

伸出地面上基桩的动力稳定性研究

Analysis of dynamic stability of foundation pile stretching out of ground

孙 强^{1,2}

(1. 中国科技大学, 安徽 合肥 230026; 2. 安徽建筑工业学院, 安徽 合肥 230022)

摘 要: 基于 Hamilton 原理, 导出了桩在轴向动力荷载下的激振频率计算式, 分析了伸出地面上基桩的动力稳定性问题, 探讨了桩端不同约束、桩长比、桩径、地基土水平抗力和激振频率等参数对桩动力稳定性的影响, 结合实例, 分析了桩在不同桩端约束条件下桩的动力不稳定区域的差异。

关键词: 动力稳定性; Hamilton 原理; 激振参数; 桩端不同约束条件

中图分类号: TU 473.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2003)04-0459-04

作者简介: 孙 强(1963-), 男, 工学博士, 教授。主要从事岩土工程、结构工程方面的科研与教学工作, 发表学术论文 40 余篇。

SUN Qiang^{1,2}

(1. University of science and Technology of China, Hefei 230026, China; 2. Anhui Institute of Architectural and Industry, Hefei 230022, China)

Abstract: Based on principle of Hamilton, the formulas to calculate exciting frequency of piles under axial dynamic load are derived. The problems of dynamic stability of foundation pile stretching out of ground are studied. The effects of different restriction of pile end, pile length ratio, pile diameter, horizontal resistance of soil and exciting frequency on dynamic stability of foundation pile are discussed. The distinction of dynamic non-stability area of piles under different restriction condition at pile end are studied.

Key words: dynamic stability; principle of Hamilton; exciting parameters; different restriction condition at pile end

0 前 言*

桩基础动力性能的研究是一个较为复杂的研究课题。目前, 这方面的研究成果较少, 这主要由于动荷载下桩土体系的动力特征与分析理论和桩土动力参数的测试有较大的难度。而实际结构物, 如工业建筑、桥梁桩基、港口码头、动力机械基础、高层大跨建筑工程、海上平台等, 在正常情况下都受由基脚传给桩基竖向动力荷载。作周期性变动的参数形成对系统的激励, 称为参数激励。参数振动的基本问题归结为 Mathieu 方程: $x'' + (\delta + 2\epsilon \cos \theta t)x = 0$, 这个方程形式上可以代表一个质量为 1 的质点在刚度以 $\delta + 2\epsilon \cos \theta t$ 规律变动的弹簧作用下的运动。因此在形式上它表明系统的参数之一——弹簧刚度在作周期性变动^[1]。与受迫振动不同, 参数激励振动系统的运动微分方程, 系数是时间的快变或缓变函数, 通常是周期函数, 由系统参数的变化而引起的振动称为参数激励振动, 当激励频率未接近系统的固有频率时, 也可能产生大的响应, 称为参数共振。因为可能存在着参数激励频率的一个完整的区域^[1], 该区域对应于参数共振, 所以研究参数激励系统的稳定性是一个很重要的问题。

笔者在研究结构物基桩动力稳定性的基础上^[2~5], 进一步对伸出地面上基桩的动力性能情况进行了探讨, 分析了激振参数对于基桩动力稳定性的影响。

1 基桩的竖向动荷性能分析

桩是一个受力复杂的构件, 如果考虑的因素太多则难以求解, 为简化现假定选取两端铰接的动力模型如图 1, 其他支承情况的计算可以参照本文的解题方法进行, 而只需采用相应支承的变形曲线即可。桩顶作用有轴向谐振动 $N_0 + N_1 \cos \theta t$ 。

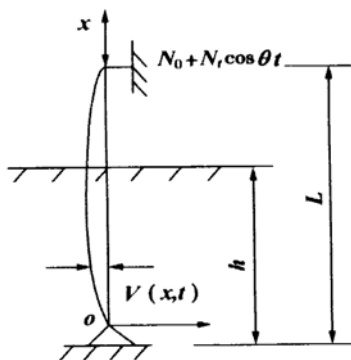


图 1 基桩的动力分析模型

Fig. 1 Model for dynamic analysis of piles

设桩的横向位移 $V(x, t) = f(t) \sin \frac{\pi x}{L}$ 满足两端铰支桩的边界条件, 利用能量原理得桩的动能

$$T(t) = \frac{1}{2} \int_0^L m \left(\frac{\partial V}{\partial t} \right)^2 dx = \frac{mL}{4} f'^2(t),$$

桩的势能

$$U_1(t) = \frac{1}{2} \int_0^L EJ \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right)^2 dx = \frac{\pi^4 EI}{4L^3} f^2(t), \quad (1)$$

土的抗力势能

$$U_2(t) = \frac{1}{2} \int_0^L K_s D V^2 dx = \left[\frac{k_s D L}{4} - \frac{k_s D L}{8\pi} \sin 2\pi \alpha \right] f^2(t),$$

外力做的功

$$U_3(t) = - \frac{1}{2} \int_0^L (N_0 + N_1 \cos \theta) \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 dx = - \frac{\pi^2 (N_0 + N_1 \cos \theta)}{4L} f^2(t).$$

利用 Hamilton 原理得

$$L(t) = T(t) - U(t), \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{f}} \right) - \frac{\partial L}{\partial f} = 0, \quad (2)$$

$$f''(t) + \Omega^2 (1 - 2\mu \cos \theta t) f(t) = 0. \quad (3)$$

式(3)中

$$\omega^2 = \frac{1}{m} \left\{ \frac{\pi^4 EI}{L^4} + K \right\}, K = k_s D \left(\alpha - \frac{\sin 2\pi \alpha}{2\pi} \right),$$

$$\Omega = \omega \sqrt{1 - \frac{N_0}{\rho}}, \mu = \frac{N_1}{2(\rho - N_0)}, \rho = \frac{\pi^2 EI}{L^2} + \frac{KL^2}{\pi^2}. \quad (4)$$

式(1)~(4)中 EJ 为桩的抗弯刚度, N_0 、 N_1 为谐振力幅值, θ 为谐振频率, L 为桩长, m 为桩单位长度上的质量, k_s 为地基土层横向抗力系数, h 为埋入土中部分的桩长, $\alpha = h/L$ 为桩长比, D 为桩的直径或边长。

现设式(3)有周期 $4\pi/\theta$ 的周期解为^[6] $f(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} a_n \sin \frac{n\theta t}{2} + b_n \cos \frac{n\theta t}{2}$, 把它代入式(3)经合并同类项整理得其系数 a_n 、 b_n 的线代数方程组, 其系数行列式为零, 如取一阶行列式的值则得桩的振动频率近似值

$$\theta_{1,2} = 2\Omega \sqrt{1 \pm \mu}. \quad (5)$$

同理式(3)取有周期为 $\frac{2\pi}{\theta}$ 的周期解为 $f(t) = \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} a_n + a_n \sin \frac{n\pi\theta t}{2} + b_n \cos \frac{n\pi\theta t}{2}$, 代入式(3), 如取二阶行列式的值则得桩的又一振动频率近似值

$$\theta_3 = \Omega \sqrt{1 + \mu^2/3}, \theta_4 = \Omega \sqrt{1 - 2\mu^2}. \quad (6)$$

2 激振参数对桩动力稳定性的影响

现举一实例说明激振参数 k_s 、 Ω 、 α 、 θ 、 L 、 D 对桩动力稳定性的影响。基桩的长度 $L = 15$ m, 直径 $D = 0.5$ m, 桩的弹性模量 $E = 3.0 \times 10^7$ kN/m², $k_s D = 0.74 E_s^{1.08[7]}$, E_s 为土的变形模量, 将其计算结果示于图 2~5。

图 2 中, 桩长比 α 分别为 0, 0.5, 桩长 $L = 30$ m, 桩直径 $D = 0.25$ m, $k_s D = 125$ kN/m², $N_0 = 1000$ kN; 图 3 中, 桩长 $L = 30$ m, $k_s D = 250$ kN/m², $D = 0.25, 0.5$ m,

$\alpha = 0.5$, $N_0 = 1000$ kN; 图 4 中, 桩长 $L = 30$ m, $k_{s1} D = 250$ kN/m², $k_{s2} D = 500$ kN/m², $D = 0.25$ m, $\alpha = 0.5$, $N_0 = 1000$ kN; 图 5 中, 桩长 $L = 15, 30$ m, $k_s D = 250$ kN/m², $D = 0.25$ m, $\alpha = 0.5$, $N_0 = 1000$ kN。

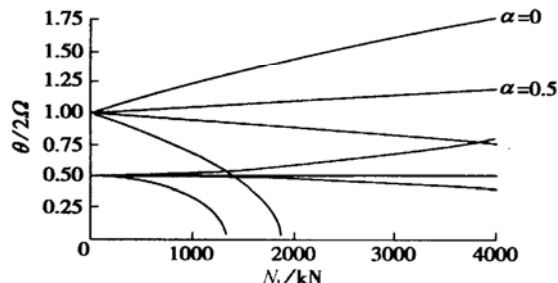


图 2 不同桩长比 α 下的桩动力曲线

Fig. 2 Dynamic curve of pile with different length ratio α

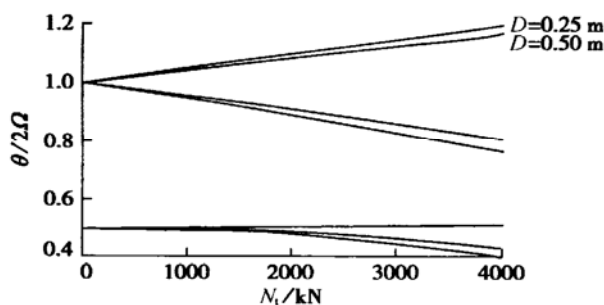


图 3 不同桩直径下的动力曲线

Fig. 3 Dynamic curve of pile with different diameter

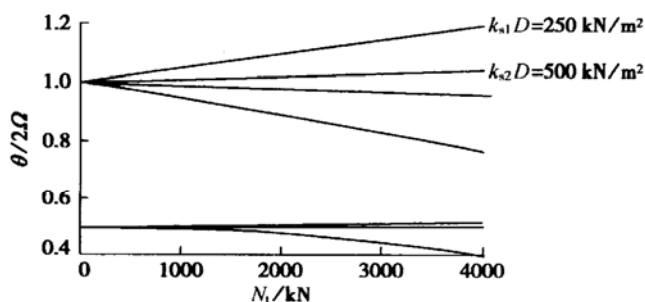


图 4 不同土层下桩的动力曲线

Fig. 4 Dynamic curve of pile in different soil layer

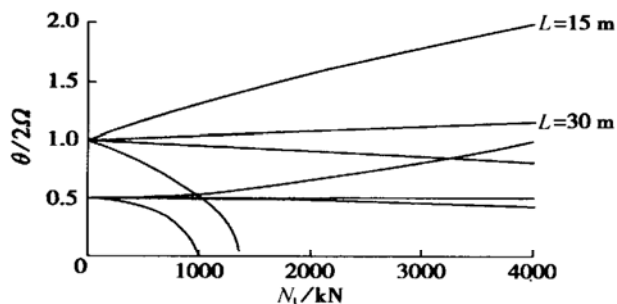


图 5 不同桩长下桩的动力曲线

Fig. 5 Dynamic curve of pile with different length

由上述计算结果及图 2~5 可知:

(1) 基桩在轴向动力荷载作用时, 可将无限增长的

解视为激发参数引起的共振。这种共振不同于一般的共振,具有连续的激发区域(在激发区内桩横向位移将无限增大),即称之为动力不稳定区域^[1](两动力曲线 $\sqrt{1+\mu}$ 与 $\sqrt{1-\mu}$ 或 $0.5\sqrt{1+\mu^2/3}$ 与 $0.5\sqrt{1-2\mu^2}$ 所围成的区域)。动力不稳定区域不仅在激振参数 $\mu \rightarrow 0$ (即 $\theta = \Omega$ 或 2Ω)时,桩将发生参数共振^[4](称之为主要共振区),而且当动力不稳定区域临界频率还小于系统的主要共振频率时,也有激振的可能,桩的共振区域有无穷多个^[1]。

(2) 随地基土层的不同,基桩的动力不稳定区域将产生相应的变化,从图2~5中可看出,随地基土横向抗力系数 K_s 、桩长 L 以及桩长比 α 的增大,桩的动力不稳定区域逐渐减小,表明地基土的横向抗力对桩的动力稳定性起加强作用,伸出地面上的基桩比完全置于土中的基桩更易发生共振。

(3) 随桩径的增大,基桩的动力不稳定区域将逐渐减小,表明基桩的截面尺寸的选择对桩的动力稳定性影响较大,这在桩的动力设计中应引起注意。

3 不同约束条件下桩的动力稳定性

现举一实例说明桩端不同约束对桩动力稳定性的影响。某工程采用钢筋混凝土桩,长度 $L=15\text{ m}$,桩截面直径为 25 cm ,桩的弹性模量 $E=3.0 \times 10^4\text{ N/mm}^2$,桩顶作用有不同的振动力,将其计算结果示于图6~11。桩在不同约束条件下的振型函数和动力参数见表1。

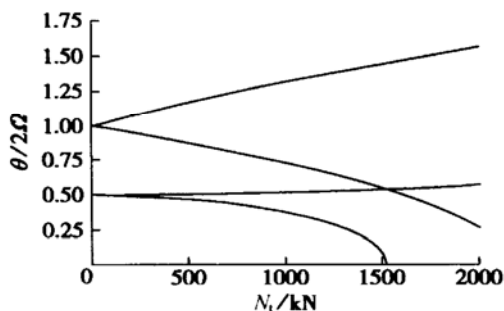


图6 铰-铰桩的动力曲线

Fig. 6 Dynamic curves of pile with hinged ends

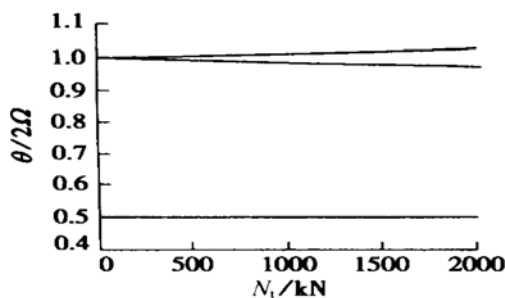


图7 嵌固-嵌固桩的动力曲线

Fig. 7 Dynamic curves of piles with fixed ends

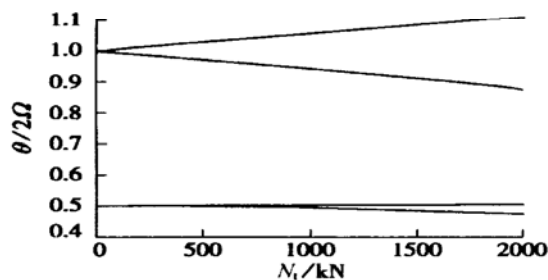


图8 嵌固-自由桩的动力曲线

Fig. 8 Dynamic curves of pile with fixed and free ends

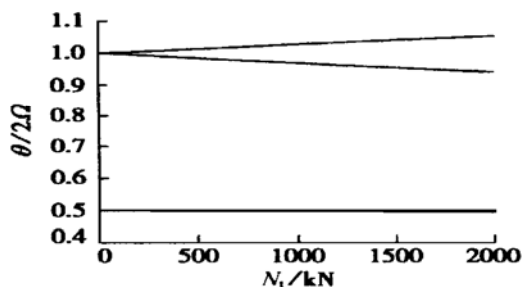


图9 滑移-嵌固桩的动力曲线

Fig. 9 Dynamic curves of pile with movable and fixed ends

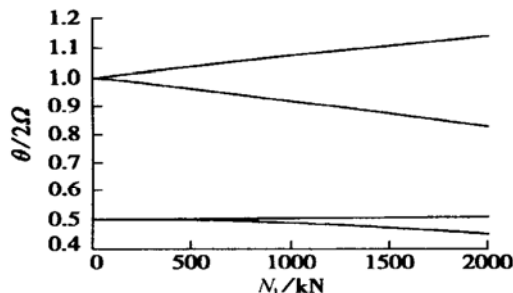


图10 滑移-铰桩的动力曲线

Fig. 10 Dynamic curves of pile with movable and hinged ends

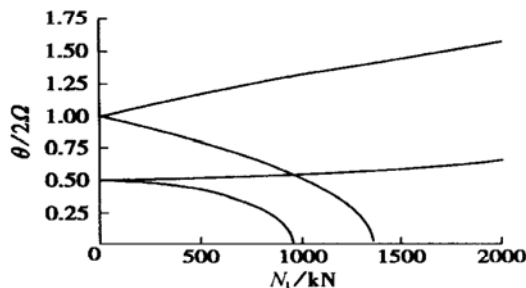


图11 滑移-滑移桩的动力曲线

Fig. 11 Dynamic curves of pile with movable ends

在图6~11中,桩长比 $\alpha=0.5$,桩长 $L=15\text{ m}$,桩直径 $D=0.25\text{ m}$, $k_s D=125\text{ kN/m}^2$, $N_0=1000\text{ kN}$ 。

由上述计算结果及图6~11可知:

桩端的约束情况不同,其基桩的动力不稳定区域也不相同,滑移-滑移桩、铰-铰桩动力不稳定区域较大,其次为滑移-铰桩、嵌固-自由桩、滑移-嵌固桩、嵌固-嵌固桩,表明桩端的约束对基桩的动力稳定性影响较大,在基桩动力设计时应引起足够的重视。

表 1 不同约束条件下桩的动力参数

Table 1 Dynamic parameters of pile under different restriction condition

杆端约束	$V(x, t)$	ω^2	Ω	ρ	μ	k
铰-铰	$f(t) \sin \frac{\pi x}{l}$	$\frac{1}{m} \left(\frac{\pi^4 EI}{l^4} + K \right)$	$\omega \sqrt{1 - \frac{N_0}{\rho}}$	$\frac{\pi^2 EI}{l^2} + \frac{KL^2}{\pi^2}$	$\frac{N_1}{2(\rho - N_0)}$	$k_s D \left(\alpha - \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi \alpha \right)$
嵌固-嵌固	$f(t) \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{l} \right)$	$\frac{1}{m} \left(\frac{16\pi^4 EI}{3l^4} + K \right)$	$\omega \sqrt{1 - \frac{N_0}{\rho}}$	$\frac{4\pi^2 EI}{l^2} - \frac{3KL^2}{4\pi^2}$	$\frac{N_1}{2(\rho - N_0)}$	$k_s D \left(3\alpha - \frac{2}{\pi} \sin 2\pi \alpha + \frac{1}{4\pi} \sin 4\pi \alpha \right)$
嵌固-自由	$f(t) \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{2l} \right)$	$\frac{1}{m} \left(-\frac{0.61\pi^4 EI}{16l^4} + K \right)$	$\omega \sqrt{1 - \frac{N_0}{\rho}}$	$\frac{\pi^2 EI}{16l^2} - \frac{4KL^2}{0.61\pi^2}$	$\frac{N_1}{2(\rho - N_0)}$	$k_s D \left(3\alpha - \frac{8}{\pi} \sin \frac{1}{2} \pi \alpha + \frac{1}{\pi} \sin \pi \alpha \right)$
滑移-滑移	$f(t) \cos \frac{\pi x}{l}$	$\frac{1}{m} \left(\frac{\pi^4 EI}{l^4} + K \right)$	$\omega \sqrt{1 - \frac{N_0}{\rho}}$	$\frac{\pi^2 EI}{l^2} + \frac{KL^2}{\pi^2}$	$\frac{N_1}{2(\rho - N_0)}$	$k_s D \left(\alpha + \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi \alpha \right)$
滑移-铰	$f(t) \cos \frac{\pi x}{2l}$	$\frac{1}{m} \left(\frac{\pi^4 EI}{16l^4} + K \right)$	$\omega \sqrt{1 - \frac{N_0}{\rho}}$	$\frac{\pi^2 EI}{4l^2} + \frac{4KL^2}{\pi^2}$	$\frac{N_1}{2(\rho - N_0)}$	$k_s D \left(\alpha + \frac{1}{\pi} \sin \pi \alpha \right)$
滑移-嵌固	$f(t) \left(1 - \sin \frac{\pi x}{2l} \right)$	$\frac{1}{m} \left(-\frac{0.61\pi^4 EI}{16l^4} + K \right)$	$\omega \sqrt{1 - \frac{N_0}{\rho}}$	$\frac{\pi^2 EI}{16l^2} - \frac{4KL^2}{0.61\pi^2}$	$\frac{N_1}{2(\rho - N_0)}$	$k_s D \left(3\alpha - \frac{16}{\pi} + \frac{16}{\pi} \cos \frac{1}{2} \pi \alpha - \frac{1}{\pi} \sin \pi \alpha \right)$

4 结 论

本文根据 Hamilton 原理导出了轴向动荷载下的单桩激振频率计算式,探讨了桩土主要参数和桩端不同约束对桩土动力稳定性的影响,导出了杆端不同约束条件下桩振动参数的表达式,并举例说明了其计算公式简便实用,因而具有一定的实用价值。在基桩的动力分析与设计时,应考虑前述因素的影响,采取一定的措施来避免或减小桩的振动,如合理地选择基桩的截面尺寸及桩长,根据不同的地质条件控制桩长在一定的范围内,避免基桩处于动力不稳定区域,采取一定的隔振装置等以保证基桩不产生过大的振动。避免基桩共振的方法有:改变激振频率值使之不与桩的固有频率值接近^[8],选择合适的结构构造形式与尺寸,使桩基处于安全工作状态。

参考文献:

- [1] 武际可,苏先榭.弹性系统的稳定性[M].北京:科学出版社,1994.
- [2] 孙 强.初弯曲和初偏心对桩动力性能的影响[J].四川建筑科学研究,1997,85(1):19-20.
- [3] 孙 强,杨大军.弹性介质中直杆的动力稳定性研究[J].工程力学,1997,14(1):87-91.
- [4] 孙 强.斜向动荷载下基桩的动力稳定性研究[J].四川建筑科学研究,1997,87(3):54-56.
- [5] 孙 强.桩顶附加质量对桩动力性能的影响[J].四川建筑科学研究,1997,86(2):54-56.
- [6] 王竹溪,郭敦仁.特殊函数概论[M].北京:北京大学出版社,2000.
- [7] 卢世深,林亚超,编译.桩基础的计算实例和分析[M].北京:人民交通出版社,1987.
- [8] 张相庭.结构振动力学[M].上海:同济大学出版社,1995.

欢迎订阅《钢结构》

《钢结构》由中国钢铁工业协会主管,冶金部建筑研究总院,中国钢结构协会主办,创刊于1986年,是我国钢结构专业领域的综合性科技刊物,具有导向性、新颖性、系统性和实用性。重点刊登钢结构领域中能代表我国发展水平的科研成果、学术论文、工程设计、工程实录,内容兼顾理论和实践。适合于在钢结构领域从事科研、教学、设计、制造、安装、检测、防护、维修等工作的科技人员、施工人员及大专院校的师生阅读。

本刊为高社会效益高经济效益的双效期刊,中国学术期刊综合评价数据库来源期刊,全国冶金行业优秀科技期刊,《中国

期刊网》《中国学术期刊(光盘版)》全文收录期刊。

《钢结构》为大16开,彩色胶版印刷,双月22日出版,国内外公开发行。全国各地邮局均可订阅,也可直接汇款到本编辑部订阅。

《钢结构》兼营广告,8月开始征订下一年度广告。全国双效期刊为您带来双赢的结果。

联系地址:北京海淀区西土城路33号;邮编:100088;E-mail: gjig@chinajournal.net.cn;电话:(010) 82227239(兼传真), 82227235(总编)/7236(发行)/7237(编辑)/7238(广告)。