

确定边坡临界滑面的电子表法

Application of spreadsheet to determining the critical failure surface of slopes

谭文辉, 蔡美峰, 王 鹏
(北京科技大学 土木系, 北京 100083)

摘要: 边坡临界滑面的确定是边坡稳定性分析的关键, 对于非圆弧滑动的非均质边坡而言, 已有的各种分析方法往往过于繁琐, 不便于工程推广。本文基于传统的 Sama 法, 应用 Microsoft Excel 电子表及其非线性规划求解工具, 以实例给出了电子表法确定边坡临界滑面的实现方法。该法简便明了, 具有较大的工程应用价值。

关键词: 边坡临界滑面; Sama 法; 非线性规划; 电子表

中图分类号: TD 854. 6; P 642. 22

文献标识码: A

文章编号: 1000- 4548(2003) 04- 0414- 04

作者简介: 谭文辉(1969-), 女, 博士, 主要从事边坡稳定性、岩土工程数值计算等的研究。

TAN Wen-hui, CAI Mei-feng, WANG Peng

(Department of Civil Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: The key of analysis on slope stability is the determination of the critical failure surface. As for non-homogeneous slopes sliding with non-circular failure surface, the existing methods are often too complex to extend in engineering. Based on the traditional method of Sama, this paper provides a realizable method—spreadsheet method for determining the critical surface of slopes with an example. The method is proved to be brief and clear. It is worth being applied in geotechnical engineering.

Key words: the critical failure surface of slopes; Sama method; non-linear programming; spreadsheet

0 引言*

边坡临界滑面的确定方法, 对于圆弧滑坡, 有作图法、诺谟法、试算法等^[1], 较易确定; 对于非圆弧滑坡, 有单纯形法、负梯度法、DFP 法^[2]、动态规划法^[3]、基于最优控制理论的滑移场法^[4]、随机模拟搜索法^[5~7]等, 这些方法基本上都需通过编程计算才能得出结果, 因此较为繁琐。Wolff Thomas F. 和 Low B K. 等^[8~12]提出了应用 Microsoft Excel 电子表和 Solver 工具搜索临界滑面的方法——电子表法, 该法计算过程直观, 分析简洁, 免除了编程工作之繁重和解读程序的困难, 便于掌握和实际应用。但是这些文献采用的大都为垂直条分方法, 对于受节理、断层、地震力等影响的岩体边坡并不适用, 因此本文采用可考虑多种因素且可任意条分的边坡极限平衡分析方法——Sama 法, 建立了基于 Sama 法的电子表法优化模型, 对数值分析得出的初始滑面进行进一步的优化, 确定边坡的最危险滑面; 并通过与文献中一个算例的对比分析, 验证了所构模型的可靠性。

1 电子表法分析原理: 非线性约束规划方法——广义简约梯度法

非线性规划(Non-linear Programming, 简称 NP)是近几十年来发展起来的一门新学科分支, 主要研究有关非线性函数的极值问题和约束极值问题的理论和算法。一般对于无约束最优化问题, 常用的解析方法有: 最速

下降法、Newton 法、变度量法(主要有 DFP 和 BFGS 法)和共轭方向法。对于约束最优化问题, 常用的解法有: 广义简约梯度法、增广目标函数法中的惩罚函数法和乘子法等。Microsoft Excel Solver 工具中的“规划求解”采用的就是非线性约束规划方法——广义简约梯度法。

简约梯度法^[13]的基本思想是 Wolfe 在 1962 年作为线性规划单纯形方法的推广方法而提出的。该法每一次迭代都通过当前点的积极约束消去一部分变量, 从而降低最优化问题的维数, 而且产生一可行下降方向。

对于如下的 NP 问题:

$$\begin{cases} \min f(X) \\ \text{s. t. } AX = b, \\ X \geq 0 \end{cases}$$

其中, $X \in R^n$, $f: R^n \rightarrow R^1$, A 为一个秩为 $m \times n$ 矩阵, $b \in R^m$, 一般按如下步骤进行求解:

(1) 选取初始可行点 $X^0 \in \Omega$, 给定终止控制常数 $\varepsilon > 0$, 令 $K := 0$ 。

(2) 设 I_B^k 是 X^k 的 m 个最大分量的下标集, 对矩阵 A 进行相应分解, 即 $A = (B_k, N_k)$ 。

(3) 计算 $\nabla f(X^k) = \begin{bmatrix} \nabla f(X^k) \\ \nabla g(X^k) \end{bmatrix}$, 然后, 计算简约

梯度 $\bar{v}_N^k = -(B_k^{-1}N_k)^T \nabla f(X^k) + \nabla g(X^k)$ 。记 $\bar{v}_N^k$ 的第 i ($i \in I_B^k$) 个分量为 $\bar{v}_i^k$ 。

(4) 按式

$$P^k = \begin{cases} P_N^k \\ P_B^k \end{cases} = \begin{cases} P_N^k: P_i^k = \begin{cases} -y_i^k, & \text{若 } y_i^k \leq 0, \\ -x_i^k y_i^k > 0, & \text{若 } y_i^k > 0, \end{cases} & i \in I_B^k \\ P_B^k = -B_k^{-1} N_k P_N^k \end{cases}$$

构造可行下降方向 P^k 。若 $\|P^k\| \leq \varepsilon$, 停止迭代, 输出 X^k ; 否则, 进行下一步。

(5) 进行有效一维搜索, 即求解 $\min_{0 \leq t \leq t_{\max}^k} f(X^k + tP^k)$, 得到最优解 t_k , 其中变量 t 的上界 $t_{\max}^k$ 由

$$t_{\max}^k = \begin{cases} +\infty, & \text{若 } P^k \geq 0 \\ \min\{-\frac{x_i^k}{P_i^k} | P_i^k < 0\}, & \text{若 } P^k < 0 \end{cases}$$

确定, 令 $X^{k+1} = X^k + t_k P^k$, $k := k+1$, 转步骤(2)。

简约梯度法对于大规模线性约束的非线性规划问题是最好的。1969年, Abadie 和 Carpentier 成功地把 Wolfe 的简约梯度法推广于求解带非线性约束的非线性规划问题, 提出了著名的广义简约梯度法 (Generalized Reduced Gradient Method, GRG 法)。它的基本思想与 Wolfe 法类似, 取代 Wolfe 法中的等式线性约束的系数矩阵, 在 GRG 法中用等式向量约束函数的 Jacobi 矩阵来计算简约梯度。GRG 法经过不断的改进, 目前已是求解 NP 问题的最有效的方法之一。

2 基于 Sarma 法的电子表法对边坡滑面的优化

Sarma 法是 Sarma 1979 年在《边坡和堤坝稳定性分析》一文中提出的, 该法可以用于评价各种类型滑坡的稳定性。如平面滑动、楔体滑动、圆弧滑动和非圆弧滑动等各种复杂剖面岩土斜坡, 它的无需垂直条分滑体的特点使其可以对各种特殊的边坡破坏结构进行稳定性分析, 因而适用性较广。Sarma 法原理^[14]表明, 求边坡临界滑面问题是非线性规划中的约束最优化问题。Microsoft Excel Solver 工具中的 GRG 法是处理带有非线性约束的非线性规划问题的非常有效的方法, 正好可以利用它来进行优化。

以某矿 4[#] 勘探线境界边坡为例, 该边坡剖面如图 1 所示, 力学参数见表 1。

表 1 边坡岩体力学参数

Table 1 Mechanical parameters of rock mass in slopes

岩性	c / MPa	φ / (°)	R / (kg·m ⁻³)
片麻岩	0.6	36	2700
断层	0.053	13	2400

由 UDEC 程序分析出的滑体见图 2。但由于数值模拟只能给出边坡滑动面的大致形状, 其形状往往受网格划分大小等的影响, 并不一定是最危险的, 因此有

必要进行优化, 找出最危险滑面, 即安全系数最小的滑面。

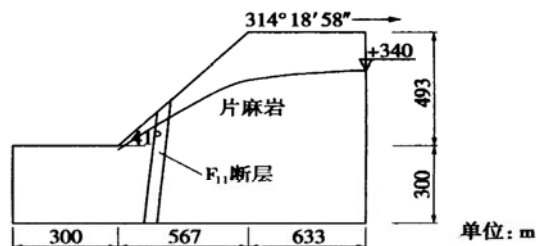


图 1 4[#] 勘探线边坡剖面图

Fig. 1 Slope profile of exploring line No. 4

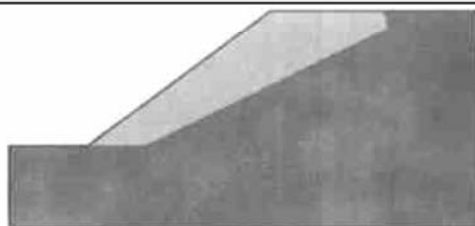


图 2 数值计算模拟出的 4[#] 边坡滑面

Fig. 2 Slip surface of No. 4 simulated by numerical calculation

2.1 初始滑面分析

根据数值模拟得出的边坡破坏的初步滑面, 基于 Sarma 法, 建立如图 3 所示的模型。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	SARMA法计算与优化														
2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	102	0	0	0	0	0
5	1	100	0	102	88.67	102	45	28.67	25	0	0	0	0	0	0
6	2	125	0	125	108.7	125	55	108.7	120	0	0	0	0	0	0
7	3	245	0	245	213	245	100	212	413.7	0	0	0	0	0	0
8	4	450	211.5	567	492.957	5211.5	283.4	413.7	0	14009	0	52018	1	0	0
9	5	370	623	390	493	970	403	70.71	0	1413	0	0	0	0	0
10															
11															
12															
13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
14	0	60	36.24	36.23.11	0	0	0	0	0	2615.19	0	0	0	0	0
15	1	5.3	3.1129	13.7,722	5.3	3.113	13.7,722	-04.241	138.728	1.028	0	0	0	0	0
16	2	60	36.24	36.23.11	5.3	3.113	13.7,722	260.285	125.156	2.725	0	0	0	0	0
17	3	60	36.24	36.23.11	50.36.24	36.23.11	26.23.11	1475.38	6371.88	0.925	0	0	0	0	0
18	4	60	36.24	36.23.11	60.36.24	60.36.24	36.23.11	1475.38	6371.88	0.925	0	0	0	0	0
19	5	60	36.24	36.23.11	60.36.24	60.36.24	36.23.11	1475.38	6371.88	0.925	0	0	0	0	0
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															
27															
28															
29															
30															
31															
32															
33															
34															
35															
36															
37															
38															
39															
40															
41															
42															
43															
44															
45															
46															
47															
48															
49															
50															
51															
52															
53															
54															
55															
56															
57															
58															
59															
60															
61															
62															
63															
64															
65															
66															
67															
68															
69															
70															
71															
72															
73															
74															
75															
76															
77															
78															
79															
80															
81															
82															
83															
84															
85															
86															
87															
88															
89															
90															
91															
92															
93															
94															
95															
96															
97															
98															
99															
100															

(2) 第一次在“F”单元输入 1。

(3) 在“d_i”, “l_j”, ..., “δ_{bi}”等列中输入计算公式(拖字母下第一条块中的公式, 直到第 5 或第 6 块, 即可实现各列所有后续行自动填充, “i”为块体侧边的编号, “j”为块体的编号):

单元 H4= SQRT((D4- B4)^2+ (E4- C4)^2),
 单元 I4= SQRT((B5- B4)^2+ (C5- C4)^2),
 单元 J4= IF(D4= B4, 0, ABS(ATAN((D4- B4)/(E4- C4)))),
 单元 K4= ATAN((C5- C4)/(B5- B4)),
 单元 M4= L4/2* ABS((G4- C4)^2/COS(J4)),
 单元 N4= L4* ABS((G4- C4+ G5- C5) * (B5- B4)/COS(K4))/2,
 单元 P4= M4* SIN(J4),
 单元 Q4= M4* COS(J4),
 单元 R4= O4* ABS((C4- E5) * (D4- B5) + (E4- C5) * (D5- B4))/2,
 单元 S4= (R4+ O16* COS(J5) - O15* COS(J4) - N16 * SIN(J5) + N15* SIN(J4) + N4* TAN(C15/180* PI) * SIN(K4) - B15* (B5- B4) * TAN(K4)) * COS(C15/180* PI)/(COS(C15/180* PI) * COS(K4) + SIN(C15/180* PI) * SIN(K4)),
 单元 C15= B15/T4,
 单元 E15= ATAN(TAN(D15/180* PI)/T4) * 180/PI,
 单元 G15= F15/T4,
 单元 I15= ATAN(TAN(H15/180* PI)/T4) * 180/PI,
 单元 J15= (C15* (B5- B4)/COS(K4) - N4* TAN(E15/180* PI)),
 单元 K15= (G15* H4- M4* TAN(I15/180* PI)),
 单元 L15= COS(I16/180* PI)/COS((E15+ I16)/180* PI - K4- J5),
 单元 M15= L15* R4* COS(E15/180* PI- K4),
 单元 N15= L15* ((R4+ P4) * SIN(E15/180* PI- K4) - Q4* COS(E15/180* PI- K4) + J15* COS(E15/180* PI) + K16* SIN(E15/180* PI- K4- J5) - K15* SIN(E15/180* PI- K4- J4)),
 单元 O15= L15* (COS(E15/180* PI- K4+ I15/180* PI - J4)/COS(I16/180* PI)),
 单元 P15= N15* O16* O17* O18* O19,
 单元 Q15= M15* O16* O17* O18* O19,
 单元 R15= 0,
 单元 R16= N15- M15* W15+ R15* O15,
 单元 S16= G16* H5+ (R16- M5) * TAN(I16/180* PI),
 单元 T16= (R16- M5)/H5,

单元 U15= (S4- N4)/I4,

单元 U4= SUM(P15: P19)/SUM(Q15: Q19),

单元 V7= T4- 1。

(4) 激活“工具”栏中的“规划求解”, 设定目标单元格“k_c= 0”, 可变单元格为“F”, 约束条件为“δ_{si} ≥ 0, δ_{bi} ≥ 0”, 然后按“求解”按钮便可计算出安全系数。

由图 3 可见, 初步计算出的安全系数 $F = 1.7026$ 。

2.2 边坡临界滑面的优化

设定目标单元格为“F- 1 为最小值”, 可变单元格为“F_{ybi}”, 约束条件为“δ_{si} ≥ 0, δ_{bi} ≥ 0, y_{bi} ≥ 0, k_c= 0”, 进行规划求解即可得到临界滑面及其相应的稳定性计算结果。计算结果见图 4。优化后安全系数为 1.6499。优化前后的边坡滑面比较见图 5。可见临界滑体比初始滑体的体积要小。

SARMA法计算与优化															
1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
2	1	0	1.67	0	0	0	0	0	1.669	96.08	0	0	0	0	1
3	2	1	97.8	0	102.88	67	102	45	88.77	27.25	0.04787	0	0	0	1
4	3	2	128	0	125	108.7	125	56	105.7	129.4	0	0.08888	0	0	1
5	4	3	248	10	233	248	233	100	202.4	433	0	0.50887	0	0	1
6	5	4	508	22	42	547	493	607	523	523	0	0.14339	0	0.5889	1
7	6	5	962	472.69	950	493	970	472	60.25	0	0.0414	0	0	0	1
8	7	6	1682	872.69	1682	872	1682	872	1682	872	0	0.0414	0	0	1
9	8	7	2482	1272.69	2482	1272	2482	1272	2482	1272	0	0.0414	0	0	1
10	9	8	3282	1672.69	3282	1672	3282	1672	3282	1672	0	0.0414	0	0	1
11	10	9	4082	2072.69	4082	2072	4082	2072	4082	2072	0	0.0414	0	0	1
12	11	10	4882	2472.69	4882	2472	4882	2472	4882	2472	0	0.0414	0	0	1
13	12	11	5682	2872.69	5682	2872	5682	2872	5682	2872	0	0.0414	0	0	1
14	13	12	6482	3272.69	6482	3272	6482	3272	6482	3272	0	0.0414	0	0	1
15	14	13	7282	3672.69	7282	3672	7282	3672	7282	3672	0	0.0414	0	0	1
16	15	14	8082	4072.69	8082	4072	8082	4072	8082	4072	0	0.0414	0	0	1
17	16	15	8882	4472.69	8882	4472	8882	4472	8882	4472	0	0.0414	0	0	1
18	17	16	9682	4872.69	9682	4872	9682	4872	9682	4872	0	0.0414	0	0	1
19	18	17	10482	5272.69	10482	5272	10482	5272	10482	5272	0	0.0414	0	0	1
20	19	18	11282	5672.69	11282	5672	11282	5672	11282	5672	0	0.0414	0	0	1
21	20	19	12082	6072.69	12082	6072	12082	6072	12082	6072	0	0.0414	0	0	1
22	21	20	12882	6472.69	12882	6472	12882	6472	12882	6472	0	0.0414	0	0	1

图 4 边坡临界滑面优化计算图

Fig. 4 Optimizing critical failure surface of slopes

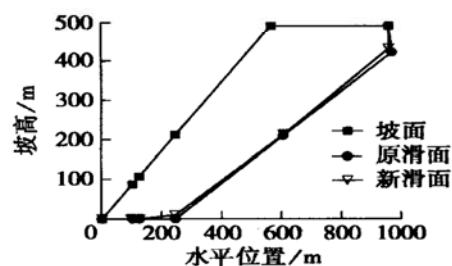


图 5 4# 线边坡剖面临界滑面优化结果

Fig. 5 Result of optimizing critical failure surface of slope No. 4

2.3 基于 Sarma 法的电子表法的验证

以文献[12]中图 3 的算例为例, 该边坡为一高 26.3 m, 坡角为 26.57° 的均质边坡, 用上述方法对原假

