

非饱和黄土的三维有效应力

3D effective stress of unsaturated loess

邢义川¹, 谢定义², 汪小刚¹, 李 振³

(1. 中国水利水电科学研究院 岩土所, 北京 100044; 2. 西安理工大学 岩土所, 陕西 西安 710048;
3. 西北农林科技大学 水电研究院, 陕西 杨凌 712100)

摘要: 以杨凌非饱和黄土为对象进行了真三轴试验; 根据笔者的非饱和土有效应力新表达式提出了三维应力状态下有效应力参数的确定方法, 并计算出相应的有效应力与应变之间的关系曲线。

关键词: 非饱和黄土; 真三轴试验; 有效应力

中图分类号: TU 431 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2003)03-0288-06

作者简介: 邢义川(1956-), 男, 教授, 1988年在西安理工大学岩土所获硕士学位, 2001年获博士学位。

XING Yi-chuan¹, XIE Ding-yi², WANG Xiao-gang¹, LI Zhen³

(1. China Institute of Water Resource and Hydropower Research, Beijing 100044, China; 2. Research Institute of Geotechnical Engineering Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 3. Northwest Sciencetech University of Agriculture and Forestry, Yangling 712100, China)

Abstract: In this paper, cubical triaxial tests are carried out using Yangling unsaturated loess, and a method to determine the effective stress parameters is presented according to the new effective stress expression of unsaturated soil under 3D stress state. Moreover, the relationship curves of corresponding effective stresses and strain are calculated.

Key words: unsaturated loess; cubical triaxial test; effective stress

0 前言^y

非饱和土力学性质研究的成果很多。不管是用单变量(有效应力原理)表述, 还是用双变量($\sigma - u_a$, $u_a - u_w$)表述, 试验研究都是常规三轴应力状态。而本文在真三轴试验条件下研究有效应力变化规律。

1 非饱和原状黄土真三轴试验

1.1 仪器简介

试验仪器为日本谷藤机械工业株式会社生产的TS-526型多能三轴仪。在进行非饱和土试验时, 对压力室稍加改进: 在试样顶面安装了压力传感器以测定试验过程的孔隙气压力; 在压力室底座上镶嵌陶土板, 并接水压量测系统以测定试验过程的孔隙水压力。在试验中该仪器施加3个方向应力 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 后, 可以测定3个方向应变 ϵ_1 、 ϵ_2 、 ϵ_3 及体应变 ϵ_v 、孔隙气压力 u_a 和孔隙水压力 u_w 。

1.2 试样制备

试样尺寸为88.9 mm × 88.9 mm × 35.56 mm。原状土采用削样的制样方法。制样时严格控制尺寸和形状、试样间干密度差值(符合规范要求)。本次试验土样取自杨凌二级阶地3 m深左右的原状黄土: 密度2.72 g/cm³、天然含水率17.5%、自然干密度1.29 g/cm³、液限28.7%、塑限17.5%。

1.3 试验方法和试验结果

(1) 试验方法

采用应变式加载, 对非饱和试样, 施加围压时不排水、不排气, 剪切时亦不排水不排气。剪切过程: 施加 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 ; 测定 ϵ_1 、 ϵ_2 、 ϵ_3 、 u_a 和 u_w ; 剪切速率为0.0107 mm/min; 孔隙水压力和孔隙气压力测定方法与非饱和土三轴压缩试验方法完全相同^[1]。在每次试验中保持 σ_3 不变, 当 σ_1 增大时, 调节 σ_2 , 使 $b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$ 在试验中保持常数。

(2) 试验结果

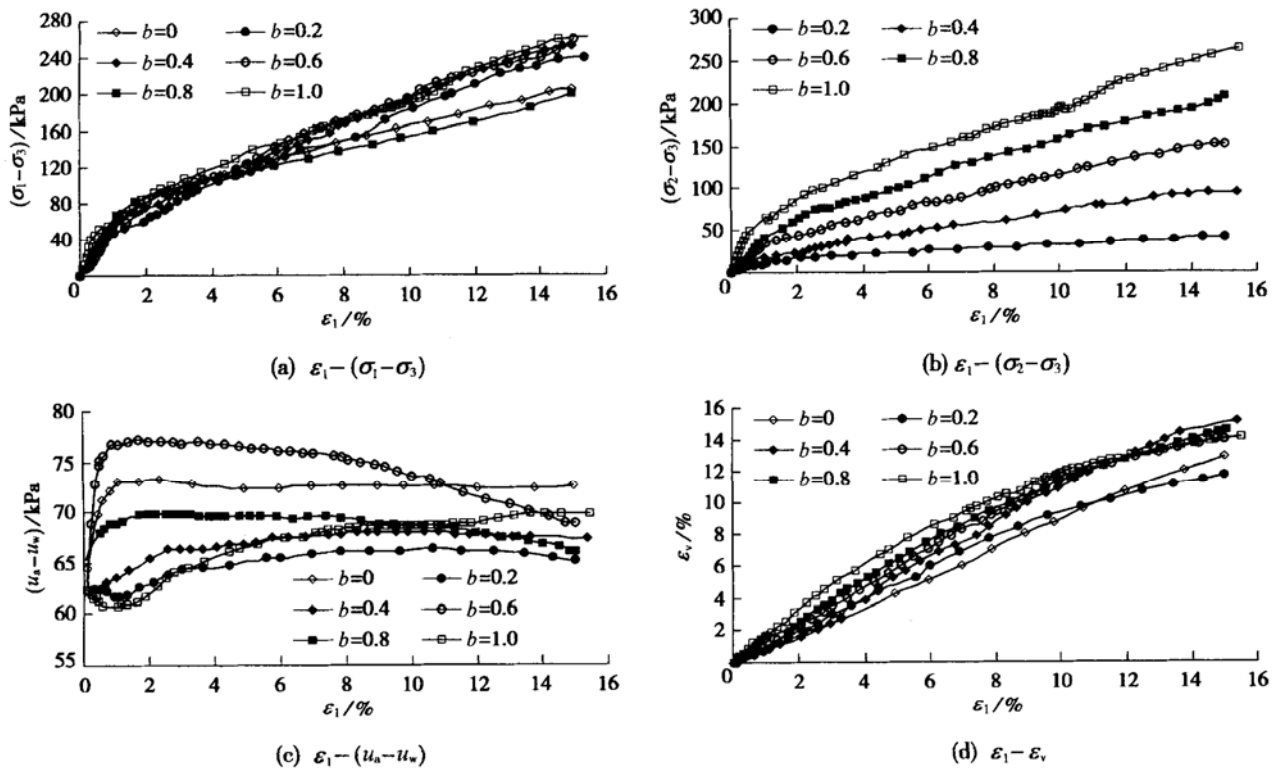
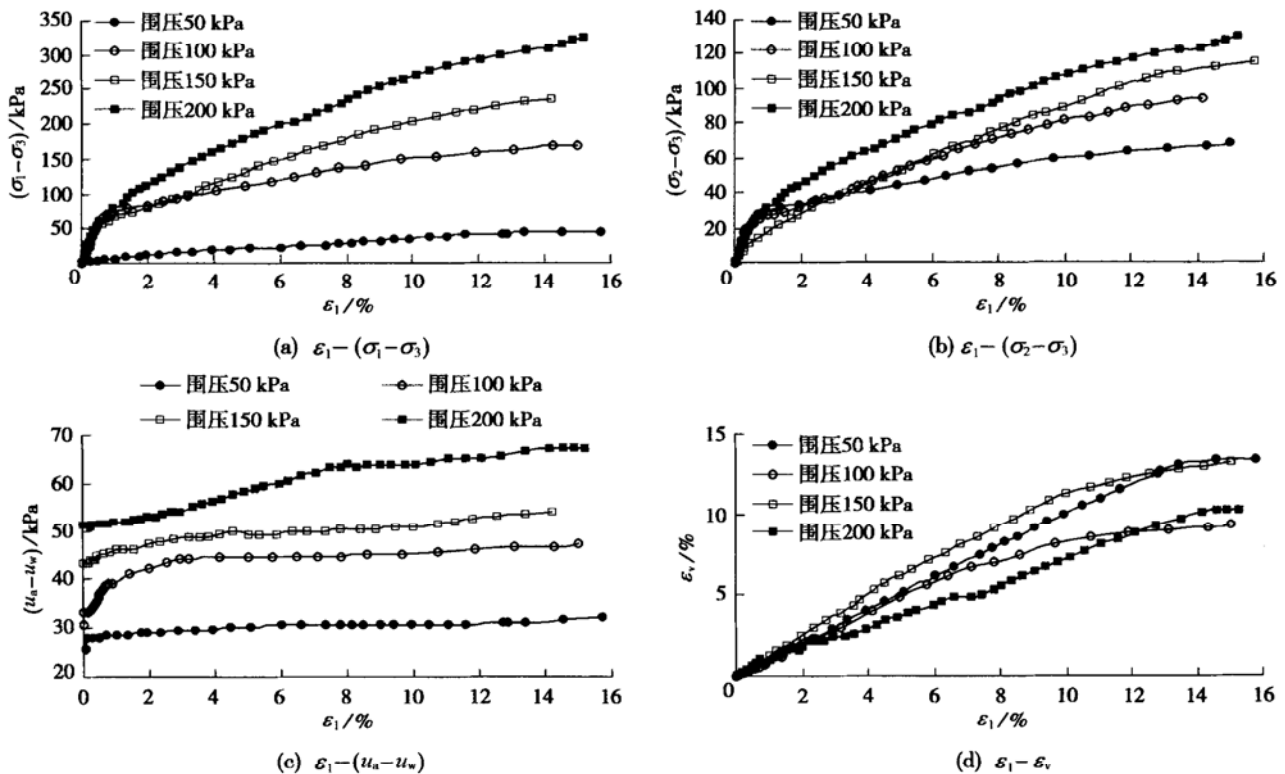
本次做了3组试验。第1组为 $w = 22.6\%$, $\sigma_3 = 150$ kPa, $b = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$, 结果见图1; 第2组为 $w = 23.2\%$, $b = 0.4$, $\sigma_3 = 50, 100, 150, 200$ kPa, 结果见图2; 第3组为 $b = 0.4$, $\sigma_3 = 100$ kPa, $w = 18.97\%, 28.75\%, 30.8\%$, 结果见图3。

第1组试验反映了 $b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$ 的影响, 见图1。图中 $\epsilon_1 - (\sigma_1 - \sigma_3)$ 曲线交叉严重; $\epsilon_1 - (\sigma_2 - \sigma_3)$ 曲线随0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 曲线由小到大排列; $\epsilon_1 - (u_a - u_w)$ 曲线也互相交叉。可以看出 b 对应力应变和孔压产生一定影响, 但规律性不明显。

第2组试验反映了围压的影响见图2, 曲线规律明显, $\epsilon_1 - (\sigma_1 - \sigma_3)$ 、 $\epsilon_1 - (\sigma_2 - \sigma_3)$ 和 $\epsilon_1 - (u_a - u_w)$ 曲线都

^y 基金项目: 国家863计划资助项目(2002AA2Z4131)

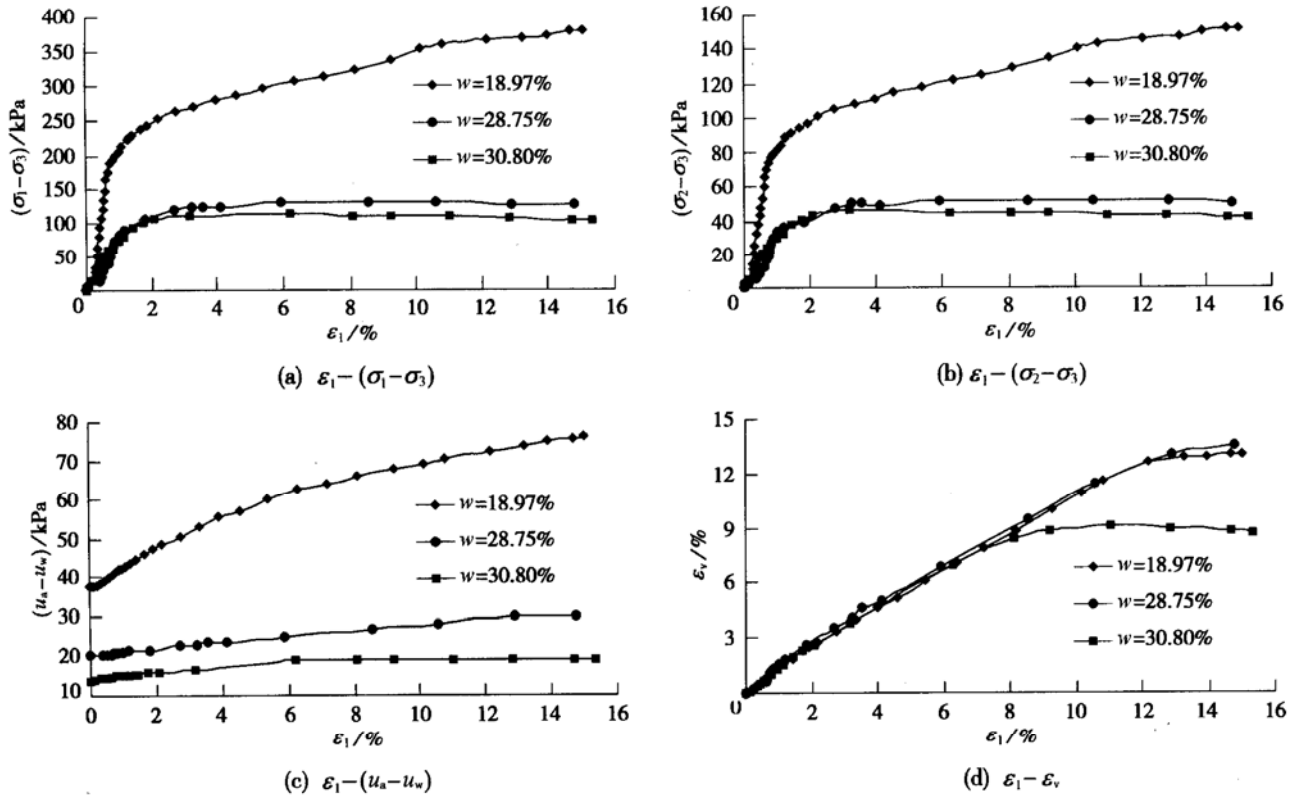
收稿日期: 2002-07-24

图1 $w = 22.6\%$, $\sigma_3 = 150$ kPa, $b = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$ Fig. 1 $w = 22.6\%$, $\sigma_3 = 150$ kPa, $b = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$ 图2 $w = 23.2\%$, $b = 0.4$, $\sigma_3 = 50, 100, 150, 200$ kPaFig. 2 $w = 23.2\%$, $b = 0.4$, $\sigma_3 = 50, 100, 150, 200$ kPa

是随围压增加 $\sigma_3 = 50, 100, 150, 200$ kPa 由小到大排列。

第3组试验反映了含水率的影响, 见图3, 随含水

率减小 $w = 30.80\%, 28.75\%, 18.97\%$, 曲线 $\varepsilon_1 - (\sigma_1 - \sigma_3)$ 、 $\varepsilon_1 - (\sigma_2 - \sigma_3)$ 、 $\varepsilon_1 - (u_a - u_w)$ 由小到大排列。

图3 $b = 0.4$, $\sigma_3 = 100$ kPa, $w = 18.97\%$, 28.75% , 30.8% Fig. 3 $b = 0.4$, $\sigma_3 = 100$ kPa, $w = 18.97\%$, 28.75% , 30.8%

2 3D 有效应力参数确定

非饱和土中任一点的有效应力可以用有效主应力 σ'_1 、 σ'_2 、 σ'_3 表示, 其表达式为

$$\begin{cases} \sigma'_1 = \sigma_1 - u_a - X_1(u_a - u_w), \\ \sigma'_2 = \sigma_2 - u_a - X_2(u_a - u_w), \\ \sigma'_3 = \sigma_3 - u_a - X_3(u_a - u_w). \end{cases} \quad (1)$$

决定式(1)的关键是有效应力参数 X_1 、 X_2 、 X_3 的正确确定。我们通过真三轴应力应变曲线线性化后求取 X_p 、 X_q 进而确定 X_1 、 X_2 、 X_3 。

2.1 求解有效主应力参数 X_1 、 X_2 、 X_3

土体中一点的三维有效应力状态可用下式表示

$$q' = \frac{[(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_3 - \sigma'_1)^2]^{1/2}}{\sqrt{2}}, \quad (2)$$

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3).$$

为了与真三轴试验资料对应, 采用剪应力 $\sigma'_1 - \sigma'_3$ 、 $\sigma'_2 - \sigma'_3$ 、 $\sigma'_1 - \sigma'_2$ 和球应力 p' 求出 X_1 、 X_2 、 X_3 。

$$\begin{aligned} p' &= (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)/3 \\ &= [(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - 3u_a - (X_1 + X_2 + X_3)(u_a - u_w)]/3 \\ &= p - u_a - X_p(u_a - u_w), \end{aligned} \quad (3)$$

$$X_p = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} q'_{12} &= \sigma'_1 - \sigma'_2 = \sigma_1 - \sigma_2 - (X_1 - X_2)(u_a - u_w) \\ &= q_{12} - X_{12}(u_a - u_w), \end{aligned} \quad (5)$$

$$X_{12} = X_1 - X_2, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} q'_{13} &= \sigma'_1 - \sigma'_3 = \sigma_1 - \sigma_3 - (X_1 - X_3)(u_a - u_w) \\ &= q_{13} - X_{13}(u_a - u_w), \end{aligned} \quad (7)$$

$$X_{13} = X_1 - X_3, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} q'_{23} &= \sigma'_2 - \sigma'_3 = \sigma_2 - \sigma_3 - (X_2 - X_3)(u_a - u_w) \\ &= q_{23} - X_{23}(u_a - u_w), \end{aligned} \quad (9)$$

$$X_{23} = X_2 - X_3. \quad (10)$$

将式(8)减去式(10)得

$$X_{12} = X_{13} - X_{23}. \quad (11)$$

可见三维有效剪应力参数只有两个是独立的, 所以只考虑 X_{13} 和 X_{23} 即可。

联立求解式(4)和式(10)得

$$\begin{cases} X_1 = (3X_p + 2X_{13} - X_{23})/3, \\ X_2 = (3X_p - X_{13} + X_{23})/3, \\ X_3 = (3X_p - X_{13} - X_{23})/3. \end{cases} \quad (12)$$

这样, 只要求得 X_p 和 X_{13} 、 X_{23} , 即可得到有效主应力的参数 X_1 、 X_2 、 X_3 。

2.2 求解有效球应力参数 X_p 和有效剪应力参数 X_{13} 、 X_{23}

(1) X_{13} 的确定

同样认为土的 $\varepsilon_1 - (\sigma'_1 - \sigma'_3)$ 曲线符合双曲线,

并将曲线线性化后,同常规三轴应力状态 x_p 求解方法完全相同^[2]。

$$\text{由 } (q_{13})_1 \varepsilon_{12} = \varepsilon_{11} (q_{13})_2, \quad (13)$$

$$\text{得 } (x_{13})_2 = \frac{\varepsilon_{11} (q_{13})_2 - \varepsilon_{12} (q_{13})_1}{\varepsilon_{11} (u_a - u_w)_2 - \varepsilon_{12} (u_a - u_w)_1}, \quad (14)$$

$$(x_{13})_{i+1} = D_i / Q_i, i = 2, 3, 4 \dots. \quad (15)$$

式中 $D_i = A_i (q_{13})_i (q_{13})_{i-1} - B_i (q_{13})_i (q_{13})_{i-1} + C_i (q_{13})_{i+1} (q_{13})_i + [B_i (q_{13})_{i+1} - A_i (q_{13})_i] (x_{13})_{i-1} (u_a - u_w)_{i-1} - [A_i (q_{13})_{i-1} + C_i (q_{13})_{i+1}] (x_{13})_i (u_a - u_w)_i + A_i (x_{13})_i (x_{13})_{i-1} (u_a - u_w)_i (u_a - u_w)_{i-1}$, $Q_i = B_i (x_{13})_{i-1} (u_a - u_w)_{i+1} (u_a - u_w)_{i-1} - C_i (x_{13})_i (u_a - u_w)_{i+1} (u_a - u_w)_i - [B_i (q_{13})_{i-1} C_i (q_{13})_i (u_a - u_w)_{i+1}]$, $A_i = \varepsilon_{i(i+1)}$, $B_i = (1 + f_i) \varepsilon_{1i}$, $C_i = f_i \varepsilon_{i(i-1)}$, $f_i = \frac{\varepsilon_{i(i+1)} - \varepsilon_{i-1}}{\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}}$ 。

式(14) (15)为 x_{13} 的计算公式。

(2) x_{23} 的确定

x_{23} 的求法与 x_{13} 完全相同, 公式为

$$(x_{23})_2 = \frac{\varepsilon_{11} (q_{23})_2 - \varepsilon_{12} (q_{23})_1}{\varepsilon_{11} (u_a - u_w)_2 - \varepsilon_{12} (u_a - u_w)_1}, \quad (16)$$

$$(x_{23})_{i+1} = D_i / Q_i, i = 2, 3, 4 \dots. \quad (17)$$

式中 $D_i = A_i (q_{23})_{i-1} - B_i (q_{23})_i (q_{23})_{i-1} + C_i (q_{23})_{i+1} (q_{23})_i + [B_i (q_{23})_{i+1} - A_i (q_{23})_i] (x_{23})_{i-1} (u_a - u_w)_{i-1} - [A_i (q_{23})_{i-1} + C_i (q_{23})_{i+1}] (x_{23})_i (u_a - u_w)_i + A_i (x_{23})_i (x_{23})_{i-1} (u_a - u_w)_i (u_a - u_w)_{i-1}$, $Q_i = B_i (x_{23})_{i-1} (u_a - u_w)_{i+1} (u_a - u_w)_{i-1} - C_i (x_{23})_i (u_a - u_w)_{i+1} (u_a - u_w)_i - [B_i (q_{23})_{i-1} - C_i (q_{23})_i (u_a - u_w)_{i+1}]$, $f_i = \frac{\varepsilon_{i(i+1)} - \varepsilon_{1i}}{\varepsilon_{1i} - \varepsilon_{i(i+1)}}$, $\varepsilon_{i+1} = A_i, (1 + f_i) \varepsilon_{1i} = B_i, f_i \varepsilon_{i(i-1)} = C_i$ 。

式(16) (17)为 x_{23} 的计算公式。

(3) x_p 的确定

同常规三轴应力状态相同的方法求出 x_p 。这里只给出公式:

$$x_{p2} = \frac{\varepsilon_{12} \varepsilon_{11} (p - u_a)_1 - \varepsilon_{11} \varepsilon_{12} (p - u_a)_2}{\varepsilon_{12} \varepsilon_{11} (u_a - u_w)_1 - \varepsilon_{11} \varepsilon_{12} (u_a - u_w)_2}, \quad (18)$$

$$x_{p(i+1)} = \frac{A_i p_i' - C_i p_{i-1}' - B_i (p_{i+1} - u_{a(i+1)})}{-B_i (u_a - u_w)_{i+1}}, \quad (19)$$

$$i = 2, 3, 4 \dots.$$

式(18) (19)中

$$f_i = \frac{\varepsilon_{1i} - \varepsilon_{i(i-1)}}{\varepsilon_{i(i+1)} - \varepsilon_{1i}}, C_i = \left| \frac{\varepsilon_{1i}}{\varepsilon_{i-1}} \right|, B_i = f_i \left| \frac{\varepsilon_{1i}}{\varepsilon_{i-1}} \right|, A_i = (1 + f_i) \left| \frac{\varepsilon_{1i}}{\varepsilon_{i-1}} \right|。$$

式(18) (19)为三维应力条件下 x_p 计算公式。

3 非饱和黄土的三维有效应力

3.1 第1组试验

试验条件为 $\sigma_3 = 150 \text{ kPa}$, $w = 22.6\%$, $b = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ 。

将图1中每条 $\varepsilon_1 - q_{13}$ 曲线连同对应的 u_a, u_w 都代入式(14)和式(15), 得到 $\varepsilon_1 - x_{13}$ 关系曲线, 见图4。再将每一种 b 情况下的 $\varepsilon_1, q_{13}, u_a, u_w$ 和图4中 x_{13} 代入式(7), 可以得到 $\varepsilon_1 - q_{13}'$ 计算曲线, 见图5。同理可得 $\varepsilon_1 - x_{23}$ 曲线图6和 $\varepsilon_1 - q_{23}'$ 曲线图7。分别将试验资料代入式(18)和式(19)得到 $\varepsilon_1 - x_p$ 曲线见图8。由式(3)得 $\varepsilon_1 - p'$ 计算曲线见图9。

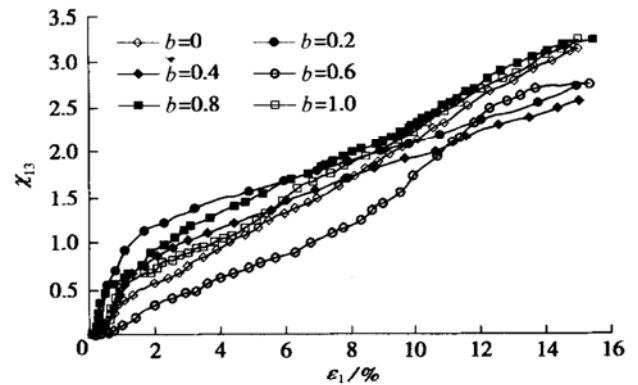


图4 $\varepsilon_1 - x_{13}$ 曲线

Fig. 4 Curves of $\varepsilon_1 - x_{13}$

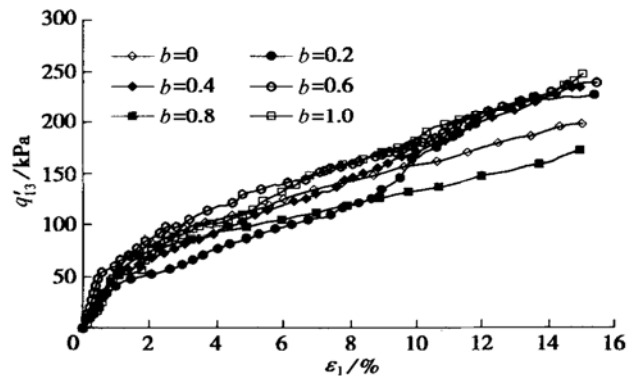


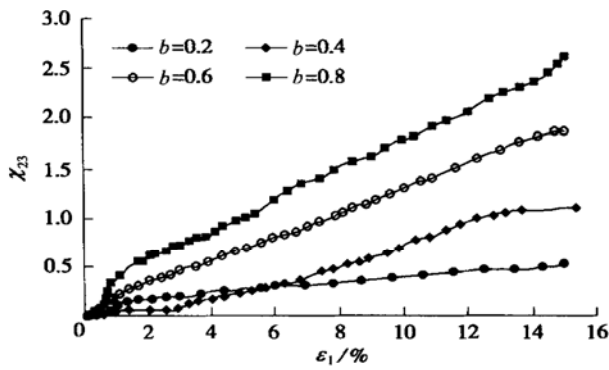
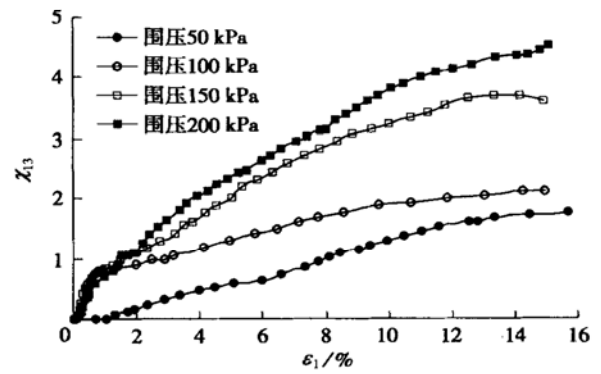
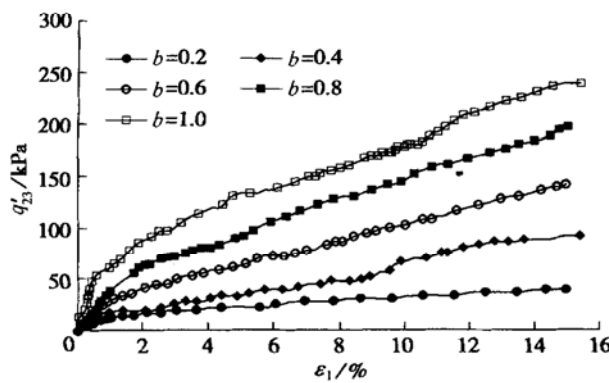
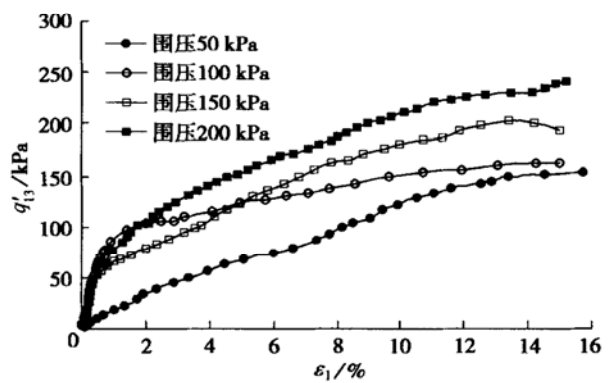
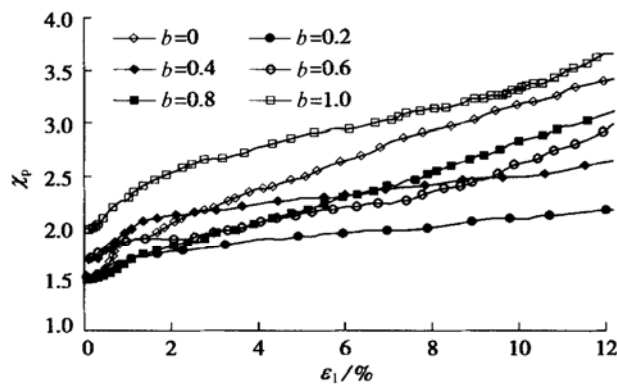
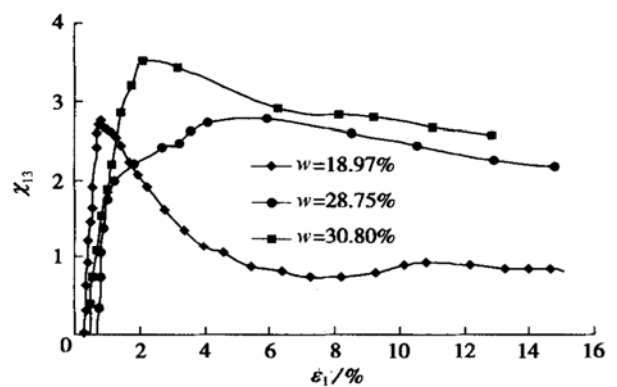
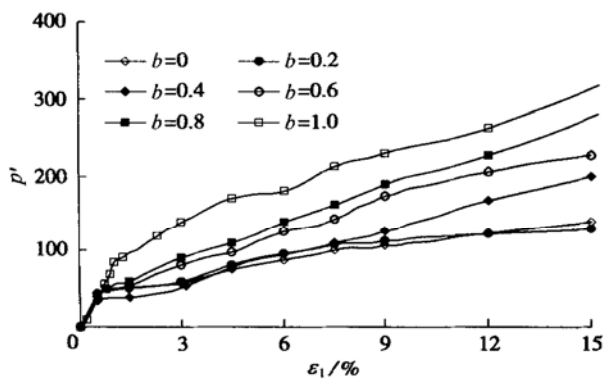
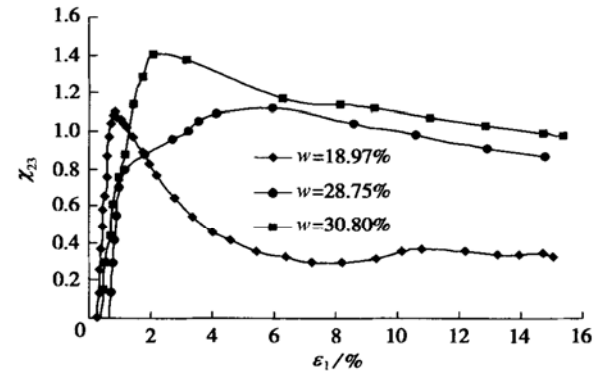
图5 $\varepsilon_1 - q'_{13}$ 曲线

Fig. 5 Curves of $\varepsilon_1 - q'_{13}$

3.2 第2组试验

试验条件为 $w = 23.2\%$, $b = 0.4$, $\sigma_3 = 50, 100, 150, 200 \text{ kPa}$ 。

将图2中每条 $\varepsilon_1 - q_{13}$ 曲线连同对应的 u_a, u_w 都代入式(14)和式(15)得 $\varepsilon_1 - x_{13}$ 关系曲线见图10, 再将每一种 σ_3 情况下的 $\varepsilon_1, q_{13}, u_a, u_w$ 和图10中 x_{13} 代入式(7), 可以得到 $\varepsilon_1 - q'_{13}$ 计算曲线图11。

图 6 $\varepsilon_1 - x_{23}$ 曲线Fig. 6 Curves of $\varepsilon_1 - x_{23}$ 图 10 $\varepsilon_1 - x_{13}$ 曲线Fig. 10 Curves of $\varepsilon_1 - x_{13}$ 图 7 $\varepsilon_1 - q'_{23}$ 曲线Fig. 7 Curves of $\varepsilon_1 - q'_{23}$ 图 11 $\varepsilon_1 - q'_{13}$ 曲线Fig. 11 Curves of $\varepsilon_1 - q'_{13}$ 图 8 $\varepsilon_1 - x_p$ 曲线Fig. 8 Curves of $\varepsilon_1 - x_p$ 图 12 $\varepsilon_1 - x'_{13}$ 曲线Fig. 12 Curves of $\varepsilon_1 - x'_{13}$ 图 9 $\varepsilon_1 - p'$ 曲线Fig. 9 Curves of $\varepsilon_1 - p'$ 图 13 $\varepsilon_1 - x_{23}$ 曲线Fig. 13 Curves of $\varepsilon_1 - x_{23}$

3.3 第3组试验

试验条件为 $\sigma_3 = 100 \text{ kPa}$, $b = 0.4$, $w = 18.98\%$, 28.75% , 30.8% 。

将图3中 $\varepsilon_1 - q_{13}$ 曲线代入式(14)和式(15)得到图12($\varepsilon_1 - x_{13}$ 曲线),将 $\varepsilon_1 - q_{23}$ 曲线代入式(16),(17)得到图13($\varepsilon_1 - x_{23}$ 曲线),进而求得图14 $\varepsilon_1 - q_{13}'$ 曲线和图15 $\varepsilon_1 - q_{23}'$ 曲线。

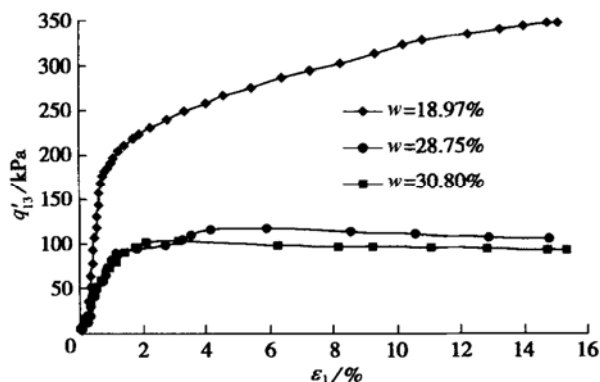


图14 $\varepsilon_1 - q_{13}$ 曲线

Fig. 14 Curves of $\varepsilon_1 - q_{13}$

3.4 b' 与 b 的关系

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} b' &= \frac{\sigma_2' - \sigma_3'}{\sigma_1' - \sigma_3'} \\ &= \frac{\sigma_2 - \sigma_3 + (X_3 - X_2)(u_a - u_w)}{\sigma_1 - \sigma_3 + (X_3 - X_1)(u_a - u_w)} \\ &= \frac{\sigma_2 - \sigma_3 + \frac{(X_3 - X_2)(u_a - u_w)}{\sigma_1 - \sigma_3}}{1 + \frac{(X_3 - X_1)(u_a - u_w)}{\sigma_1 - \sigma_3}} \\ &= \frac{b + (X_3 - X_2) \frac{u_a - u_w}{\sigma_1 - \sigma_3}}{1 + (X_3 - X_1) \frac{u_a - u_w}{\sigma_1 - \sigma_3}}. \end{aligned} \quad (21)$$

①常规三轴压缩应力状态

$\sigma_2' = \sigma_3'$, $b' = 0$, 由式(21)可得 $b = 0$ 。

②常规三轴挤长应力状态

$\sigma_1' = \sigma_2'$, $b' = 1$, 由式(21)可得 $b = 1$ 。

③主应力状态 $0 < b' < 1$

由式(21)可见 b' 与 X_1 、 X_2 、 X_3 以及 $\frac{u_a - u_w}{\sigma_1 - \sigma_3}$ 有关。

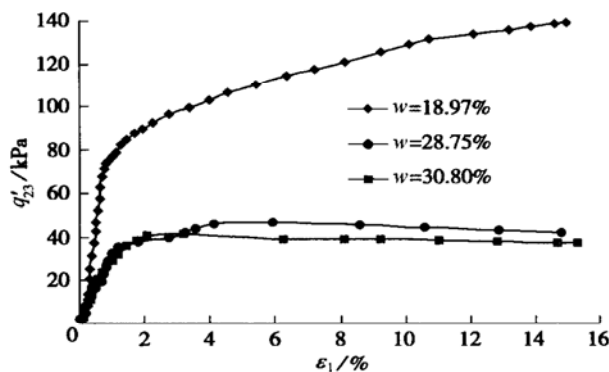


图15 $\varepsilon_1 - q_{23}'$ 曲线

Fig. 15 Curves of $\varepsilon_1 - q_{23}'$

4 结 论

(1) 应力参数 b 等于常数时, b 的影响规律不明显; 而 σ_3 等于常数、含水率等于常数时, 对应力应变、孔隙压力的影响, 规律性较强。

(2) 中主应力参数在总应力情况和有效应力情况下分别表示为 b 和 b' 。在常规三轴压缩 $b = b' = 0$ 。在常规三轴挤长 $b = b' = 1$, 三主应力状态 $b < b'$ 且 $0 < b' < 1$ 。

(3) 土的强度和变形的变化都是由有效应力变化所引起, 本文给出三维有效主应力确定的方法和用有效应力表示的应力应变关系, 并讨论了它随应力、含水率等变化的规律。

参考文献:

- [1] 邢义川, 吴培安, 骆亚生. 非饱和原状黄土三轴试验方法研究[J]. 水利学报, 1996, (1): 47-52.
- [2] 邢义川. 非饱和土的有效应力与变形—强度特性规律研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2001.