

如果原文的新方法是成立的,那么以塑性应变 ϵ_y 为已知量,也必然能够解出原文式(7)中 L_y 。从塑性力学的观点来看,在应力空间中达到某一应力状态的应力路径有无数条,沿着每一条应力路径所产生的总的应变不是必然相等的。以原文的方法,自行设定 $O'C$ 的斜率,求出相同的弹性应变 ϵ_y ,那么对于不同的应力路径,塑性应变 ϵ_y 则不一定相同。每一个不同的塑性应变都可以求出一个 L_y (这也就是原文中所说的客观存在)。对同一个问题同一应力状态,无数的应力路径就可以得出无数个 L_y 。如果用从某种特殊情况下求得的 L_y 来求解一般性的问题,其结果是可想而知的。如果说,不同的 ϵ_y 对应不同的 L_y ,正说明了“新方法”对复杂加载的适应性,那么也就承认了 L_y 是 ϵ_y 的函数,则“新方法”的提出有何意义?同时也否认了原文式(7)中定义 L_y 只是 ϵ_y 的函数。

所以,新方法并不具有普适性。

原文中还提到,“用现在流行的应力应变关系 $\sigma_y = F(\epsilon_y) = F(\epsilon_y + \epsilon_y)$ ”代替式(4)也可起到同样的功效”。上式即为弹塑性本构关系,用上式代替原文式(4)以后,按照原文的新方法即是先解弹性本构方程,再把解得的弹性解代入弹塑性本构关系,求得塑性解。这种解法让人感到迷惑。而且弹塑性理论中把总应变分为弹性应变和塑性应变也不是必然的,从弹塑性本构关系中也并不是必然能导出象原文式(4)那样的 $\epsilon_y - \epsilon_y$ 显式关系式。

原文中在应用实例中提到,“若后续求得的塑性区解答能在弹塑性交界面处与弹性区解答连续且又满足自身的边界条

件,便可表明所得两个区域的解答为本问题的正确解”。弹塑性区交界面即为塑性区的一部分边界,上一句话也就是认为,塑性区的解答只要满足了塑性区的边界条件,即为正确解答。这一句话是否正确?原文在应用实例结尾处,也正是用这种方法来判断其计算结果的正确性的。只有通过正确的解法,所得解又满足边界条件,这时得到的解才为正确解。

另外,在这里顺便提一句,文献[2]在引证中论述到“由于 $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$,所以必有, $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0, \dots$ ”。笔者认为在弹塑性问题中 $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$ 只能推导出 $\epsilon_2 = -\epsilon_3, \epsilon_3 = -\epsilon_2$,而不能得出 $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$ 。

参考文献:

- [1] 李 铀,白世伟,李 镔,Matthew Mauldon. 以 $e-p$ 曲线为基础的塑性力学新方法的物理解释及应用实例[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(6): 704-707.
- [2] 李 铀,陈志达,朱维申. 材料弹性变形与塑性变形相互关系的探讨[J]. 岩土力学, 1988, 9(3): 41-50.
- [3] 李 铀. 塑性力学的一种新方法及在应力强度因子研究中的应用[J]. 岩土力学, 1992, 13(2, 3): 128-134.
- [4] 王元汉. 关于“塑性力学的一种新方法及在应力强度因子研究中的应用”的讨论[J]. 岩土力学, 1993, 14(1): 91-93.
- [5] 秦 荣. 塑性力学中的新理论新方法[J]. 广西科学, 1994, 1(1): 18-22.

关于“以 $e-p$ 曲线为基础的塑性力学新方法的物理解释及应用实例”的讨论之二

邓 刚

(清华大学水利水电工程系岩土工程研究所, 北京 100084)

中图分类号: O 344

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2002)04-0542-02

作者简介: 邓 刚(1979-), 男, 四川西昌人, 博士研究生, 主要从事土力学及土的本构理论研究。

拜读了李铀先生等的“以 $e-p$ 曲线为基础的塑性力学新方法的物理解释及应用实例”一文(参考文献[1], 以下简称原文), 并由此开始参阅了李铀先生等自 1988 年来的一系列文章(参考文献[2~4]), 感觉作者观点很有创意, 笔者拜读后获益匪浅, 很受启发。作者从 $\sigma-\epsilon$ 曲线得出与之对应的 $e-p$ 曲线的方法, 为我们找到了描述简单加载条件下的 $\sigma-\epsilon$ 曲线的一种新方法。

按照作者提出的“塑性力学新方法”, 对于各向同性材料, 只需要一条简单加载、比例变形条件下得到的 $\sigma-\epsilon$ 曲线以及与之对应 $e-p$ 曲线, 即可完全抛开传统的塑性理论中使用的屈服准则、流动法则、强化规律等, 而仅仅使用几个弹性力学基本公式(平衡方程、几何方程、虎克定律)就可以解决塑性力学问题。

这个“塑性力学新方法”看起来是非常使人兴奋的, 但是从 1993 年起就有研究者对该方法提出质疑(参考文献[5~6]), 这

些研究者认为作者提出的这种“新方法”在基本概念上存在问题, 偏离了塑性力学的正确研究途径。以下提出几个问题, 与作者作进一步探讨。

1 $e-p$ 曲线的普适性*

关于 $e-p$ 曲线, 最早出现在参考文献[2]中, 作者根据一系列简单加载条件下的单轴或者三轴试验的结果, 认为卸载后分离出的弹性变形 ϵ' 和塑性变形 ϵ'' 始终满足一定的关系, 也就是 $e-p$ 曲线。按照“弹塑性应变相关律”, 作者认为弹性变形和塑性变形是一一对应的, 根据弹性变形就可以求出塑性变形。事实上这个一一对应关系仅仅在简单加载、比例变形的条件下方才成立, 而这个情况实际上已经由经典塑性力学理论的“全量理论”加以描述。

* 收稿日期: 2002-03-25

在文献[2]中,作者提出在卸载的时候,e-p曲线将为平行于 ϵ' 轴的直线;同时,作者引入与加载历史有关的参数 α 来改变 L_i 的值,从而可以使e-p曲线在 ϵ' 轴上任意平移,通过这样的方法来使e-p曲线适用于各种应力状态。实际上,作者的这个提法又是对“弹塑性应变相关律”的一个自我否定,因为通过这样的方法,e-p曲线实际上可以出现在任何位置,并且随着加载、卸载的过程,e-p曲线还会不断移动。换句话说,弹塑性应变不是一一对应的,加卸载过程中弹性、塑性应变不是沿着一条固定的e-p曲线。此外,作者在文献[2]中由 $\epsilon_2 = 0$ 推论出 $\epsilon'_2 = 0$,而不是 $\epsilon'_2 = -\epsilon_2$ 。同样,按照这一逻辑,由不排水条件下体应变 $\epsilon_v = 0$ 推论得到的是 $\epsilon'_v = 0$,而不是 $\epsilon'_v = -\epsilon_v$ 。这些错误的推论违背了塑性力学的基本常识。

2 新方法求解过程的正确性

“新方法”求解过程的核心是将位移、应变均分解成为弹性部分和塑性部分,根据原文中的式(1)~(3)或者式(6)的前三式独立求解出弹性解,然后根据作者的“弹塑性应变相关律”,也就是式(6)的后两式求解出塑性解。

是否可以根据作者的“弹塑性应变相关律”用弹性应变唯一地确定塑性应变的问题(也就是式(6)的后二式解决的问题),这里姑且不去讨论。

单看式(6)的前三式。可以发现,如果把这三式中的位移、应变符号中的上标e去掉,其实这三式就是弹性力学的完全解。那么,对于问题中既有弹性区、又有塑性区,或者是全部区域达到塑性状态的情况,这三式的求解过程中实际上就会把全部区域都认定为弹性。简单地说,对于理想弹塑性材料,这时求解出的应力将可能超过弹性极限 σ_s ,而由于求解过程中使用的应力应变关系完全是弹性的,因此,求解的过程中实际上将应力应变曲线中弹性阶段的斜线AB进行了延长(如图1)。之后利用原文式(6)后两式时可以求出塑性变形,但是超过极限的部分应力又将如何处理?

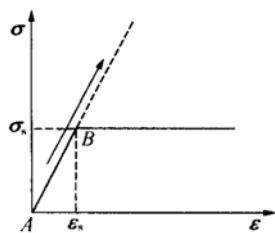


图1 “新方法”应用于理想弹塑性体

Fig. 1 Behavior of ideal elastic-plastic material according to “the new method”

3 实例计算的错误

在原文利用“新方法”进行的实例计算中,就出现了上面分

析的错误,作为一个实例,下面将仔细探讨。

原文的第3部分“应用实例”举了纯弯曲梁的实例,这里着重讨论塑性区的解答。根据原文,塑性区可先按照弹性力学问题求解,解出的结果如原文式(11)。由于对于梁的问题,在理论上认为梁中各点为单轴应力状态,因此在塑性区中 σ_x 势必应该大于 σ_s (实例中的梁采用线性强化模型),而此时解出的应力 σ_x 又直接按照虎克定律进行求解,那么如图2所示,弹性阶段被错误地进行了延长(这里采用原文中使用的线性强化模型)。此时,即使“弹塑性应变相关律”能够描述弹塑性应变之间的关系,计算的结果已经是没有意义的了。以原文中结果为例,由于 $\sigma_x = B_2 y \pm q$ (原文中没有给出 B_1, B_2 的取值范围),对于 $y = a$ 处,如果 $B_2 > (\sigma_s - q)/a$,则已有 $\sigma_x > \sigma_s$,由前面的分析可知,根据这个 σ_x 计算弹性应变 ϵ'_x 显然是错误的。

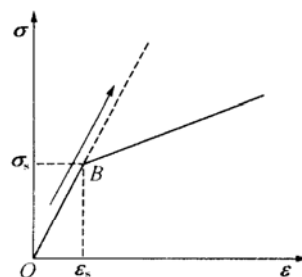


图2 实例中的错误

Fig. 2 The mistake in the analysis of the example

4 结 语

鉴于以上的问题,笔者认为,所谓的“弹塑性变形相关律”只适用于室内试验中的简单应力状态,不能用于任何边值问题。同时,原文中提出的“以e-p曲线为基础的塑性力学新方法”的求解过程可能得出错误的结果。

参考文献:

- [1] 李 铀,白世伟,李 铤,Matthew Mauldon. 以e-p曲线为基础的塑性力学新方法的物理解释及应用实例[J]. 岩土工程学报,2001,23(6): 704- 707.
- [2] 李 铀,陈至达,朱维申. 材料弹性变形与塑性变形相互关系的探讨[J]. 岩土力学,1988,9(3): 41- 50.
- [3] 李 铀. 塑性力学的一种新方法及其在应力强度因子研究中的应用[J]. 岩土力学,1992,13(2,3): 128- 134.
- [4] 李 铀,Matthew Mauldon. 岩土工程中两个理论问题的探讨[J]. 岩石力学与工程学报,1999,18(2): 227- 229.
- [5] 王元汉. 关于“塑性力学的一种新方法及其在应力强度因子研究中的应用”的讨论[J]. 岩土力学,1993,14(1): 91- 92.
- [6] 刘夕才. 对“塑性力学的一种新方法及其在应力强度因子研究中的应用”的进一步讨论[J]. 岩土力学,1994,15(2): 95- 97.