

双剪统一强度理论在土压力计算中的应用

Unified twin shear strength theory for calculation of earth pressure

谢群丹, 何 杰, 刘 杰, 欧阳建湘
(株洲工学院 土木工程系, 湖南 株洲 412008)

摘 要: 基于双剪统一强度理论, 将挡土结构与土相互作用问题视为空间问题, 推导出了黏性土与无黏性土的主动土压力与被动土压力的计算公式, 并讨论了加权系数 b 对主动土压力的影响。为验证公式的可行性, 通过工程实例将计算结果和采用朗肯土压力理论所得的计算结果及实测结果进行了对比, 对比表明: 朗肯土压力理论所得的主动土压力偏大, 当 $b = 0.5$ 时, 采用公式所得结果比朗肯土压力理论所得结果更接近实测值, 从而说明本文公式对挡土结构的设计有一定的指导意义。

关键词: 双剪统一强度理论; 黏性土; 土压力

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2003)03-0343-03

作者简介: 谢群丹(1970-), 男, 株洲工学院土木工程系讲师, 主要从事土力学的教学与研究工作。

XIE Qun-dan, HE Jie, LIU Jie, OUYANG Jian-xiang

(Department of Civil Engineering, Zhuzhou Institute of Technology, Zhuzhou 412008, China)

Abstract: Based on the unified twin shear strength theory, and the problem of the interaction between the retaining structure and soil being taken as the spatial problem, the formulae of the active and passive earth pressure for clay and non-cohesive soil are derived, and the influence of the weighted coefficient on the active earth pressure is discussed. To verify the feasibility of the proposed formulae, the results determined from the proposed formula are compared with those obtained from the experiment, also with those obtained from Rankine's theory. It is shown that the active earth pressure determined by Rankine's theory is larger than those obtained by the proposed formula and the experiment. When $b = 0.5$, the results determined from the proposed formulae are in good agreement with those obtained from the experiment. So the proposed formulae have some guidance significance for the design of the retaining structure.

Key words: twin shear unified strength theory; clay; earth pressure

0 前 言^y

朗肯在 1857 年研究了半无限土体在自重作用下, 处于极限平衡状态的应力条件, 推导出土压力计算公式, 即著名的朗肯土压力理论^[1]。该理论将土压力的计算问题视为平面问题, 基于莫尔-库仑理论推导出了黏性土与无黏性土的主动土压力与被动土压力的计算公式。实际上, 土压力的计算问题应属于空间问题。

本文基于双剪统一强度理论, 将土压力的计算问题视为空间问题, 推导出了黏性土与无黏性土的主动土压力及被动土压力的计算公式, 并讨论了权系数 b 对主动土压力的影响。为验证本文公式的可行性, 通过工程实例将本文计算结果和采用朗肯土压力理论所得的计算结果及实测结果进行了对比, 对比表明: 本文公式对挡土结构的设计有一定的指导意义。

1 双剪统一强度理论

俞茂宏教授在 20 世纪 60 年代开始对强度理论问题进行了系统而深入地研究, 其核心思想是双剪应力理论。其研究对象是双剪单元体, 如图 1 所示, 通过对中间主剪应力的研究, 提出了考虑中间主应力 σ_2 的双

剪统一强度理论, 它弥补了莫尔-库仑理论的不足, 其双剪统一强度理论表达式为^[2]

$$f = \tau_{13} + b\tau_{12} + \beta(\sigma_{13} + b\sigma_{12}) = c, f \geq f', \quad (1a)$$

$$f' = \tau_{13} + b\tau_{23} + \beta(\sigma_{13} + b\sigma_{23}) = c, f \leq f', \quad (1b)$$

式中 β 为正应力对材料破坏的影响系数; c 为材料的强度参数; b 为中间主剪应力作用的权系数。

权系数 b 与材料剪切强度极限 τ_0 和拉压强度极限 σ_1 和 σ_c 的关系为^[2]

$$b = \frac{(1 + \alpha)\tau_0 - \sigma_1}{\sigma_1 - \tau_0} = \frac{1 + \alpha - \beta}{B - 1}, \quad (2)$$

式中 B 为剪应力系数。

如果将双剪统一强度理论用主应力 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 表示, 则有^[2]

$$\text{当 } \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1 + \alpha} \text{ 时, } f = \sigma_1 - \frac{\alpha}{1 + b} (b\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_1, \quad (3a)$$

$$\text{当 } \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1 + \alpha} \text{ 时, } f' = \frac{1}{1 + b} (\sigma_1 + b\sigma_2) - \alpha\sigma_3 = \sigma_1. \quad (3b)$$

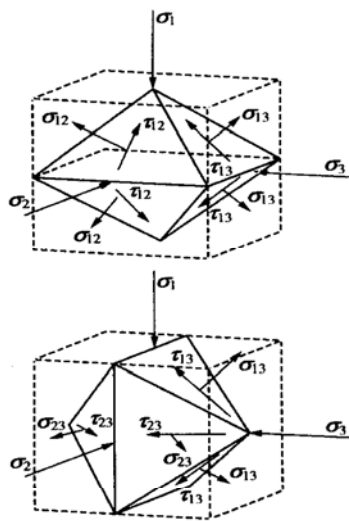


图1 正交八面体双剪单元体模型

Fig. 1 Model of twin shear

它在平面上的系列极限面如图2所示。一般情况下,双剪统一强度理论的极限面为一以静水应力为轴心的不等边锥体,当 $0 \leq b \leq 1$ 时,极限面均为外凸的,在 $b = 0$ 或 $b = 1$ 两种情况下,十二边形简化为不等变形锥体,在 $b < 0$ 或 $b > 1$ 的情况下,则为非凸极限面。

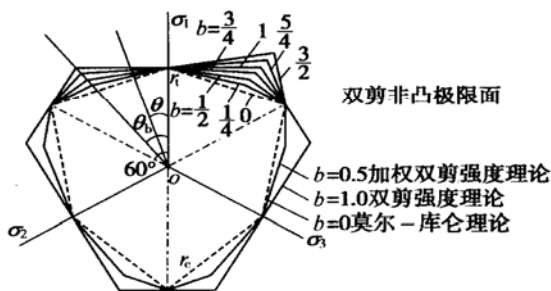


图2 统一强度理论的极限面

Fig. 2 Limited surface of unified twin shear strength theory

双剪统一强度理论中,参数 b , α 取不同的值,可得出不同的现有强度理论和屈服准则以及一些新的准则,尤其当 $b = 0$, $\alpha = 1$ 时,双剪统一强度理论蜕化为屈瑞斯加(Tresca)准则 $b = 0.5$, $\alpha = 1$ 时为米赛斯(Mises)准则的线性逼近。 $b = 0$ 时为莫尔-库仑(Mohr-Coulomb)理论,它在 π 平面极限线为内不等边六角形。因没有考虑中间主应力的影响,较为保守。 $b = 1$, $\alpha = 1$ 时为双剪屈服准则, $b = 1$ 时为广义双剪强度理论^[3],由于德鲁克-普拉格(Drucker-Prager)准则及各种相应圆锥形准则不能反映极限面的拉伸子午线和压缩子午线的不同而与实际不符。在理论上,当 $b = 0.5$ 时的双剪统一强度理论是代替德鲁克-普拉格(Drucker-Prager)准则的一个较为合理的新的强度准则。

在双剪统一强度理论式(3a) (3b)中,采用了材料拉伸和压缩两个强度参数 σ_t 和 $\sigma_c = \sigma_t / \alpha$ 。如采用岩

土工程中常用的剪切强度参数 c_0 和摩擦角 φ_0 ,则可得

$$\alpha = \frac{1 - \sin \varphi_0}{1 + \sin \varphi_0}, \quad (4)$$

$$\sigma_t = \frac{2c_0 \cos \varphi_0}{1 + \sin \varphi_0}. \quad (5)$$

将式(4) (5)代入式(3a) (3b),可得出用 c_0 和 φ_0 表示的双剪统一强度理论为

$$\text{当 } \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_0 \text{ 时,}$$

$$f = \sigma_1 - \frac{b\sigma_2 + \sigma_3}{1+b} + \left(\sigma_1 + \frac{b\sigma_2 + \sigma_3}{1+b} \right) \sin \varphi_0 = 2c_0 \cos \varphi_0. \quad (6a)$$

$$\text{当 } \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_0 \text{ 时,}$$

$$f' = \frac{\sigma_1 + b\sigma_2}{1+b} - \sigma_3 + \left(\frac{\sigma_1 + b\sigma_2}{1+b} + \sigma_3 \right) \sin \varphi_0 = 2c_0 \cos \varphi_0. \quad (6b)$$

整理式(6a) (6b),可得

$$\text{当 } \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_0 \text{ 时,}$$

$$\sigma_3 = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) \frac{\sigma_1 + b\sigma_2}{1+b} - \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) 2c_0. \quad (7)$$

$$\text{当 } \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_0 \text{ 时,}$$

$$\sigma_3 = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) (1+b) \sigma_1 - b\sigma_2 - \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) \cdot (1+b) 2c_0. \quad (8)$$

2 黏性土土压力

2.1 主动土压力

根据土压力理论^[1]:

$$\sigma_1 = \gamma z, \quad (9)$$

$$\text{取 } \sigma_2 = \gamma z K, \quad (10)$$

式中 γ 为土的容重; z 为计算点的深度; K 为土压力系数。

将式(9) (10)代入式(7) (8),可得主动土压力:

$$\text{当 } \sigma_a \geq \frac{2K - 1 - \sin \varphi_0}{1 - \sin \varphi_0} \gamma z \text{ 时,}$$

$$\sigma_a = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) \frac{bK + 1}{1+b} \cdot \gamma z - \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) \cdot 2c_0. \quad (11)$$

$$\text{当 } \sigma_a \leq \frac{2K - 1 - \sin \varphi_0}{1 - \sin \varphi_0} \gamma z \text{ 时,}$$

$$\sigma_a = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) (1+b-bK) \cdot \gamma z - \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right) (1+b) 2c_0.$$

$$+ b) \cdot 2c_0, \quad (12)$$

式中 σ_a 为主动土压力强度。

2.2 被动土压力

根据土压力理论^[1]:

$$\sigma_3 = \gamma z, \quad (13)$$

$$\text{取} \quad \sigma_2 = \gamma z K, \quad (14)$$

将式(13)、(14)分别代入式(6)、(8), 整理可得被动土

压力计算式: 当 $\sigma_a \geq \frac{2K-1+\sin\varphi_0}{1+\sin\varphi_0} \gamma z$ 时,

$$\sigma_a = \tan^2(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2})(1+b-bK) \cdot \gamma z + \tan(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2})(1+b) \cdot 2c_0. \quad (15)$$

当 $\sigma_a \leq \frac{2K-1+\sin\varphi_0}{1+\sin\varphi_0} \gamma z$ 时,

$$\sigma_p = \tan^2(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}) \frac{bK+1}{1+b} \cdot \gamma z + \tan(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2}) \cdot 2c_0. \quad (16)$$

式中 σ_p 为被动土压力强度。

当 $b=0$ 时, 由式(11)与式(12)可得朗肯主动土压力计算式, 由式(15)与式(16)可得朗肯被动土压力计算式。由此可知, 朗肯土压力计算式仅仅是本文公式的特例。

3 算例与分析

某深基坑, 深 8 m, 采用桩径为 800 mm 的悬臂桩支护, 桩长 12.70 m。坑周土层分布及由室内试验测得的各层土的土性指标见图 3。

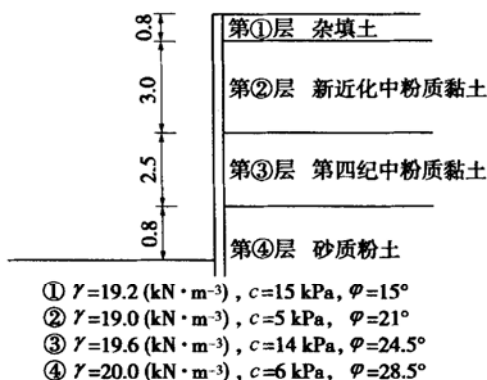


图3 土体分层示意图

Fig. 3 Layered soil

图4为主动土压力强度曲线, 由图可看出: 主动土压力强度随着 b 值的增大而减小, 这是由于 b 值越大, 对于松散介质, 当它的一个方向产生微小变形或应力松弛时, 在与之正交的另一个方向上, 极易形成拱的作用, 所以在过渡区中, 将产生无数卸荷拱, 而且这种效应随着变形的增长而变得明显^[4]。同时也可看出, 取 $b=0.5$ 时, 采用本文方法所得结果比采用朗肯主动土压力理论所得结果小, 且更接近实测值。这说明在主动土压力计算中, 考虑中间主应力的影响是必要的。

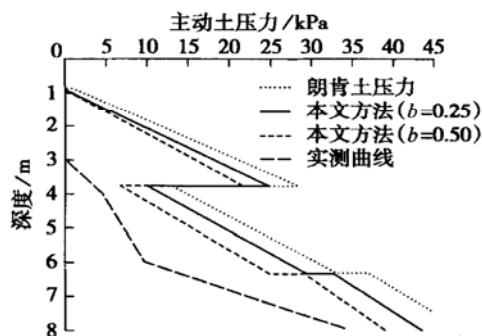


图4 主动土压力曲线

Fig. 4 Curves of active earth pressure

4 结 论

(1) 基于双剪统一强度理论, 将土压力的计算问题视为空间问题, 推导出了土压力计算公式。朗肯土压力计算式仅仅是本文公式的特例。

(2) 在土压力计算中, 采用朗肯主动土压力理论所得到的结果是偏大的。因此, 在工程实践中, 如果能合理地考虑中间主应力的影响, 将产生一定的经济效益。

(3) 取 $b=0.5$ 时, 采用统一强度理论所得结果比采用朗肯土压力理论所得结果更接近实测值。

参考文献:

- [1] 华南理工大学等. 地基与基础[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1998.
- [2] 俞茂宏. 岩土类材料的统一强度理论及其应用[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(2): 1-10.
- [3] 俞茂宏, 何丽南, 刘春阳. 广义双剪屈服准则及其推广[J]. 科学通报, 1992, 37(2): 182-185.
- [4] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2001.