

讨论

关于“以 ϵ - p 曲线为基础的塑性力学新方法的物理解释及应用实例”的讨论之一

陈铁林

(南京水利科学研究院土工所, 江苏 南京 210024)

中图分类号: O 344 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2002)04-0541-02

作者简介: 陈铁林(1970-), 男, 安徽人, 博士后, 主要从事岩土本构关系和软土地基工程研究。

《岩土工程学报》2001年第6期刊登了“以 ϵ - p 曲线为基础的塑性力学新方法的物理解释及应用实例”一文(以下简称原文)^[1]。笔者非常欣赏原文作者对求解塑性力学问题所做的新尝试, 并怀着浓厚的兴趣阅读了相关的几篇文章^[2-4]。但对原文的观点存在以下几点疑问, 现将其提出, 与原文作者作进一步的讨论。^{*}

原文式(6)列出了求解塑性力学问题的完备方程组, 认为式(6)的前三个式子是弹性力学求解问题的基本方程, 由于前三个式子的求解可以独立于后二个式子进行, 因此, 求解塑性力学问题, 可以先把问题按弹性力学问题求解, 求得弹性解后, 再求解式(6)的后二式, 如得解并满足边界条件, 则所得解便为塑性力学问题的正确解。

并且认为, 取简单加载情形下的一条主应变 ϵ - p 曲线作基准, 则任意应力应变状态下应变 ϵ_y 的弹性部分 ϵ_y^e 和塑性部分 ϵ_y^p 具有原文式(7)的相关关系。

以上理论能否成立的关键在于原文式(4)是否存在, 即式 $\epsilon_y^p = F(\epsilon_y^e, \alpha)$ 是否存在。文献[5]就该式的存在进行过证明, 现引述如下:

图1是一个单向拉伸的应力应变曲线, 其中A点为材料弹性极限或屈服极限对应的点。如果应力超过弹性极限, 则应变为

$$\epsilon_x = \epsilon_x^e + \epsilon_x^p \quad (1)$$

式中 ϵ_x 为 x 单向拉伸的应变。当应力超过弹性极限时, 则应力为

$$\sigma_x = \sigma_x^e + H(\epsilon_x^p) \quad (2)$$

式中 σ_x^e 为 x 方向单向拉伸的弹性极限应力。对上式两边微分可得

$$d\sigma_x = H' d\epsilon_x^p \quad (3)$$

式中 H' 为 σ_x - ϵ_x^p 曲线的斜率, 称为强化系数, 即

$$H' = \frac{d\sigma_x}{d\epsilon_x^p} = \frac{EE_1}{E - E_1} \quad (4)$$

式中 E_1 为 σ_x - ϵ_x 曲线的斜率, 为切线模量, 即

$$E_1 = \frac{d\sigma_x}{d\epsilon_x} \quad (5)$$

由上述可知, σ_x - ϵ_x^p 曲线的斜率可由单向拉伸的曲线确定。

因为 $d\sigma_x = E_1 d\epsilon_x$, 因此由式(3)可得

$$d\epsilon_x^p = k E d\epsilon_x^e \quad (6)$$

式中 $k = \frac{1}{H'} = (E - \frac{E_1}{EE_1})$ 。

如果材料是线性强化的材料, 则 H' 及 E_1 为常数。因此由式(6)可得

$$\epsilon_x^p = kE(\epsilon_x^e - \epsilon_x^e) \quad (7)$$

式中 ϵ_x^e 为单向受拉状态的弹性极限应变。式(7)为塑性应变和弹性应变的相互关系, 它表示塑性应变与弹性应变有一定的关系。

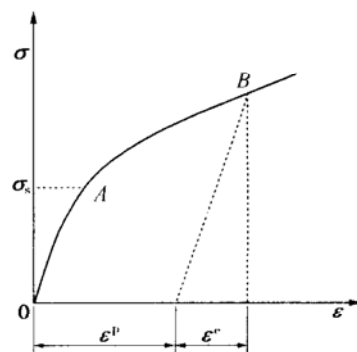


图1 应力应变关系

Fig. 1 Stress-strain relation

从以上的论述可以看出塑性应变与弹性应变有一定的关系, 也即原文式(4)存在的条件之一是材料为线性强化材料。如果材料不是线性强化材料, 则 k 不是常数, 原文式(4)的存在也不是必然的。

文献[5]对空间应力状态所得到的弹塑性应变相关的结论, 也是以材料是线性强化材料为前提。

原文中认为“从客观上讲, 式(4)的关系是显然存在的”, 笔者对此不敢认同。求解问题中, 对于已经存在或达到的应力状态, 可以采用某一标准将其总应变划分为弹性应变和塑性应变, 这时原文式(4)成立, 也就是原文中所说的客观存在。对于还未存在或未达到的应力状态, 只能用已经存在的因素为已知条件来求解。原文以存在推出了客观, 也就是从结果到结果, 而忽视了从原因到结果道路上的复杂性和多样性, 也就违背了方法论。所以如果没有足够的理论和试验的依据, 不能说“从客观上讲, 式(4)的关系是显然存在的”。文献[2]所列举的试验资料为简单加载情况, 对于复杂加载情况作者也没有试验资料的支持, 而且其对“弹塑性变形相关律”的引证也为简单加载的应力应变状态。

如果原文的新方法是成立的,那么以塑性应变 ϵ_y 为已知量,也必然能够解出原文式(7)中 L_y 。从塑性力学的观点来看,在应力空间中达到某一应力状态的应力路径有无数条,沿着每一条应力路径所产生的总的应变不是必然相等的。以原文的方法,自行设定 $O'C$ 的斜率,求出相同的弹性应变 ϵ_y^e ,那么对于不同的应力路径,塑性应变 ϵ_y^p 则不一定相同。每一个不同的塑性应变都可以求出一个 L_y (这也就是原文中所说的客观存在)。对同一个问题同一应力状态,无数的应力路径就可以得出无数个 L_y 。如果用从某种特殊情况下求得的 L_y 来求解一般性的问题,其结果是可想而知的。如果说,不同的 ϵ_y 对应不同的 L_y ,正说明了“新方法”对复杂加载的适应性,那么也就承认了 L_y 是 ϵ_y 的函数,则“新方法”的提出有何意义?同时也否认了原文式(7)中定义 L_y 只是 ϵ_y^e 的函数。

所以,新方法并不具有普适性。

原文中还提到,“用现在流行的应力应变关系 $\sigma_y = F(\epsilon_y) = F(\epsilon_y^e + \epsilon_y^p)$ 代替式(4)也可起到同样的功效”。上式即为弹塑性本构关系,用上式代替原文式(4)以后,按照原文的新方法即是先解弹性本构方程,再把解得的弹性解代入弹塑性本构关系,求得塑性解。这种解法让人感到迷惑。而且弹塑性理论中把总应变分为弹性应变和塑性应变也不是必然的,从弹塑性本构关系中也并非必然能导出象原文式(4)那样的 $\epsilon_y^e - \epsilon_y^p$ 显式关系式。

原文中在应用实例中提到,“若后续求得的塑性区解答能在弹塑性交界面处与弹性区解答连续且又满足自身的边界条

件,便可表明所得两个区域的解答为本问题的正确解”。弹塑性区交界面即为塑性区的一部分边界,上一句话也就是认为,塑性区的解答只要满足了塑性区的边界条件,即为正确解答。这一句话是否正确?原文在应用实例结尾处,也正是用这种方法来判断其计算结果的正确性的。只有通过正确的解法,所得解又满足边界条件,这时得到的解才为正确解。

另外,在这里顺便提一句,文献[2]在引证中论述到“由于 $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$,所以必有, $\epsilon_2^e = \epsilon_3^e = 0, \dots$ ”。笔者认为在弹塑性问题中 $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$ 只能推导出 $\epsilon_2^e = -\epsilon_3^e, \epsilon_3^e = -\epsilon_2^e$,而不能得出 $\epsilon_2^e = \epsilon_3^e = 0$ 。

参考文献:

- [1] 李 铀,白世伟,李 镔,Matthew Mauldon. 以 $e-p$ 曲线为基础的塑性力学新方法的物理解释及应用实例[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(6): 704-707.
- [2] 李 铀,陈志达,朱维申. 材料弹性变形与塑性变形相互关系的探讨[J]. 岩土力学, 1988, 9(3): 41-50.
- [3] 李 铀. 塑性力学的一种新方法及在应力强度因子研究中的应用[J]. 岩土力学, 1992, 13(2, 3): 128-134.
- [4] 王元汉. 关于“塑性力学的一种新方法及在应力强度因子研究中的应用”的讨论[J]. 岩土力学, 1993, 14(1): 91-93.
- [5] 秦 荣. 塑性力学中的新理论新方法[J]. 广西科学, 1994, 1(1): 18-22.

关于“以 $e-p$ 曲线为基础的塑性力学新方法的物理解释及应用实例”的讨论之二

邓 刚

(清华大学水利水电工程系岩土工程研究所, 北京 100084)

中图分类号: O 344

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2002)04-0542-02

作者简介: 邓 刚(1979-), 男, 四川西昌人, 博士研究生, 主要从事土力学及土的本构理论研究。

拜读了李铀先生等的“以 $e-p$ 曲线为基础的塑性力学新方法的物理解释及应用实例”一文(参考文献[1], 以下简称原文), 并由此开始参阅了李铀先生等自 1988 年来的一系列文章(参考文献[2~4]), 感觉作者观点很有创意, 笔者拜读后获益匪浅, 很受启发。作者从 $\sigma-\epsilon$ 曲线得出与之对应的 $e-p$ 曲线的方法, 为我们找到了描述简单加载条件下的 $\sigma-\epsilon$ 曲线的一种新方法。

按照作者提出的“塑性力学新方法”, 对于各向同性材料, 只需要一条简单加载、比例变形条件下得到的 $\sigma-\epsilon$ 曲线以及与之对应 $e-p$ 曲线, 即可完全抛开传统的塑性理论中使用的屈服准则、流动法则、强化规律等, 而仅仅使用几个弹性力学基本公式(平衡方程、几何方程、虎克定律)就可以解决塑性力学问题。

这个“塑性力学新方法”看起来是非常使人兴奋的, 但是从 1993 年起就有研究者对该方法提出质疑(参考文献[5~6]), 这

些研究者认为作者提出的这种“新方法”在基本概念上存在问题, 偏离了塑性力学的正确研究途径。以下提出几个问题, 与作者作进一步探讨。

1 $e-p$ 曲线的普适性*

关于 $e-p$ 曲线, 最早出现在参考文献[2]中, 作者根据一系列简单加载条件下的单轴或者三轴试验的结果, 认为卸载后分离出的弹性变形 ϵ^e 和塑性变形 ϵ^p 始终满足一定的关系, 也就是 $e-p$ 曲线。按照“弹塑性应变相关律”, 作者认为弹性变形和塑性变形是一一对应的, 根据弹性变形就可以求出塑性变形。事实上这个一一对应关系仅仅在简单加载、比例变形的条件下方才成立, 而这个情况实际上已经由经典塑性力学理论的“全量理论”加以描述。

* 收稿日期: 2002-03-25