

曲线顶管的三维力学模型理论分析与应用

Theoretical analysis of three-dimensional mechanical model of curved pipe jacking and its application

朱合华¹, 吴江斌¹, 潘同燕²

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 美国路易斯安那州立大学, 美国)

摘要: 大口径急曲线顶管施工技术已经在上海地区得到成功的应用, 但曲线顶管施工对周围土体稳定性影响和管体结构受力、位移的空间变化有待深入研究和探讨。本文试图从经典弹性力学基本原理出发, 利用壳体理论和温克尔假设建立曲线顶管与土体相互作用的三维力学模型, 以模拟曲线顶管在软土地层中的施工力学性能。给出了曲线顶管纵向和法向位移的理论解, 并进而给出了结构的内力和地层抗力。与具体工程实测位移比较表明, 位移的理论解和实测值有相当的一致性, 本文的理论结果是合理的。

关键词: 曲线顶管; 薄壳理论; 温克尔假设

中图分类号: TU 943

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2003)04-0492-04

作者简介: 朱合华(1962-), 男, 安徽巢湖人, 教授, 博士生导师, 工学博士。

ZHU He-hua¹, WU Jiang-bin¹, PAN Tong-yan²

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Louisiana State University, USA)

Abstract: The large-diameter and curved pipe jacking technique has applied successfully in soft soil of Shanghai, but it is required to study and discuss the effect of curved pipe jacking construction on the surrounding soft ground and the internal forces and deformations of pipe. Based on the classic elastic theory, the three-dimensional mechanical model of interaction between curved pipe and soil ground is established using thin shell theory and Winkler's assumption, to simulate the mechanical behavior of construction of pipe jacking in soft soil. The theoretical solutions of longitudinal and transverse deformations along curved pipe axis are given, and thus the internal forces of pipe and the ground resistance are also deduced. It is shown by comparison between the theoretical and measured values that the theoretical result is reasonable.

Key words: pipe jacking curve; thin shell theory; Winkler assumption

0 前言*

顶管法施工具有施工快捷、对周围环境影响小等特点, 近几年来在上海的市政建设中被广泛采用。对顶管法施工的研究主要依赖以下 4 个途径: ①建立在现场监测基础上经验法; ②数值方法; ③模型试验; ④解析法。顶管的设计主要是基于半经验法的卸荷拱法与无卸荷拱法^[1]。在数值分析领域, Ghaboussi 用二维有限元法对平行隧道施工相互影响进行了研究^[2]; 徐迎伍利用二维弹塑性有限元法分析了双孔顶管施工的相互影响^[3]。方从启利用半解析元法建立了模拟和计算软土地层中顶管施工引起的地面沉降^[4]。李永盛等用开尔文(Kelvin)解分析盾构推进对邻近桩体的内力及扰曲的影响^[5], 但对顶管的理论解析分析尚少见, 甚至规范中相关理论也有待商榷^[6]。曲线顶管更有别于一般的直线顶管, 曲线管体的变形与受力、顶力, 土体抗力与土体稳定性等诸多问题有待研究与探讨^[7], 尤其是大口径急曲线顶管^[8,9], 目前在国内尚处于工法应用初期阶段。笔者等曾结合实际工程在现场监控和数值分析方面作了大量的工作^[10,11], 但在理论分析方面的工作尚未见相关文献介绍。本文拟采用弹性力学的

薄壳理论考虑曲线顶管的三维力学性能, 采用温克尔假设模拟土体的作用, 从而建立曲线顶管与土体相互作用的三维力学模型, 并基于给定的边界条件给出曲线顶管管体变形、地层抗力及管片内力的理论表达式。最后, 结合具体工程实例, 将所建立的理论方法应用于上海地区大口径急曲线顶管工程, 并与现场实测数据进行了比较分析。

1 力学模型及其方程的建立

由于地下管线在施工过程中, 弯矩不可忽略, 所以在本模型中采用了壳体理论的有矩理论, 并把管体位移作为求解的未知函数。曲线顶管计算模型如图 1 所示。这里为公式推导的方便起见, 假定顶管管节在沿轴线变化的纵向上“等效连续”, 因此, 以下不考虑管节的接头张开和纵向柔性作用。

在如图 2 所示的柱形壳曲面上的坐标系中, 取母线为 x 坐标, 准线为 Ψ 坐标, 以任意一组曲率线作为参考轴, 于是中曲面上的点 A 的位置可以用 (x, Ψ) 来

* 基金项目: 上海市重点学科(岩土工程)资助项目
收稿日期: 2002-03-28

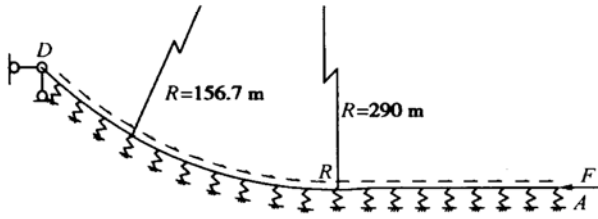


图1 曲线顶管计算模型

Fig. 1 Calculation model of curved pipe

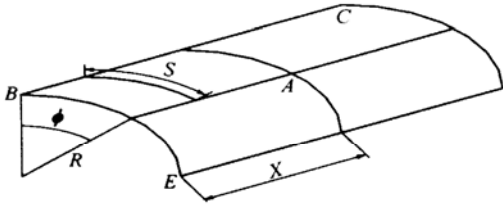


图2 壳体曲面的柱坐标系

Fig. 2 Coordinate system of thin shell cylinder

确定。在一般的柱形壳的情况下, $R = R(\Psi)$ 。两个主曲率半径为 $r_1 = \infty$, $r_2 = R(\Psi)$, 而拉梅参数则为 $A = 1$, $B = R(\Psi)$ 。内力及应变的脚标 1, 2 分别用 x , Ψ 来代替。忽略高阶小量, 令: $N_{12} = N_{21}$, $M_{12} = M_{21}$, 则壳体的一般静力平衡方程将简化为如下形式^[12]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{x\Psi}}{\partial \Psi} + p_1 &= 0, \\ \frac{1}{R} \frac{\partial N_\Psi}{\partial \Psi} + \frac{\partial N_{x\Psi}}{\partial x} - \frac{Q_\Psi}{R} + p_2 &= 0, \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial Q_\Psi}{\partial \Psi} + \frac{N_\Psi}{R} + p_3 &= 0, \\ \frac{1}{R} \frac{\partial M_\Psi}{\partial \Psi} + \frac{\partial M_{x\Psi}}{\partial x} - Q_\Psi &= 0, \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{x\Psi}}{\partial \Psi} - Q_x &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 R 为曲率半径; N_x , N_Ψ 为法向力; $N_{x\Psi}$ 为切向力; M_x , M_Ψ 为弯矩; $M_{x\Psi}$ 为扭矩; Q_x , Q_Ψ 为横向剪力; p_1, p_2, p_3 分别为单位面积上外力在矢量坐标下的 3 个分量。消去方程组(1)中的 Q_Ψ 与 Q_x , 可得

$$\left. \begin{aligned} R \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{x\Psi}}{\partial \Psi} + R \cdot p_1 &= 0, \\ \frac{\partial N_\Psi}{\partial \Psi} + R \frac{\partial N_{x\Psi}}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial M_\Psi}{\partial \Psi} - \frac{\partial M_{x\Psi}}{\partial x} + R \cdot p_2 &= 0, \\ R \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{x\Psi}}{\partial x \partial \Psi} + \frac{\partial}{\partial \Psi} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial M_\Psi}{\partial \Psi} \right) + N_\Psi + R \cdot p_3 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

这就是一般柱形壳的平衡方程组, 在这个方程组里, 忽略了影响内力, 应变与位移的次要因素。此外, 在壳体理论中用位移分量表示的内力公式为

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \frac{Eh}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \mu \left(\frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \Psi} - \frac{w}{R} \right) \right], \\ N_\Psi &= \frac{Eh}{1-\mu^2} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \Psi} - \frac{w}{R} + \mu \frac{\partial u}{\partial \Psi} \right), \\ N_{x\Psi} &= \frac{Eh}{2(1+\mu)} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \Psi} \right), \\ M_x &= -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\mu}{R} \frac{\partial}{\partial \Psi} \left(\frac{v}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \Psi} \right) \right], \\ M_\Psi &= -D \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \Psi} \left(\frac{v}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \Psi} \right) + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right], \\ M_{x\Psi} &= -D(1-\mu) \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \Psi} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 E , μ , h 分别为管体弹模、泊松比、厚度; $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$; u, v, w 分别为管体纵向、周向和法向的位移分量。若将式(3)代入式(1)就得到著名的铁木辛哥公式。

可以看出方程式(3)为一高阶偏微分方程, 难于直接给出解析解。但是如果进一步简化, 问题将出现转机。为了模拟管体在推进过程中的受力, 在 x 方向上取定长, 则在管径为 r 的壳形体中分割出一圆环。现在从此圆环中取出一段, 用此段管体来模拟一段在地层中推进的顶管。我们可以观察到在式(3)中, 如果将其中 h^2/R^2 项略去 ($h \ll R$) 则其中的第 2, 5 项将简化为

$$\left. \begin{aligned} N_\Psi &= \frac{Eh}{1-\mu^2} \frac{1}{R} \frac{dv}{d\Psi}, \\ M_\Psi &= -D \frac{1}{R^2} \frac{d^2 w}{d\Psi^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

为便于计算, 将上式中的有关常数简化可得下式:

$$\left. \begin{aligned} N_\Psi &= EA \frac{du}{ds}, \\ M_\Psi &= -EI \frac{d^2 w}{ds^2}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 A , I 分别为管体截面的面积和惯性矩。将式(5)代入式(2)并利用温克尔假设得到下式:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{d^2 M}{ds^2} + N + RK_r w &= 0, \\ R \frac{dN}{ds} - \frac{dM}{ds} + R^2 K_\Psi u &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中, K_r 和 K_Ψ 分别为法向和切向地层抗力系数。将式(5)代入式(6), 可得到以位移表示的壳体平衡方程组, 化简为

$$\left. \begin{aligned} EI \frac{d^4 w}{ds^4} - \frac{EA}{R} \frac{du}{ds} - K_r w &= 0, \\ EI \frac{d^3 w}{ds^3} - EAR \frac{d^2 u}{ds^2} + RK_r u &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

这就是本文要建立的简化了的柱形壳的平衡微分方程

组, 写成矩阵形式:

$$\begin{vmatrix} (EI \frac{d^4}{ds^4} - K_r) & -\frac{EA}{R} \frac{d}{ds} \\ EI \frac{d^3}{ds^3} & (-EAR \frac{d^2}{ds^2} + RK_r) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} w \\ u \end{vmatrix} = 0. \quad (8)$$

2 方程组的求解

2.1 方程中各参数的确定

设管体本身的弹性模量 E 为钢筋混凝土的弹模。法向地层抗力模拟采用修正的温克尔(winkler)假定, 且假定实际作用在地层上的管体是圆柱面的一半, 所以计算时应乘上一个放大系数, 即 $K_r = \pi \times r \times K$ (K 为按温克尔假定确定的法向地层抗力系数)。在实际工况中, 相对于法向地层抗力, 纵向地层抗力很小。特别是在软土地层的施工中, 由于施工技术的改进(比如, 在顶管施工中注浆以减小摩阻力), 纵向地层抗力可以根据实际需要采用法向地层抗力的 1/10~1/1000。

2.2 解方程

化简方程式(7)或式(8), 得到下式:

$$E^2 I a^6 w + (\frac{E^2 I A}{R} + E I K_\psi) d^4 w - E A K_r d^2 w - K_r K_\psi w = 0 \quad (9)$$

此方程组为一高阶齐次微分方程组。解此方程, 令 $w = e^\lambda$, 代入式(9), 得到其特征方程:

$$E^2 I A \lambda^6 + (\frac{E^2 I A}{R} + E I K_\psi) \lambda^4 - E A K_r \lambda^2 - K_r K_\psi = 0. \quad (10)$$

此方程为一元六次代数方程, 一般来说, 一元高次(三次以上)代数方程是没有一般解法, 但是此方程有一个特点, 就是只有偶次项, 若令 $Y = \lambda^2$, 则化为一元三次方程, 是可以求解的。

从而写出 w 和 u 的解的形式:

$$\begin{aligned} w &= e^{\alpha_1 s} (c_1 \cos \beta_1 s + c_2 \sin \beta_1 s) + e^{\alpha_2 s} (c_3 \cos \beta_2 s + c_4 \sin \beta_2 s) + e^{\alpha_3 s} (c_5 \cos \beta_3 s + c_6 \sin \beta_3 s), \\ u &= \frac{1}{K_\psi} (-EIR \frac{d^5 w}{ds^5} - \frac{EI}{R} \frac{d^3 w}{ds^3} + K_r R \frac{dw}{ds}). \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ 分别为特征方程的 6 个根 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$ 的实部和虚部。此位移解含有 6 个待定参数 $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$, 它们可以通过边界条件确定。最后可以得到用未知量 s 表示的关于位移 w, u 的表达式, 即最终的求解结果表达式。

在给出变形 w, u 的表达式后, 再选取合适的地层抗力系数 K_r, K_ψ , 将式(7)分别代入式(3), 即可得到

管片内力的表达式(见式(5))以及地层抗力:

$$\begin{aligned} N_w &= K_r w, \\ N_u &= K_\psi u. \end{aligned} \quad (12)$$

值得注意的是, 在本文的推导过程中, 笔者曾试图不考虑地层抗力的影响来试算弹性理论模拟顶管的可能性。事实上, 这是一个简单的二维静定问题。但是运用壳体理论按高次微分方程推导时, 其特征方程为一元五次代数方程, 在数学上是无法提供理论解的。

3 工程实例与结果分析

本工程实例为上海市合流污水治理工程中一大口径急曲线顶管, 其曲线顶管直径 2.4 m, 曲率半径最小处只有 $R = 156.7$ m; 管体弹模为 $E = 3.45 \times 10^7$ kN/m², 惯性矩 $I = 1.748$ m⁴, 地层法向抗力系数 $K_r = 8000$ kN/m³, 由于本工程中, 在管体推进过程中采取注浆, 使得土体对管体的摩擦阻力大为减小, 所以取纵向抗力系数 $K_\psi = K_r/1000$ 。边界条件为

$$s = 0, \begin{vmatrix} \frac{d^3 w}{ds^3} = 0 \\ \frac{d^2 w}{ds^2} = 0 \\ EA \frac{du}{ds} = 0 \end{vmatrix} ; s = R \Psi, \begin{vmatrix} \frac{dw}{ds} = 0 \\ w = 0 \\ u = 0 \end{vmatrix}.$$

按式(11)可求得最终结果, 具体见图 3~8。其中, 图 3, 4 为顶管沿轴线变化的法向位移和纵向位移的计算值, 图 5, 6 为沿轴线变化的法向地层抗力和纵向地层摩擦力计算与实测比较曲线, 图 7, 8 为沿轴线变化的纵向弯矩和纵向轴力的计算值与实测值曲线。以上表明理论计算与实测结果两者具有很好的一致性。

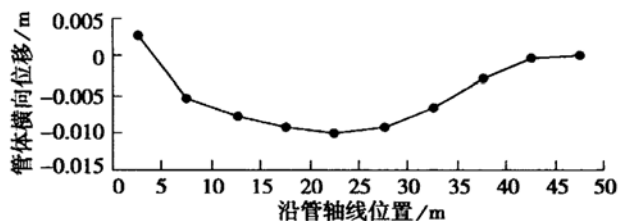


图 3 沿轴向变化的法向位移理论值

Fig. 3 Theoretical transverse displacement along the axis of pipe

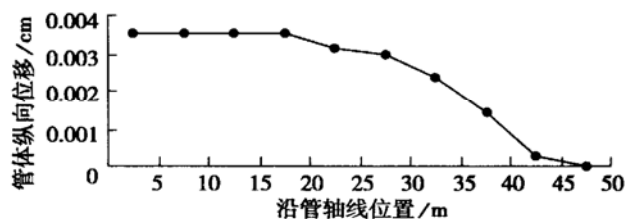


图 4 沿轴向变化的纵向位移理论值

Fig. 4 Theoretical longitudinal displacement along the axis of pipe

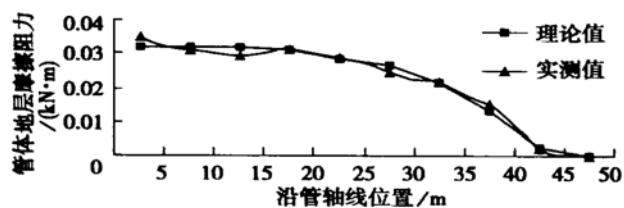


图5 沿轴向变化的地层摩擦阻力的理论计算值与实测值

Fig. 5 Comparison between theoretical and measured values of ground friction force along the axis of pipe

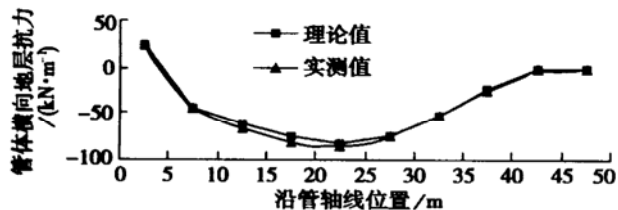


图6 沿轴向变化的法向地层抗力的理论计算值与实测值

Fig. 6 Comparison between theoretical and measured values of normal ground resistance along the axis of pipe

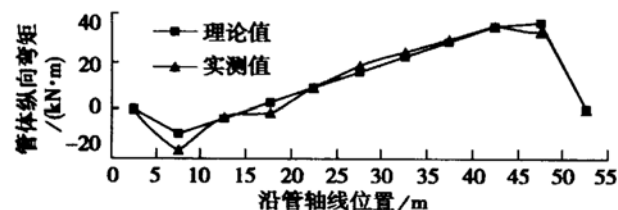


图7 沿轴向变化的纵向弯矩的理论计算值与实测值

Fig. 7 Comparison theoretical and measured values of longitudinal bending moment between along the axis of pipe

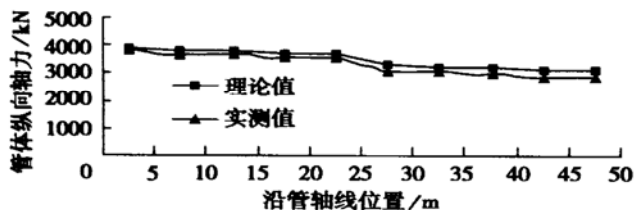


图8 沿轴向变化的纵向轴力的理论计算值与实测值

Fig. 8 Comparison between theoretical and measured values of longitudinal force along the axis of pipe

4 结 语

本文在合理简化的基础上,采用弹性力学薄壳理论和温克尔假设,推求了曲线顶管施工过程中管体法

向和纵向变形的理论表达式,并进一步给出了地层荷载和管片内力的结果,同时通过具体的工程实例得以验证其合理性。

本文结果直观明了,变形和受力分析克服了有限元等数值法烦琐的计算工具,可以作为各种土层中的地下管道设计校核的理论依据。事实上,本文工作是对数值分析工作的一个重要补充。然而这些理论上的探讨还是初步的,有待进一步深入。考虑 X 方向的二维计算中,如何巧妙地运用数学手段,使得所建立的偏微分方程组有理论解,同时又能满足工程实际的需要,在工程界一直占据十分重要的地位,这里限于篇幅,另外撰文讨论。

本文得到华南理工大学房营光教授的指导,在此表示衷心的感谢。

参考文献:

- [1] 何佩秋. 顶管工程的设计与施工[J]. 特种结构, 1998, 4: 16-21.
- [2] Ghaboussi J, Ranken R E. Interaction between two parallel tunnels[C]. Int Num Anal Methods Geomech. 1977, 1: 75-103.
- [3] 徐迎伍. 平行管道顶进施工的相互影响与设计方法和施工工艺的优化研究[D]. 上海: 同济大学, 2003.
- [4] 方从启, 李向红. 浅层顶管施工引起地面沉降的预测[J]. 江苏理工大学学报(自然科学版), 1999, 20(6): 5-8.
- [5] 李永盛, 黄海鹰. 盾构推进对邻近桩体力学影响的实用计算方法[J]. 同济大学学报, 1997, 25(3): 274-280.
- [6] 王承德. 顶管施工中管壁摩阻力理论公式的商榷[J]. 特种结构, 1999, 16(3): 22-25.
- [7] 王承德. 曲线顶管初探[J]. 特种结构, 1998, 15(4): 18-21.
- [8] 朱合华, 叶冠林, 潘同燕. 大口径急曲线钢筋混凝土顶管施工技术[J]. 建筑施工, 2001, 30(1): 36-38.
- [9] 葛金科, 张悦. 急曲线顶管施工技术与应用[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(2): 247-250.
- [10] 丁文其, 朱合华, 叶冠林, 等. 考虑管节-接头的弹性地基梁法及顶管施工模拟分析[J]. 同济大学学报, 2001, 27(4): 468-473.
- [11] 朱合华, 叶冠林, 丁文其, 等. 大口径急曲线钢筋混凝土顶管管节接缝张开量分析[J]. 施工技术, 2001, 30(1): 36-38.
- [12] 杨耀乾. 薄壳理论[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1981.