第25卷 第4期　　岩 土 工 程 学 报　　Vol. 25 No. 4
2003年 7月　　Chinese Journal of Geotechnical Engineering　　July, 2003

盐岩水压致裂溶解耦合数学模型与数值模拟

The coupled mathematical model and numerical simulation of hydraulic fracturing and dissolving in rock salt

梁卫国[1], 赵阳升[1,2], 李志萍[1]
(1. 太原理工大学 采矿研究所, 山西 太原 030024; 2. 中国矿业大学 能源科学与工程学院, 江苏 徐州 221008)

摘 要: 在建立岩盐水压致裂、溶解、固-流-传质耦合数学模型的基础上, 对其进行了相应的数值模拟。数值模拟结果表明, 在水力压裂过程中, 岩盐水力裂缝呈扇形张开, 其裂缝宽度与离开注水井口的距离及时间成非线性关系; 随裂缝的扩展及裂缝宽度的变化, 裂缝中压力在逐步降低同时向缝尖转移, 同时裂缝具有阶段性扩展的特征; 在压裂过程中, 井口压力的实测结果与数值模拟结果吻合较好。

关键词: 岩盐; 水力压裂; 溶解; 固-流-传质耦合; 数学模型; 数值模拟

中图分类号: TD 803　　**文献标识码**: A　　**文章编号**: 1000-4548(2003)04-0427-04

作者简介: 梁卫国(1972-), 男, 山西盂县人, 讲师, 太原理工大学采矿工艺研究所在职博士生。主要从事岩石力学与采矿工程方面的研究工作。

LIANG Wei-guo[1], ZHAO Yang-sheng[1,2], LI Zhi-ping[1]
(1. Mining Technology Institute, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, 030024, China; 2. College of Energy Resource and Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, China)

Abstract: On the basis of coupled mathematical model constituting of hydraulic fracture and solution as well as solid-fluid-mass transfer, the corresponding numerical simulation are carried out in this paper. The results of numerical simulations indicate that the crack in rock salt is opened like the shape of sector during fracturing, and the relation among crack width, distance and time is nonlinear. The pressure distributed in the crack is transferred towards the tine of crack step by step, meanwhile it is gradually decreasing with the crack expanding. It is also found that both the simulated and the tested results well agree with each other.

Key words: rock salt; hydraulic fracturing; solution; solid-fluid-mass transfer coupling; mathematical model; numerical simulation

0 前 言*

水力压裂技术在石油、天然气及其它矿床开采中被广泛应用, 并形成了较为成熟的压裂理论模型[1~6], 在盐矿床开采中, 水力压裂技术被用来使钻井连通[7,8]。但是, 由于压裂对象本身物理力学性质的不同, 在岩盐矿层中实施水压致裂有别于石油、天然气藏岩层中的致裂, 因为岩盐的矿物成分通常是一些钠、镁离子的碳酸盐或氯化物, 这些物质的天然物理特性就是遇水分解, 极易溶于水, 而水(溶剂)正是岩盐矿层的压裂介质及压力传递载体。这样, 在岩盐水力压裂过程中, 在与介质水接触的裂缝表面同时存在岩盐溶解的过程, 这对岩盐水压致裂模型的建立, 以及压裂过程中裂缝形态的发展变化均有着重要的影响。因此, 岩盐的压裂过程实际上是一个水力压裂和溶解的复合过程, 在压裂过程中, 裂缝张开度始终受压裂水压、应力场和矿体溶解情况所控制。而已有的理论模型尚无法描述这一过程, 为此, 本文拟通过详细的理论研究分析, 建立盐矿床致裂溶解的耦合数学模型, 进而进行数值模拟, 揭示盐矿床致裂溶解的物理规律, 从而有效地指导岩盐矿层的压裂技术的实施。

1 盐岩水压致裂溶解的数学模型[9,10]

1.1 裂缝中水渗流方程

水在裂缝中的运动可以用连续性方程表述, 即

$$\mathrm{div}(\rho q) = \partial(n\rho)/\partial t 。\tag{1}$$

在三维状态下, 取自然坐标, 沿裂缝面其渗流本构方程为

$$q_1 = k_f \frac{\partial p}{\partial s_1},\ q_2 = k_f \frac{\partial p}{\partial s_2},\ k_f = \frac{w^3}{12\mu},\tag{2}$$

$$\frac{\partial(n\rho)}{\partial t} = \rho\frac{\partial n}{\partial t} + n\frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho\frac{\partial w}{\partial t} + n\rho\frac{\partial \rho}{\partial t} 。\tag{3}$$

将式(2), (3)代入式(1)得

$$k_f \frac{\partial^2 p}{\partial s_1^2} + k_f \frac{\partial^2 p}{\partial s_2^2} = \rho\frac{\partial w}{\partial t} + n\rho\frac{\partial \rho}{\partial t} 。\tag{4}$$

式中 p 为裂缝中的水压; w 为裂缝张开度; k_f 为裂缝渗透系数(沟槽流模型); n 为裂缝空隙率; s_1 与 s_2 为裂缝切向自然坐标。

1.2 岩体变形方程

岩体被简化为连续介质岩体, 由位移表示的应力

* **基金项目**: 国家自然科学基金资助项目(50174040)
收稿日期: 2002-11-09

平衡方程为

$$(\lambda+\mu)u_{j,ij}+\mu u_{i,jj}+F_i=0。\qquad(5)$$

由于岩层压裂后,形成裂缝,裂缝的变形就需采用 GOODMAN 节理单元模型,其控制方程为

$$\sigma_n'=K_n\varepsilon_n, \sigma_s'=K_s\varepsilon_s, \sigma_n'=\sigma_n-p。\qquad(6)$$

式中 λ, μ 为岩体的拉梅常数; u 为岩体位移; F_i 为体积力。

1.3 裂缝起裂扩展准则

水力压裂形成的裂纹为Ⅰ型张开型裂纹,裂缝的扩展是一个裂纹尖端岩体脆性断裂的过程,实验表明,具有初始裂纹的岩体,其应力强度因子 $K_{\rm I}$ 随外加应力的增加而增加,当 $K_{\rm I}$ 增大到临界值 $K_{\rm IC}$ 时,裂纹体处于由稳定向不稳定扩展的临界状态。因此裂纹扩展脆性断裂的条件为

$$K_{\rm I}\geqslant K_{\rm IC}。\qquad(7)$$

式中 $K_{\rm I}$ 为岩体应力强度因子; $K_{\rm IC}$ 为岩体临界应力强度因子。

1.4 岩盐裂缝溶解控制方程

在水压作用下,岩盐破裂,裂缝起裂扩展,并逐渐延伸,水在刚刚形成的裂缝中流动,同时溶解裂缝上下两侧的岩盐,溶解的结果,使裂缝宽度变大。水溶解裂缝,在裂缝两侧的水逐渐形成高浓度的化学流体,然后通过扩散和对流的两种传输方式,使化学流体浓度趋于均衡。其扩散通量与浓度可用 FICK 扩散定律表述为

$$J_i=-D_{ij}\frac{\partial C}{\partial x_j}。\qquad(8)$$

式中 J_i 是扩散通量的分量; C 是浓度,且为空间和时间的函数; D_{ij} 是扩散系数分量。根据扩散定律及质量守恒定律,可以得到盐矿床化学溶液在水流中的对流扩散方程为

$$\frac{\partial C}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(D_{ij}\frac{\partial C}{\partial x_j}\right)-\frac{\partial}{\partial x_i}(CV_i)+I。\qquad(9)$$

方程右端第一项为扩散造成的化学溶液的运移;第二项为对流产生的化学溶液的运移,称为对流扩散项。t 为时间, $I=f(\zeta, C, T)$ 称为浓度源汇项,它取决于单位固体矿物可溶解度 ζ、化学流体浓度 C 和温度 T,此规律可以通过实验获得。

对流扩散中的扩散系数:在笛卡儿坐标系中对各向同性的裂隙介质,其流体扩散系数为

$$D_{ij}=\alpha_T V\delta_{ij}+(\alpha_L-\alpha_T)V_iV_j/V。\qquad(10)$$

式中 V 为流场平均速度; V_i, V_j 为坐标方向的分速度; α_L, α_T 为横向及纵向的扩散度; δ_{ij} 为 δ 记号。结合方程和边界条件,即可以给出盐溶液在溶解空间流场中浓度场的数学模型

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial C}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(D_{ij}\frac{\partial C}{\partial x_j}\right)-\frac{\partial}{\partial x_i}(CV_i)+I,\\&C=C_i(x_i,t)\quad(\text{在 } s_1 \text{ 上}),\\&\left(CV_i-D_{ij}\frac{\partial C}{\partial x_j}\right)n_i=g(x_i,t),\\&D_{ij}=\alpha_T V\delta_{ij}+(\alpha_L-\alpha_T)V_iV_j/V。\end{aligned}\right\}\qquad(11)$$

1.5 岩盐矿床致裂溶解耦合数学模型

将固体、液体两相介质进行耦合,分析水力压裂过程中岩盐裂纹的起裂、扩展及溶解规律更为切合实际,因为裂纹内水压的变化会改变裂纹的法向应力,从而影响裂纹的张开度;而张开度的变化受应力场的控制,同时也影响裂纹中的水压,这种相互作用的岩盐致裂—溶解的固流传质耦合数学模型可表示为:裂缝水渗流方程 $k_f\frac{\partial^2 p}{\partial s_1^2}+k_f\frac{\partial^2 p}{\partial s_2^2}=\rho\frac{\partial w}{\partial t}+n\rho\frac{\partial p}{\partial t}$;岩体变形控制方程 $(\lambda+\mu)U_{j,ji}+\mu U_{i,jj}+F_i=0$;裂缝变形控制方程 $\sigma_n'=K_n\varepsilon_n$; $\sigma_s'=K_s\varepsilon_s$; $\sigma_n'=\sigma_n-p$;裂缝起裂扩展准则 $K_{\rm I}\geqslant K_{\rm IC}$;盐溶液在溶解空间流场中浓度场方程 $\frac{\partial C}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(D_{ij}\frac{\partial C}{\partial x_j}\right)-\frac{\partial}{\partial x_i}(CV_i)+I$。

2 岩盐水压致裂溶解的数值模拟

对于上述耦合数学模型,采用有限元数值解法,采用耦合迭代的求解策略,即在时刻 t_i 计算水压和自重应力作用下的固体变形与应力场,进而根据破裂准则,确定裂纹扩展长度与宽度,将此结果代入裂缝流方程,计算裂缝中水传输速度、规律及水压分布,并将此代入传质方程,获取矿层压裂与裂缝溶解厚度分布,将裂缝水压和溶解宽度代入固体变形方程,求解裂缝进一步扩展长度与宽度,以此求解,即可以获得岩盐矿层致裂—溶解过程的规律,从而指导岩盐矿床实施控制压裂。

详细的求解步骤为:①对方程(2),(3)关于时间导数求差分,对时间增量步长做循环;②计算 t_0 时刻岩体节点位移和应力,并确定裂纹张开度 w,求解裂缝中水压分布,并将水压转换为岩体内节点的等效载荷;③根据裂缝内水的流速,求解扩散方程,计算获取时间增量段内,裂缝的溶解厚度,将溶解矿体部分释放的应力,采用初应力法计算出等效附加载荷,施加于岩体上;④在水压和岩体溶解产生的附加载荷下,求解固体变形方程,计算获得 w,在 w 下求解方程(2),然后求解方程(3),以此迭代使 $|p_{t+1}-p_t|\leqslant\delta$。重复以上各步,即可以获得水压致裂过程中,裂缝扩展规律与压力分布规律。按照以上方法给出计算程序设计框图如图 1 所示。

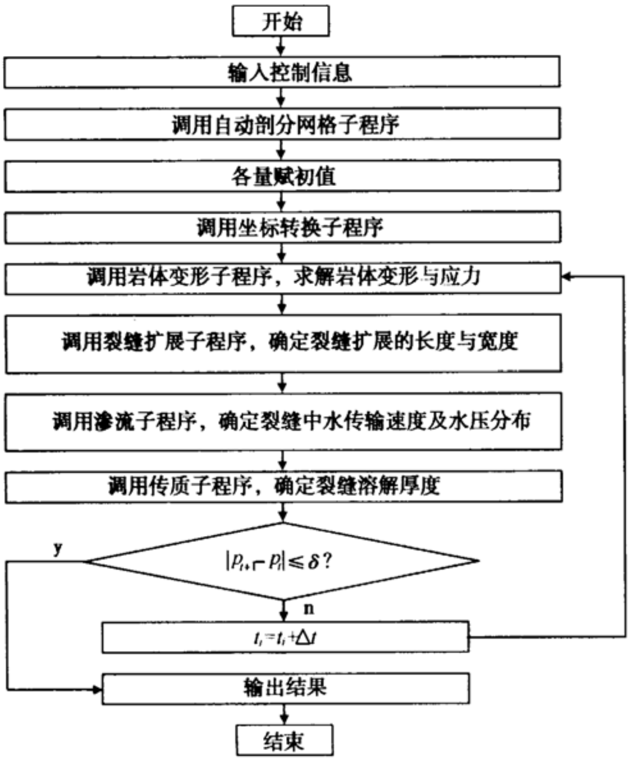

图 1　岩盐致裂溶解固流传质耦合数值模拟程序框图

Fig. 1　Coupled numerical simulation program of hydraulic fracture, solution and solid-fluid-mass transfer in rock salt

采用上述致裂—溶解的固流传质耦合数学模型和有限元计算程序, 对图 2 所示物理模型进行数值模拟, 其边界条件为: 固体, 顶面 $\sigma=\sigma_0$ 为均布载荷, 左右侧面和下面均采用固定支承边界; 水, 为保证裂缝向前的匀速扩展, 钻孔处给定流量边界 $q=q_0$; 其它地方, 由于岩盐为结构致密、低孔隙率岩体, 所以流体边界为隔水边界; 扩散场, 钻孔处流体浓度为 $C=0$。

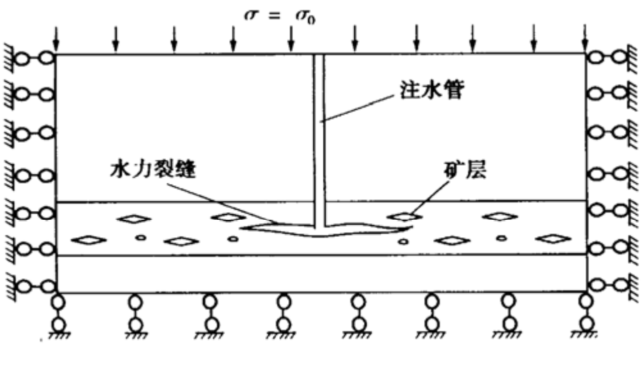

图 2　岩盐水压致裂物理模型

Fig. 2　Physical model of hydraulic fracturing in rock salt

共剖分 2400 个六面体八节点单元, 计算获得了水力压裂期间, 压裂与溶解复合作用下, 裂缝宽度变化规律和裂缝中压力分布规律, 如图 3, 4 所示。

由图 3 可见, 在水力压裂过程中, 随时间的增长, 裂缝的宽度在逐步变宽, 以井口(距离为 0 m 处) 为例, 在开始压裂 0. 2 h 时, 裂缝宽度约为 3. 5 mm, 持续注水

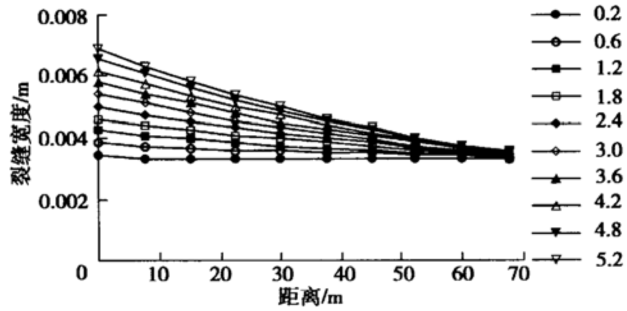

图 3　岩盐水力压裂裂缝宽度变化曲线

Fig. 3　Variation of crack width of hydraulic fracturing in rock salt

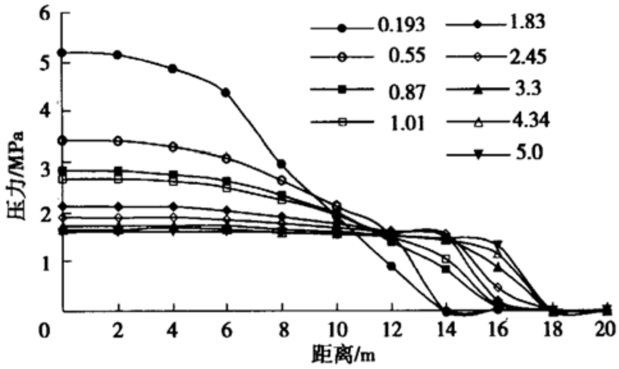

图 4　岩盐水力压裂裂缝压力变化曲线

Fig. 4　Variation of hydraulic fracturing pressure in rock salt

压裂 5 h 之后, 在 5. 2 h 时, 裂缝宽度变宽约为 7. 0 mm, 为 0. 2 h 时的 2 倍。在裂缝逐步扩展的通道上, 均如此。从整个压裂扩展的过程来看, 岩盐水力裂缝呈扇形状张开, 岩盐的水力裂缝宽度为距离和时间的函数, 在压裂井口附近裂缝宽度较大, 随离开压裂井口距离的增大, 裂缝宽度逐渐变小; 同时, 由于溶解作用的影响, 随时间的增长, 裂缝宽度在原来压裂宽度的基础上呈增大的趋势。经回归分析, 得岩盐水力压裂裂缝宽度与时间及距离的关系为: $w=(0.0034+0.0006t)\mathrm{e}^{(0.0007+0.0018t)x}$。

图 4 为岩盐水力压裂过程中, 距注水孔口附近一定范围内裂缝水压变化曲线。由图可见, 随裂缝的扩展及裂缝宽度的变化, 裂缝中压力在逐步降低同时向缝尖转移。在初始压裂 0. 193 h 时, 以井口(距离为 0 m) 为例, 井口压力约为 5 MPa, 裂缝前端距井口约 14 m; 在 5. 0 h 时, 裂缝推进致距井口约 20 m 的位置, 同时裂缝中压力也在逐渐降低, 低于 2 MPa。在整个水力压裂的过程中, 只有当缝尖水压满足岩盐破裂扩展准则时, 裂缝才向前方扩展, 否则裂缝停止扩展, 缝内压力趋于暂时稳定。同时, 由图可见, 由于裂缝扩展以及溶解的影响, 井口注水压力以及裂缝缝内水压都在逐步降低, 同时随时间的延长, 在恒定注水流量情况下, 岩盐水力压裂裂缝扩展的速度在逐步降低。

由于裂缝的扩展过程，较岩盐溶解溶液达到饱和的过程要快得多，因此本文未考虑溶液饱和时，岩盐不再溶解的情形。

图 5 为裂缝起裂扩展的曲线。图 5 说明只有缝尖压力达到并超过岩盐临界破裂压力值时，裂缝才向前扩展，而且图 5 裂缝具有阶段性扩展的特点。

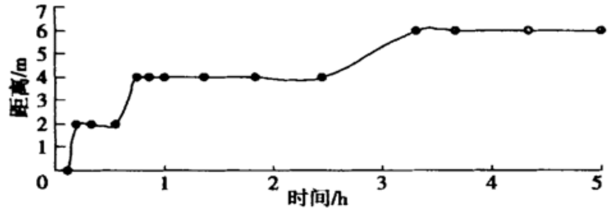

图 5　水力压裂裂缝扩展曲线

Fig. 5　Expansion of crack of hydraulic fracturing

同时我们还分析了不考虑溶解作用时，裂缝宽度变化情况。图 6 为不考虑溶解时，裂缝宽度随时间和距井口距离的变化曲线。与图 3 相比，由于不考虑溶解的影响，裂缝宽度明显地减小。

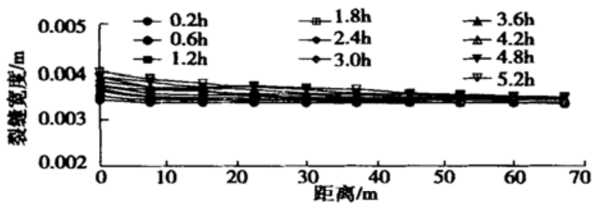

图 6　岩石水力压裂裂缝宽度变化曲线

Fig. 6　Variation of the crack width of hydraulic fracturing in rock

图 7 给出岩盐压裂过程中井口压力分布的模拟曲线和实测值，二者相比吻合较好。

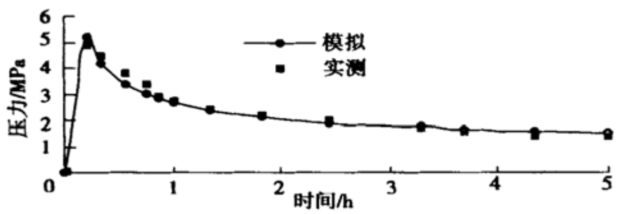

图 7　岩盐水力压裂井口压力曲线

Fig. 7 Variation of surface pressure of hydraulic fracturing in rock salt

3　结　　论

(1) 由于盐类矿物易溶于水的特性，岩盐水力压裂不同于普通岩层的水力压裂，它是一个压裂与溶解复合作用的过程。岩盐水压致裂溶解的数学模型包括岩体变形方程、裂缝变形方程、渗流方程、裂缝起裂扩展准则及溶解控制方程。

(2) 水力压裂过程中，岩盐水力裂缝呈扇形张开，与不考虑溶解时的裂缝宽度明显不同，其裂缝宽度与距离、时间的关系为：$w = (0.0034 + 0.0006t)\,e^{(0.0007+0.0018t)x}$。

(3) 压力变化曲线表明，随裂缝的扩展及裂缝宽度的变化，裂缝中压力在逐步降低，与此同时压力向缝尖转移，当缝尖的压力满足破裂扩展准则时，裂缝向前方扩展，否则裂缝停止扩展，缝内压力趋于稳定。裂缝具有阶段性扩展的特征。

(4) 由于裂缝扩展与岩盐溶解的综合作用，在压裂阶段裂缝内水压降低较快，由此会导致压裂速度的降低，因此在实践中应当适当把握并逐步加大注水量及注水压力，以保证裂缝均匀匀速扩展。

(5) 水力压裂过程中，井口压力的实测结果与数值模拟结果吻合较好。

参考文献:

[1] Boone T J, et al. A numerical procedure for simulation of hydraulically —driven fracture propagation in poroelastic media[J]. Int J Num and Analytical Methods Geomech, 1990, **14**: 27- 47.

[2] Advani S H, Lee J K. Finite element model simulations associated with hydraulic fracturing[J]. SPEJ, 1982, **22**: 362- 381.

[3] Settari A. Simulation of hydraulic fracturing processes[J]. SPEJ, 1980, **20**: 487- 500.

[4] 申　晋，赵阳升，段康廉. 低渗透煤岩体水力压裂的数值模拟[J]. 煤炭学报，1997, **22**(6): 580- 584.

[5] 杨秀夫，刘希坚，陈　勉，陈志喜. 国内外水力压裂技术现状及发展趋势[J]. 钻采工艺，1998, **21**(4): 21- 25.

[6] 杨秀夫，刘希坚，陈　勉，陈志喜. 国内外水压裂缝几何形态模拟研究的发展现状[J]. 西部探矿工程，1997, **9**(6): 8- 11.

[7] 王清明. 我国水溶采矿技术的发展[J]. 中国井矿盐，1999, **30**(5): 8- 13.

[8] 宣之强. 中国盐矿开发的历史回顾与前瞻[J]. 化工矿产地质，1997, **19**(3): 203- 206.

[9] Bear J. 多孔介质流体动力学[M]. 北京：建筑工业出版社，1983. 47- 90.

[10] 赵阳升. 矿山岩石流体力学[M]. 北京：煤炭工业出版社，1994. 112- 124.