of Civil Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. Department of Civil Engineering, Shenyang Architecture and Civil Engineering University, Shenyang 110015, China)

Abstract: By Laplace transformation, the interaction between a dynamically loaded end bearing pile and a soil layer is theoretically investigated first. The displacement and velocity response function at pile head in frequency domain and the dynamic stiffness of pile are obtained in a closed form. A semi-analytical solution for the velocity response of pile subjected to a semi sine wave exciting force is also developed. A comparison between theories based on plane strain assumption and the solutions developed in this paper is investigated, and some important conclusions are obtained.

Key words: soil-pile interaction; viscous type damping; vertical vibration; precision evaluation; plane strain assumption

0 前言*

桩基振动理论是桩基础抗震、防震设计的基本依据, 同时也是桩的各种动态测试方法的理论基础。近几十年来, 桩基振动理论研究得到了飞速发展, 研究范围从频域响应到时域响应, 从单桩到群桩, 从纵向振动到横向振动, 桩周土从线性到非线性, 从单层到多层等多个分支领域。解析法、半解析法、有限元法及边界元法等各种解析和数值求解方法也被广泛应用^[1~10]。而在桩基振动理论解析法研究中, 基于 Novak 提出的平面应变假定及其演化理论形式的简化连续介质土模型^[6], 以其简便实用的特性应用最为广泛, 应用范围既涉及与桩基设计相关的单桩、群桩桩顶频域、时域响应理论研究^[4,6,8], 也广泛涉及桩基质量动态测试分析的理论研究与实践工作^[9,10]。

但应该看到, 平面应变模型假设桩为圆柱形无质量、无限长刚体, 桩周土层为一系列无穷薄的土层组成, 土层间相互独立, 虽然计算简便, 但在理论上并未严格考虑桩与三维土层的动力耦合作用以及桩周土层中应力、位移分量沿深度的变化, 忽略了土层之间的联

系, 波只能水平向传播, 理论上相对粗糙, 这势必会给该假定在桩基振动理论研究中的应用带来误差, 因此, 研究建立严格解并依据严格解对平面应变模型应用时的精度进行校核评价, 对于该假定的合理运用, 以及进一步明晰桩土耦合作用的内在机理无疑都将极具理论意义和实践价值。

由于桩土动力耦合作用机理的复杂性, 目前有关严格考虑桩土动力耦合作用时的桩纵向振动解析理论解还很少, Nogami and Novak 在 1976 年对桩与滞回阻尼土耦合作用条件下的频域解进行了研究之后^[7], 此类研究进展不大, 该文解仅限于频域且是近似解, 应用也有其局限性。

鉴于以上情况, 本文首先通过积分变换等手段, 对严格考虑桩与三维土层振动耦合作用效应条件下端承桩桩顶频域及时域的响应问题进行了理论解析求解, 然后将基于平面应变简化假定的桩基纵向振动理论与本文所得严格解进行对比研究, 并得到了若干重要的结论。

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50279047)

收稿日期: 2002-10-18

1 基本假设及定解问题

1.1 计算简图及假设条件

本文研究的是均质各向同性黏性材料阻尼土层中, 桩顶受任意激振力作用时, 端承桩与土层耦合纵向振动问题。计算简图如图 1 所示, 桩长为 H , 桩顶作用有任意纵向激振力 $f(t)$, 桩底为刚性支承。桩材密度为 ρ_p , 杨氏模量为 E_p , 桩身纵向波速为 V_p , 横截面积为 A , 桩截面半径为 r_0 。

假设下列条件成立: ①桩周土为均质、各向同性、线性黏弹性体, 土层底部为刚性支承边界; ②土体材料阻尼为黏性阻尼, 即阻尼力与应变率成正比; ③土层上表面为自由边界, 无正应力和剪应力; ④桩土体系纵向振动时, 桩周土水平径向位移可忽略; ⑤桩为弹性、竖直、圆形均匀截面桩; ⑥桩土系统振动为小变形, 桩与周围土体完全连续接触, 即桩土接触界面两侧位移、力连续。

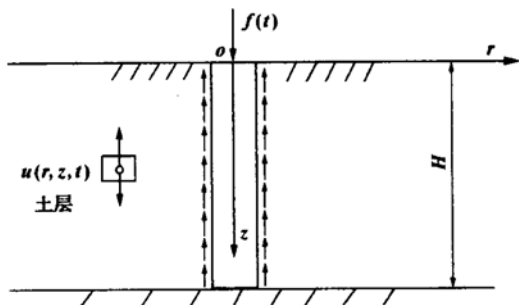


图 1 桩-土系统动力计算模型

Fig. 1 Dynamic model of pile-soil system

1.2 定解问题

在动力荷载作用下的桩基动力响应问题实际上是一个桩土间的动力相互作用问题, 土与桩的相互作用是通过两者的接触面传递的。其定解问题可从如下 4 个方面建立: ①土体的动力平衡条件; ②桩身的动力平衡条件; ③土体与桩的连接条件, 包括在接触面上桩身和土体位移的相容协调条件、接触面或连接体上力的平衡条件; ④桩、土体的外部边界条件及初始条件。

以上 4 方面条件的建立就构成了桩与土层动力相互作用的定解问题, 以下从轴对称角度分别建立。

令土层中任一点纵向振动位移为 $u(r, z, t)$, 可建立轴对称黏弹性土层纵向振动的动力平衡方程如下:

$$\begin{aligned} & [\lambda + 2G] \frac{\partial^2 u(r, z, t)}{\partial z^2} + C_s \frac{\partial}{\partial t} \left| \frac{\partial^2 u(r, z, t)}{\partial z^2} \right| + \\ & G \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right] u(r, z, t) + C_s \frac{\partial}{\partial t} \left| \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right| u(r, z, t) = \rho_s \frac{\partial^2 u(r, z, t)}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1)$$

式中 λ, G 为土层拉梅常数; C_s 为土的黏性材料阻尼系数; ρ_s 为土的密度。

令 $w(z, t)$ 为桩身质点纵向振动位移, m 为桩的单位长度质量, 取桩身微元体作动力平衡分析, 可得桩作纵向振动基本方程如下:

$$E_p A \frac{\partial^2 w(z, t)}{\partial z^2} - m \frac{\partial^2 w(z, t)}{\partial t^2} + 2\pi r_0 q(z, t) = 0, \quad (2)$$

式中 $q(z, t)$ 为桩周土对桩身单位面积的侧壁切应力。

桩土体系振动时土体与桩在接触面处应满足力的平衡条件和位移相容协调条件:

$$f(z, t) = p(z, t) = \left(G \frac{\partial u}{\partial r} + \left| C_s \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial r} \right| \right) \Big|_{r=r_0}, \quad (3)$$

$$u(r, z, t) \Big|_{r=r_0} = w(z, t). \quad (4)$$

式中 $p(z, t)$ 为接触面处桩沿桩周侧壁对土层的作用力; $u(r, z, t) \Big|_{r=r_0}$ 为接触界面处土的纵向振动位移。

土体与桩的外部边界及初始条件如下。

(1) 土层外部边界条件

a) 土层上边界及底部边界条件:

$$\left. \frac{\partial u(r, z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad u(r, z, t) \Big|_{z=H} = 0 \quad (5)$$

b) 水平无限远处: 土体应力、位移趋近于 0。

(2) 桩的外部边界条件(桩顶及底部边界条件)

$$\left. \frac{dw}{dz} \right|_{z=0} = - \frac{f(t)}{E_p A}, \quad w \Big|_{z=H} = 0 \quad (6)$$

(3) 桩土系统初始条件

$$u(r, z, t) \Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{(r, z, 0)} = 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_{(r, z, 0)} = 0 \quad (7)$$

$$w(z, 0) = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_{(z, 0)} = 0 \quad (8)$$

由土层及桩身振动的基本动力平衡方程式(1)、(2), 结合定解条件式(3)~(8)就构成了桩、土系统耦合振动的定解问题。

2 定解问题求解

首先通过对土层动力平衡方程和边界条件的求解, 得到土体振动位移形式解; 然后利用接触面处力的

平衡条件, 将土体振动位移形式解耦合进桩身动力平衡方程, 综合接触界面的位移协调条件和桩的外部边界条件, 即可求得端承桩桩顶频域响应解析表达式。

2.1 土层振动问题求解

令 $U(r, z, s)$ 为 $u(r, z, t)$ 的拉氏变换, 对式(1)进行拉氏变换得

$$\begin{aligned} & (\lambda + 2G) \frac{\partial^2 U(r, z, s)}{\partial z^2} + C_s \frac{\partial^2 U(r, z, s)}{\partial z^2} s + \\ & G \left| \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right| U(r, z, s) + C_s \left| \frac{1}{r} \frac{\partial U(r, z, s)}{\partial r} + \right. \\ & \left. \frac{\partial^2 U(r, z, s)}{\partial r^2} \right| s = \rho_s s^2 U(r, z, s). \end{aligned} \quad (9)$$

采用分离变量法, 令 $U(r, z, s) = R(r)Z(z)$, 将其代入方程(9), 并化简分解得到2个常微分方程:

$$\begin{cases} \frac{d^2 Z}{dz^2} + h^2 Z = 0 \\ \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - q^2 R = 0 \end{cases}, \quad (10)$$

式中 h, q 为常数, 并满足关系:

$$q^2 = \frac{(\lambda + 2G + C_s s)h^2 + \rho_s s^2}{(G + C_s s)}, \quad (11)$$

则方程组(10)的解为

$$Z(z) = C \sin(hz) + D \cos(hz), \quad (12)$$

$$R(r) = A K_0(qr) + B I_0(qr). \quad (13)$$

其中 $I_0(qr)$, $K_0(qr)$ 分别为零阶第一类、第二类虚宗量贝塞尔函数; A, B, C, D 为由边界条件决定的积分常数。

对土层边界条件式(5)进行拉普拉斯变换, 由1.2节条件b)可知式(13)中 $B = 0$, 由边界条件(1)可得 $C = 0$ 及

$$h_n = \frac{\pi}{2H} (2n - 1) \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (14)$$

至此, $U(r, z, s)$ 可以写成下列形式:

$$U(r, z, s) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n K_0(q_n r) \cos(h_n z). \quad (15)$$

式中 A_n 为一系列待定常数, 由桩土耦合振动特性及桩土接触界面的连续条件决定, 其内涵反映了桩与土层各振动模态的振动耦合作用; q_n 为当 $h = h_n$ 时, 由方程(11)计算得到的一组参数。

2.2 桩纵向振动问题求解

对桩纵向振动基本方程式(2)进行拉氏变换, 令 $W(z, s)$ 为桩纵向振动位移 $w(z, t)$ 的拉氏变换形式, 利用桩土接触面上力的平衡条件及式(15), 化简可得到下式:

$$\begin{aligned} & V_p^2 \frac{\partial^2 W(z, s)}{\partial z^2} - s^2 W(z, s) - \frac{2\pi r_0}{\rho_p A} (G + C_s s) \cdot \\ & \sum_{n=1}^{\infty} A_n q_n K_1(q_n r_0) \cos(h_n z) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

取 $\lambda^2 = -s^2$, 则方程(16)的齐次通解为

$$W = D_1 \cos\left(\frac{\lambda}{V_p} z\right) + D_2 \sin\left(\frac{\lambda}{V_p} z\right), \quad (17)$$

方程(16)的特解可写成如下形式:

$$W^* = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(h_n z), \quad (18)$$

通解中的 D_1 和 D_2 为可由边界条件得到的常数, 特解中的 C_n 为待定系数。由此方程(16)的解可写为

$$W = D_1 \cos\left(\frac{\lambda}{V_p} z\right) + D_2 \sin\left(\frac{\lambda}{V_p} z\right) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(h_n z). \quad (19)$$

将特解表达式(18)代入式(16), 化简得到

$$C_n = - \frac{2\pi r_0 (G + C_s s) A_n q_n K_1(q_n r_0)}{\rho_p A (V_p^2 h_n^2 + s^2)}, \quad (20)$$

由式(15)、(19)和桩土位移协调条件式(4)可得

$$D_1 \cos\left(\frac{\lambda}{V_p} z\right) + D_2 \sin\left(\frac{\lambda}{V_p} z\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n A_n \cos(h_n z), \quad (21)$$

式中

$$\varphi_n = K_0(q_n r_0) + \frac{2\pi r_0 (G + C_s s) q_n K_1(q_n r_0)}{\rho_p A (V_p^2 h_n^2 + s^2)}. \quad (22)$$

根据固有函数系 $\cos h_n z$ 在 $[0, H]$ 上的正交性, 令

$$L_n = \int_0^H \cos^2(h_n z) dz, \quad P = D_1 \cos\left(\frac{\lambda}{V_p} z\right) + D_2 \sin\left(\frac{\lambda}{V_p} z\right).$$

对桩顶及底部的边界条件式(6)进行拉氏变换, 并将式(19)带入求解, 即可得到待定常数 D_1 和 D_2 , 然后在式(21)两端分别乘上 $\cos(h_n z)$, 在 $[0, H]$ 上积分可得系数 A_n 的表达式, 这样桩纵向振动位移表达式(19)就确定了。令 $F(s)$ 为桩顶激振力 $f(t)$ 的拉氏变换表达式, $s = i\omega$, i 为虚数单位, 根据定义即可得到:

(1) 桩顶复刚度表达式

$$K_d = \frac{-E_p A \bar{\lambda}}{H \frac{D_1}{D_2} \left| 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n' \right| - \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n''}, \quad (23)$$

式中

$$\gamma_n' = \gamma_n \left| \frac{1}{\lambda V_p - h_n} \sin \left| \frac{\lambda}{V_p} - h_n \right| H \right| + \frac{1}{\lambda V_p + h_n} \sin \left| \left(\frac{\lambda}{V_p} + h_n \right) H \right|, \quad (24)$$

$$\gamma_n'' = \gamma_n \left| \frac{1}{\lambda V_p + h_n} \cos \left(\left(\frac{\lambda}{V_p} + h_n \right) H \right) - 1 \right| + \frac{1}{\lambda V_p - h_n} \cos \left(\left(\frac{\lambda}{V_p} - h_n \right) H \right) - 1, \quad (25)$$

$$\gamma_n = - \left| \frac{(1 + G_c' T_c s) \bar{q}_n K_1(\bar{q}_n \bar{r}_0) \bar{\Phi}^2}{\bar{r}_0 (\bar{h}_n^2 + s^2 T_c^2) \varphi_n I_n} \right|. \quad (26)$$

其中 $\frac{D_1}{D_2} = -\tan \frac{\mu}{V_p}$; $G = \rho_s V_s^2$; $\theta = \omega T_c$; $T_c = \frac{H}{V_p}$; $\bar{h}_n = H h_n$; $\bar{r}_0 = \frac{r_0}{H}$; $i = \sqrt{-1}$; $\bar{\rho} = \frac{\rho_s}{\rho_p}$; $\bar{q}_n = \frac{q_n}{H}$; $G_c' = \frac{C_s}{G T_c}$; $\bar{v} = \frac{V_s}{V_p}$; $\eta = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{G}}$; $\chi = X_c$; V_s 为土的剪切波速。

(2) 桩顶速度频率响应(导纳)

$$H_v(i\omega) = \frac{-V_p i \theta}{E_p A \chi} \left| \frac{D_1}{D_2} (1 + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{v}_n') - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{v}_n'' \right|, \quad (27)$$

根据傅立叶变换的性质,由式(27)可得单位脉冲激励的时域速度响应为

$$h(t) = \frac{-1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V_p i \theta}{T_c E_p A \chi} \left| \frac{D_1}{D_2} (1 + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{v}_n') - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{v}_n'' \right| e^{i\theta t'} d\theta, \quad (28)$$

式中 $t' = t/T_c$ 为无量纲时间。由卷积定理知,在任意激振力 $f(t)$, $F(i\omega)$ 为 $f(t)$ 傅立叶变换,桩顶时域速度响应为

$$g(t) = f(t)^* h(t) = IFT[F(i\omega) \cdot H(i\omega)], \quad (29)$$

特别地,当桩顶受到半正弦脉冲激励

$$f(t) = Q_{\max} \sin \frac{\pi}{T} t, t \in (0, T), \quad (30)$$

其中 T 为脉冲宽度,由式(29)求得。

(3) 半正弦脉冲激振力作用下桩顶时域速度响应

$$g(t) = Q_{\max} IFT \left| \frac{-1}{\rho_p A V_p} H_v' \frac{\pi T}{\pi^2 - T^2 \omega^2} (1 + e^{-i\omega T}) \right|. \quad (31)$$

2.3 对本文理论解的对比分析讨论

Randolph and Wroth 实验研究发现^[11],土体径向位移对桩土界面侧壁切应力的影响非常的微小,众多学者如 Nogami and Novak^[6], Liu W. M. and M Novak^[3], Militano and Rajapakse^[4]在对桩土动力相互作用的相关研究中也均采用了忽略了土层径向位移假定,采用此假定可以使问题分析相对简便。本文理论解在建立数学力学的计算模型时,亦忽略了土层径向位移。

本文解考虑了土体中应力、位移分量沿深度的变化,相比于平面应变模型,理论上更加严密,经过与 Nogami and Novak 利用模态分析方法所得的端承桩桩顶位移频域解的对比发现^[6],虽然两个理论解求解的方法完全不同,但是本文频域解析解同其符合很好,该文献研究仅限于频域,而且因为求解过程中事先假定了桩的振动模态形式,导致桩顶边界条件不满足,属近似解,相比之下,本文研究涉及频域和时域两大范围,并且解法严密,所得解属严格解,理论上更加严格适用。

3 平面应变假定理论与本文解比较

3.1 土层对桩身的局部动力复阻抗对比分析

在将桩周土对桩身作用简化为动态 Winkler 模型时,任意深度处的土层作用刚度和阻尼系数可以由土层对桩作用的动力复阻抗等效得到,在不同的理论研究假定条件下,所得到的土层局部动力复阻抗也会因之而不同,以此为直接原因,由于任意深度处土动力复阻抗的不同最终导致在不同理论研究假定条件下求得的桩基桩顶响应亦不同。因此分析对比基于不同理论解的任意深度处的土动力复阻抗表达式即可以对桩基行为进行本质上的分析。

依据本文研究理论解可以定义任意深度处土层对桩身的动力局部复阻抗如下:

$$K(z) = \frac{f(z)}{u(r_0, z)} = 2G \bar{\pi} \bar{r}_0 (1 + i \omega C_s) \cdot \frac{\sum_{n=1}^{\infty} A_n \bar{q}_n K_1(\bar{q}_n \bar{r}_0) \cos(\bar{h}_n \bar{z})}{\sum_{n=1}^{\infty} A_n K_0(\bar{q}_n \bar{r}_0) \cos(\bar{h}_n \bar{z})}. \quad (32)$$

Novak 基于平面应变假定得到土层动力局部复阻抗

的表达式^[6]: $K_w = 2\pi G (1 + D_s i) a_0^* \frac{K_1(a_0^*)}{K_0(a_0^*)}$, 其中 $a_0^* = \frac{i a_0}{\sqrt{1 + D_s i}}$, $a_0 = \frac{r_0 \omega}{V_s}$, D_s 为土体材料滞回阻尼系数。

由上可以看到,由于本文解严格考虑桩土之间的动力耦合作用,所求土层局部复阻抗与所有涉及到的桩土性质参数均相关,表达式较为全面。基于平面应变假定所得的表达式,由于采用了假定,且未严格考虑桩土动力耦合作用,相比之下则过于简单化,且涉及参数仅与土层性质有关。本文从波速比、长径比、激振频率 3 方面,将本文所得严格解与基于平面应变假定所得到的土局部复阻抗解进行对比,为便于对比,分析中均不考虑土的材料内阻尼。

图 2 依据长径比和波速比的大小不同,将对比分分为图 2(a), (b), (c), (d) 四类,每类又按激振频率由低到高计算 3 种情况,可以看出,由于平面应变假设不考虑土层中应力、位移分量沿深度的变化,而对竖向变形造成强制约束,导致其在匀质土中土层复阻抗沿竖向深度不变。而由本文严格解求解结果可以看到,由于桩土间的动力耦合相互作用,土层局部复阻抗随土层深度、波速比、长径比、激振频率变化而均发生变化,土局部阻抗的实部在接近土层地表面时增长很快,而虚部沿竖向深度则分布相对均匀。可见,对于在低频、刚桩和硬土的条件平面应变解与本文解误差最大。

由图 2 也可以看到,随着激振频率的增长,桩侧土

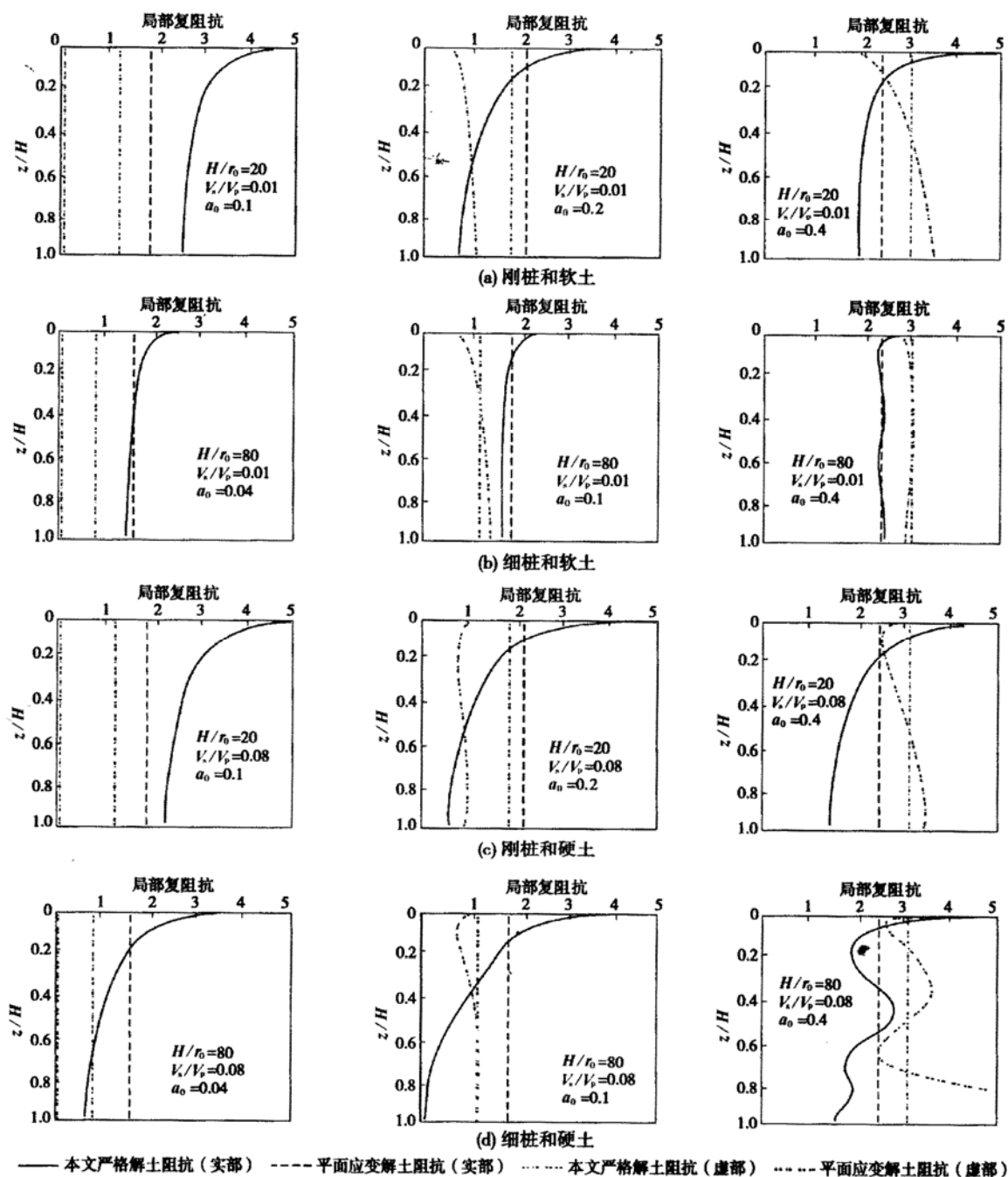


图2 土层动力局部复阻抗沿竖向的分布图

Fig. 2 Vertical distribution of real and imaginary parts of local stiffness

变软,和桩长径比变大的情况下,土局部阻抗实部和虚部分布趋于均匀,特别在高频、细桩、软土的条件下,本文解和平面应变假定条件下的计算值较为一致,经分析发现,这主要是由于在此条件下波传播更趋于水平所致;另一方面,当没有波水平传播时,例如桩侧土很硬、短桩以及在 $\omega d/V_s < 1$ 频率范围以下时,平面应变解与严格解的差别较大,在此情况下,平面应变假定低估刚度而高估阻尼。

由于土层局部复阻抗的计算存在误差,势必给求解桩顶的动力响应也带来误差,但影响效果还有待分析,下面分别对两理论解的桩顶频域、时域动力响应进

行对比分析。

3.2 桩顶复刚度特性分析

图3为分别以平面应变假定解与本文理论解计算的端承桩桩顶复阻抗随频率变化的对比分析图。可以看出,当桩相对刚度很大时,桩顶刚度基本与振频无关,且反映出了一个截止频率,此频率代表了土层的基频,在此频率以下桩顶复阻抗的虚部(阻尼)非常小,且振频无关,说明土层此时几乎没有辐射阻尼产生,而在截止频率以上阻尼则迅速增长,然而平面应变模型却不能反映此现象,在截止频率以下产生较大误差。在此频率范围内,平面应变模型过低估计桩顶复阻抗刚

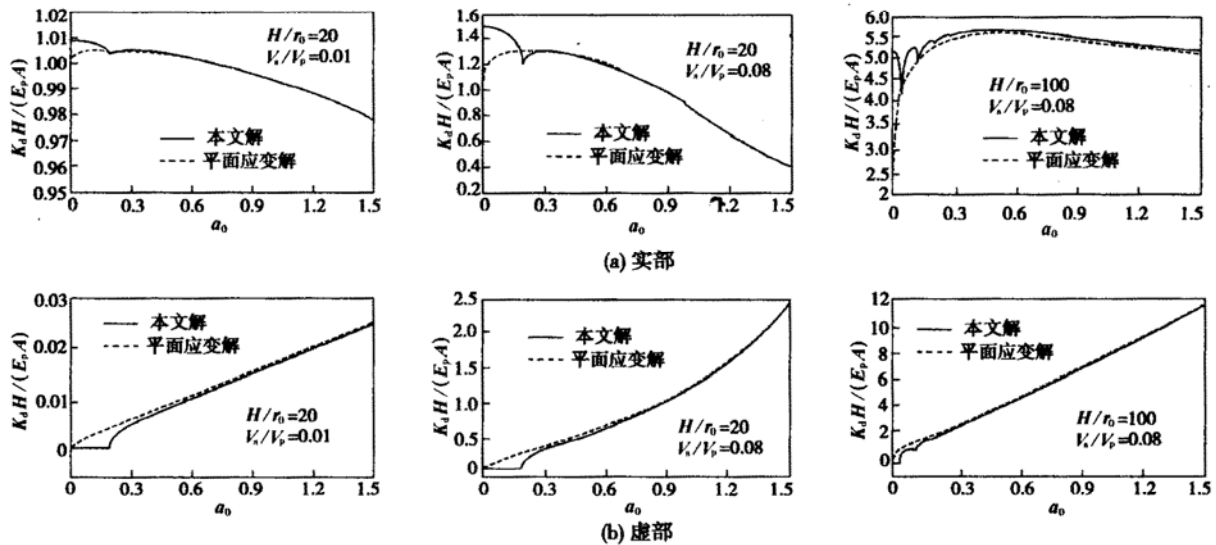


图3 桩顶复阻抗特性对比分析图

Fig. 3 Comparison of complex impedance at pile head

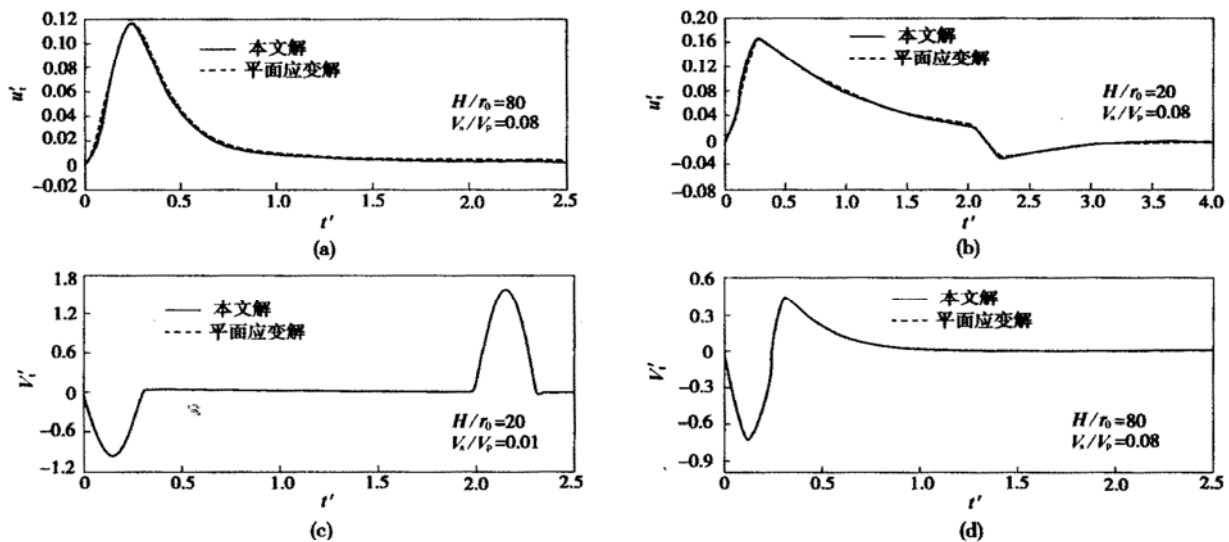


图4 半正弦脉冲激励作用下桩顶位移、速度时域响应对比

Fig. 4 Comparison between time histories of displacement and velocity at pile head

度部分而过高估计桩顶阻尼部分。但随着桩侧土变软时, 此段频率范围的两者误差将减小, 在截止频率以上两理论解符合得很好。对于桩基础设计来讲, 感兴趣的范围在 $\omega l / V_s < 1$ 的频率范围内, 可以看出平面应变解在桩周土较硬的情况下, 将会带来明显误差, 但当桩侧土为软土时, 低于截止频率处的误差则很小, 经试算一般小于 6%。

3.3 桩顶速度频率响应、时域响应特性分析

在桩基质量动态测试分析工作中, 主要是通过分析实测桩顶速度导纳曲线和反射波曲线来进行的, 本文有针对性地, 对在不同波速比、不同长径比条件下, 分别以平面应变假定解和本文理论解计算求解的端承桩桩顶导纳, 以及在半正弦脉冲激励作用下的桩顶位移及速度时域响应结果进行了对比分析, 具体分析结果

如图 4 所示, 图中 $H'_v = -\rho_p A V_p H_v$ 为无量纲导纳参数, V'_t, u'_t 分别为无量纲桩顶速度和位移时域响应 $V'_t = -\rho_p A V_p g(t) / Q_{\max}$, 其他参数含义同前。由图 4 可以看到, 在桩周土较硬的情况下 (此时波速比较高), 并没有出现与前面桩顶复刚度分析类似的明显差异, 由平面应变模型计算的桩顶导纳曲线和位移、速度时域响应曲线与本文所得严格解计算结果基本相同。经过分析可以发现, 这主要是因为桩顶速度导纳曲线和桩顶时域响应曲线考虑的频率范围非常宽泛, 而平面应变模型主要误差主要产生在低频的很小一部分, 从而在效果上显现不出来, 因此, 这从一个侧面说明, 采用平面应变模型进行桩基质量动测理论分析是可行的。

4 结 论

(1) 利用拉普拉斯变换对在严格考虑桩土纵向耦合振动条件下的, 桩顶受到任意激振力作用的端承桩桩顶频域及时域响应进行了解析求解, 推导求得了桩顶位移、速度频域响应、桩顶复阻抗的解析表达和半正弦脉冲激励作用下的桩顶速度时域响应半解析解, 为简化理论解、数值解法的精度评价校核, 以及进一步明晰在桩土耦合振动机理提供了理论支持。

(2) 将基于平面应变假定的桩基纵向振动理论解与本文所得严格解对进行了对比验证, 具体比较范围涉及土层对桩的局部复阻抗、桩顶幅频响应、速度导纳、桩顶复阻抗、桩顶位移及速度时域响应等方面, 并得到若干结论: ①土层局部动力复阻抗不同是不同理论研究假定条件下所求桩顶响应不同的直接原因。由本文解可以看出, 由于桩土耦合相互作用, 土局部复阻抗与桩土体系所有的参数都是关联相依的, 而基于平面应变假定所求土层局部复阻抗仅与土层性质参数有关, 且沿竖向深度不变, 从而给该法求解桩顶响应带来误差。②平面应变假定条件下的土局部复阻抗计算值与严格解在高频、细桩、软土的条件下较为一致, 桩侧土很硬、短桩以及在 $\omega d/V_s < 1$ 频率范围时, 两种理论解的差别将会很大, 在此情况下, 平面应变假定会低估刚度并高估阻尼。

(3) 分析发现, 当桩相对刚度很大时, 桩顶复阻抗刚度部分基本振频无关, 基本保持为常数, 且反映出一个截止频率, 此频率基本等于桩周土层振动的基频, 在此频率以下桩顶复阻抗的虚部(阻尼)非常小, 且与振频无关, 而在截止频率以上阻尼则迅速增长。而经对比发现平面应变模型不能反映此现象, 在低频处(截止频率以下)产生较大误差。在此频率范围内, 平面应变模型过低估计桩顶复阻抗刚度部分而过高估计桩顶阻尼部分, 在截止频率以上两者符合得很好, 但当桩侧土为软土时, 低于截止频率处的误差也会很小, 经试算一般小于 6%。

(4) 对比分析发现, 各种条件下平面应变假定对桩顶导纳曲线、桩顶位移、速度时域响应影响从影响效果上看均非常微小, 这从一个侧面说明, 在桩基动测工作中使用平面应变假定及相关结果是可行的。

参考文献:

- [1] Sen R, Davis T G, Banerjee P K. Dynamic analysis of piles and pile groups embedded in homogeneous soils[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1985, **13**(1): 53–65.
- [2] Mammoon S M, Banerjee P K. Time-domain analysis of dynamically loaded single piles[J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 1992, **118**(1): 140–160.
- [3] Liu W M, Novak M. Dynamic response of single piles embedded in transversely isotropic layered media[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1994, **23**(3): 1239–1257.
- [4] Militano G, Rajapakse R K N D. Dynamic response of a pile in a multi-layered soil to transient torsional and axial loading[J]. *Geotechnique*, 1999, **49**(1): 91–109.
- [5] Rajapakse R K M D, Shah A H. On the longitudinal harmonic motion of an elastic bar embedded in an elastic half-space[J]. *Int J Solids and Struct*, 1987, **23**(2): 267–285.
- [6] Milos Novak, Toyooki Nogami, Fakhry Aboul-Ella. Dynamic soil reactions for plane strain case[J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 1978, **104**(4): 953–959.
- [7] Nogami T, Novak M. Soil-pile interaction in vertical vibration[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1976, **4**: 277–293.
- [8] 张德文, 李咸亨, 欧阳金福. 时域垂直载重桩反应与土模式应用[J]. *岩土工程学报*, 2000, **22**(2): 162–169.
- [9] 刘东甲. 纵向振动桩侧壁切应力频率域解及其应用[J]. *岩土工程学报*, 2001, **23**(5): 544–546.
- [10] 王 腾, 王奎华, 谢康和. 任意段变截面桩纵向振动的半解析解及应用[J]. *岩土工程学报*, 2000, **22**(6): 654–658.
- [11] Randolph M F, Wroth C P. Analysis of deformation of vertically loaded piles[J]. *J Geotech Engng Div, ASCE*, 1981, **104**: 1465–1487.