

桩基荷载作用下地基土竖向应力的上限估计

Upper limit estimation of the subsurface vertical stresses caused by pile loadings

王国光, 严平, 龚晓南
(浙江大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310027)

中图分类号: TU 44 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2003)01-0116-03

作者简介: 王国光(1973-), 男, 浙江大学岩土工程专业博士研究生, 从事桩基沉降计算研究。

0 引言*

Geddes 解答^[1]是通过 Mindlin 应力解^[2]进行积分得到的, 一般用来计算桩基荷载作用下地基土的竖向应力。对于理想的弹性体, Mindlin 解答是精确的。然而土体并非理想的弹性体, 因此 Mindlin 解答应用于地基土的应力分析只能得到近似的结果。由于土颗粒的松散结构和土中水、孔隙的存在, 土体的拉伸和压缩性能表现相差甚大。根据 Hoek 修正的 Griffith 破坏准则^[3]计算, 土的抗拉强度是其无侧限抗压强度的 12%~25%。也就是说, 在土体尚保持良好受压弹性的阶段, 土体可能已经丧失了抗拉的能力。在这种情况下, 土体中应力的发展并非如 Mindlin 解答所揭示的那样, 出现大面积的拉应力区, 因此可以认为, Mindlin 解答低估了地基土的应力。可以这样说, Mindlin 解答是地基土内部作用竖向集中力的下限解答, 而 Geddes 解答是对桩基荷载作用下地基土竖向应力的下限估计。

为了对地基土竖向应力的变化范围作出较合理的估计, 本文构造了地基土内部作用竖向集中力的上限解答, 通过对上限解答的积分得到了和 Geddes 解答相对应的推广解答, 并将两种推广解答进行了对比。

1 上限解的提出

在经典弹性理论中, 半无限空间内部作用竖向集中力的解答为 Mindlin 解。保留经典弹性理论的基本假设, 但假设弹性介质不抗拉并且初始应力为零, 由此认为集中力作用点以上区域竖向应力为零, 集中力作用点以下区域的应力按照 Boussinesq 解答^[4]计算, 上、下区域的竖向应力可统一表达成下式:

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{H(z-h) \cdot (z-h)^3}{[r^2 + (z-h)^2]^{5/2}}, \quad (1)$$

其中 $H(z-h) = \begin{cases} 0, & z-h < 0 \\ 1, & z-h \geq 0 \end{cases}$ 。式中符号如图 1 所示, $H(z-h)$ 称为 Heaviside 函数。由于引入介质

不抗拉的假设, 用式(1)来计算地基土的竖向应力会是一种超估, 因此在地基土中作用竖向集中力的情况下, 该式可以作为计算竖向应力的上限解答。

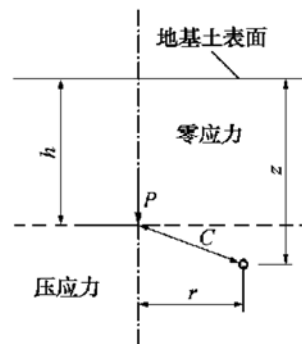


图 1 竖向集中力作用下的上限解

Fig. 1 Upper limit solution for vertical point load

2 推广解答

对于承受竖向荷载的桩基, 桩土相互作用力可以分解为下列 3 种基本形式^[1] (如图 2 所示): ①桩端集中力; ②桩侧均匀分布力; ③桩侧线性增长分布力。对地基土内部作用竖向集中力的竖向应力的上限解答进行积分, 得到 3 种基本形式荷载作用下地基土竖向应力的解答。令竖向应力

$$\sigma_z = \frac{P}{D^2} K_z, \quad (2)$$

式中 K_z 为无量纲量, 称为竖向应力系数。3 种荷载作用下的竖向应力系数分别为 K_{zb} , K_{zr} 和 K_{zt} , 积分结果如下:

$$K_{zb} = \frac{1}{2\pi} \frac{3H(m-1)(m-1)^3}{A^5}, \quad (3)$$

$$K_{zr} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{2H(1-m)}{n} + \frac{2H(m-1)}{A} + \frac{H(m-1)(m-1)^2}{A^3} - \frac{3m^2 + 2n^2}{F^3} \right], \quad (4)$$

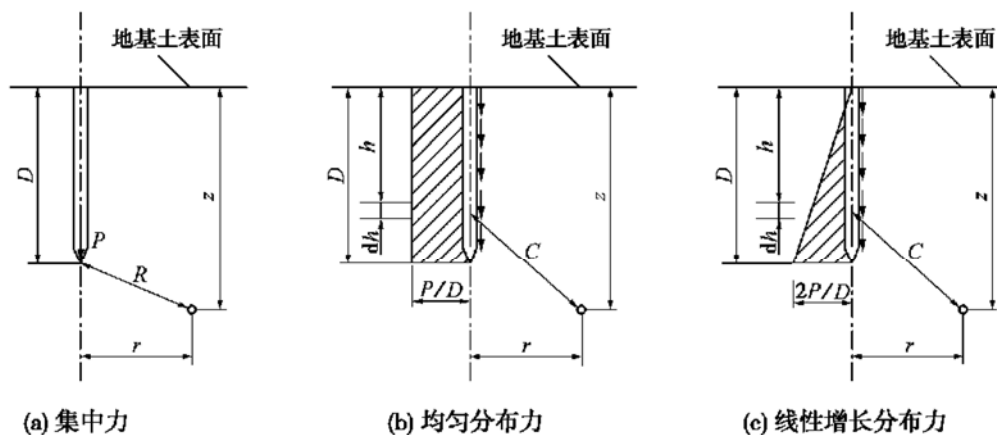


图2 荷载条件

Fig. 2 Loading conditions

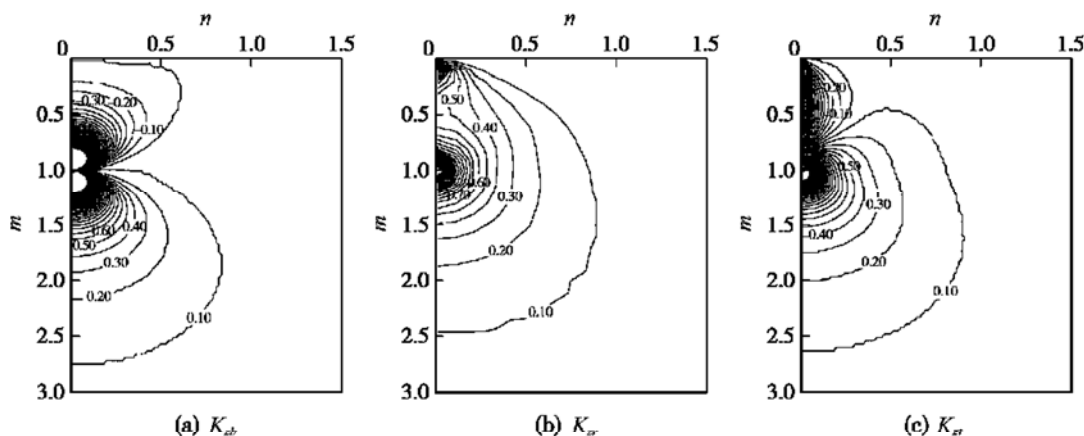


图3 Geddes 解答计算的竖向应力系数

Fig. 3 Vertical stress coefficient for Geddes's solutions

$$K_{zt} = \frac{1}{\pi} \left| \frac{2H(1-m)m}{n} + \frac{H(m-1)(4-m)}{A} + \frac{m}{F} - \frac{H(m-1)n^2}{A^3} + 3H(m-1)\log_e(A + m-1) + 3H(1-m)\log_e n - 3\log_e(F+m) \right|, \quad (5)$$

式中 $n = r/D$, $m = z/D$, $A^2 = n^2 + (m-1)^2$, $F^2 = n^2 + m^2$, $H(m-1) = \begin{cases} 0, m-1 < 0 \\ 1, m-1 \geq 0 \end{cases}$ 。

3 与 Geddes 解的比较

基于上限解答的推广解答和基于下限解答(Mindlin 解答)的推广解答(Geddes 解答)都能够近似计算桩基荷载作用下地基土的竖向应力。不同的是,上限解答的推广解答得到的是竖向应力的上限,而 Geddes 解答得到的是竖向应力的下限。两种推广解答所描述的竖向应力场在应力性质、应力传递规律和应力数值等方面有显著的差异。

图3和图4分别为 Geddes 解答与下限解的推广解答计算的竖向应力系数等值线图,计算时 μ 取 0.4。对于 Geddes 解答,在集中力作用下,桩侧土中竖向应

力全部为拉应力;在均匀分布力作用下,桩侧土中应力为压应力;在线性增长分布力作用下,桩侧土中应力部分为拉应力。在本文推广解答中,在集中力作用下,桩侧土应力为零;在两种分布力荷载作用下桩侧土应力全部为压应力。两种解答所描述的桩身以下地基土的受力状态相同,都表现为受压。

就相同水平的应力而言,本文解趋向于将应力向更深的土层传递。以应力系数等于 0.2 为例,对于集中力情况, Geddes 解答计算的传递深度是 2.177 倍桩长,本文解答计算的结果是 2.570 倍桩长,两者相差 0.393 倍桩长。

本文解与 Geddes 解答在数值上的关系可以通过相对误差来考察,两种解答的相对误差为

$$\delta = (\sigma_u - \sigma_l) / \sigma_u \times 100\%, \quad (6)$$

式中 σ_u , σ_l 分别为本文解和 Geddes 解答。当 $\mu = 0.4$, $n = 0$, $m > 1$ 时,就 3 种荷载情况用上式进行计算,结果见图 5。在桩底附近, Geddes 解比本文解小 50%~55%,两解的差别随深度的增加而减小,在 3 倍桩长深度处, Geddes 解比本文解小 20%~35%。3 种荷载中,集中力作用下两解差别最大,均匀分布力情况差别最小。

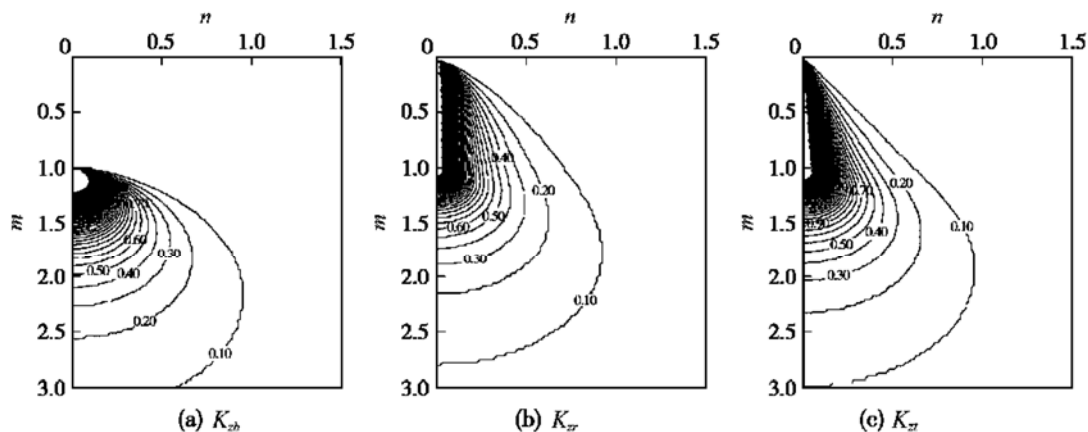


图4 本文解答计算的竖向应力系数

Fig. 4 Vertical stress coefficient for the author's solutions

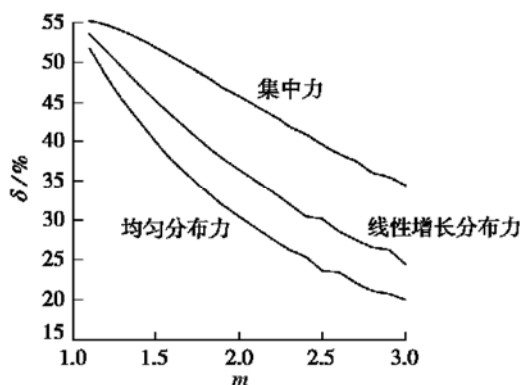


图5 Geddes 解与本文解的相对误差

Fig. 5 Relative error of Geddes's equations to the author's solutions

4 结 论

(1) 本文提出了地基土内部竖向集中力作用下竖向应力的上限解答, 并得到了上限解答的推广解答。利用推广解答能够对桩基荷载作用下地基土竖向应力的上限进行估计。

(2) 本文解答与 Geddes 解答的对比表明: 与 Geddes 解答不同, 本文解答在桩侧土体中不出现拉应力;

在相同水平应力下, 本文解趋向于将应力向更深的土层传递; 两解答的差别随深度的增加而减小, Geddes 解比本文解小, 最多可达 55%。

利用本文解答和 Geddes 解答, 能够对地基土竖向应力的数值范围作出较为合理的估计。两种解答采用了不同的假设, 也可根据具体的情况, 判断假设的适用性, 选取合适的解答对地基应力进行近似计算。应力计算是沉降计算的基础, 本文解答进一步可应用于群桩沉降的计算。

参考文献:

- [1] Geddes J D. Stresses in foundation soils due to vertical subsurface load[J]. Geotechnique, 1966, 16: 231- 255.
- [2] Mindlin R D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid[J]. Physics, 1936, 7: 175- 200.
- [3] 黄文熙. 土的工程性质[M]. 北京: 水利电力出版社, 1983. 317- 326.
- [4] Boussinesq J. Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques[M]. Paris: Gauthier-Villard, 1885.

本刊赠阅启事

1. 凡论文第一作者尚未收到赠阅本刊者, 请函告本部, 以便补寄;
2. 本刊向历届编委逐期赠阅本刊, 凡缺期者请函告本部, 以便补寄;
3. 凡为本刊审阅稿件者, 将按审者要求赠阅本刊;
4. 凡读者持装订错误之本刊, 请退还本部, 以便补寄;
5. 本刊之长期赠阅对象(单位或个人), 当投寄地址变更时, 请及时通报本部, 以免邮件误投。

本刊编辑部