

利用权函数计算沥青路面层间部分约束 的面层底裂缝应力强度因子

Calculation on the stress intensity factor for the bottom crack of asphalt layer
in asphalt pavement considering partial constraint by weight function

罗睿, 黄晓明

(东南大学交通学院, 江苏南京 210096)

摘要: 以受均匀拉应力的中心贯穿裂缝作为参考状态, 利用权函数理论和 Petroski and Achenbach 方法得到路面各层面完全连续时的裂缝应力强度因子计算方法。根据完全连续时的应力强度因子和面层界面处于临界静摩擦状态下的应力强度因子的等效性, 计算出面层界面的等效滑动区域, 从而得到面层界面滑动摩擦力产生的应力强度因子, 再与面层界面完全光滑时的应力强度因子叠加, 得到面层界面部分约束时的应力强度因子, 编制了相应的程序, 给出了相应的计算实例。

关键词: 权函数; 应力强度因子; 层间约束; 层间摩擦; 面层

中图分类号: U 416.217

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2001)05-0610-04

作者简介: 罗睿, 男, 1972年生, 东南大学交通学院在读博士研究生, 主要从事工程材料研究和路面结构计算。

LUO Rui, HUANG Xiao-ming

(Transportation College of Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The stress intensity factor for the crack at the bottom of asphalt layer with supposition of the completely continuous interface is got using the center crack subjected to normal tensile stress as the reference state according to weight function mechanism and Petroski and Achenbach's method. The equivalent friction area on the interface of asphalt layer is got by the equivalence between the stress intensity factor supposing that the interface is completely continuous in a critical static slide state, so the slide friction force and the stress intensity factor can be got. The stress intensity factor considering partial constraint on the interface can be got by the superposition between the stress intensity factor for the bottom crack supposing the interface is completely smooth and that by the critical static friction force. The corresponding program is made to calculate the stress intensity factor and an example is also given.

Key words: weight function; stress intensity factor; constraints between layers; friction between layers; asphalt layer

1 引言^y

权函数方法是计算应力强度因子的一种重要方法^[1,2], 精度较高, 相应的数学处理较容易, 非常适合工程应用, 应用也非常广泛。其基本理论如式(1)和式(2)所示。

$$K = \int_0^a \alpha(x) h(a, x) dx \quad (1)$$

$$h(a, x) = \frac{H}{K_r} \cdot \frac{\partial u_r(a, x)}{\partial a} \quad (2)$$

式中 K 为所求荷载状态下裂缝的应力强度因子; a 为裂缝长度; $\alpha(x)$ 为所求荷载状态物体无裂缝时裂缝位置处的张拉应力; $h(a, x)$ 为裂缝的权函数; H 对于平面应变为 $\frac{E}{1-\nu^2}$, 对于平面应力为 E , E 和 ν 分别为模量和泊松比; K_r 为参考荷载状态下裂缝的应力强度因子; $u_r(a, x)$ 为参考荷载状态下的裂缝张开位移。

在裂缝几何边界条件相同的情况下, 只要知道参考荷载状态的应力强度因子 K_r 和裂缝的张开位移

$u_r(a, x)$, 裂缝的权函数便可唯一确定, 其他任意荷载下的裂缝应力强度因子都可根据式(1)、(2)确定。

高、低等级公路沥青路面的裂缝总是避免不了的。沥青路面的面层直接承受荷载和外界环境因素作用, 容易产生开裂; 沥青路面通常都是半刚性沥青路面结构, 基层由于施工或材料的变异性, 容易产生裂缝, 并反射到面层; 面层有增厚趋势, 若基层层厚不足或基层强度过低, 都会在面层底部产生较大拉应力, 产生张拉裂缝。为此, 本文将利用权函数理论研究沥青路面面层底裂缝的应力强度因子。

2 沥青路面面层底裂缝应力强度因子分析

利用权函数理论计算沥青路面裂缝应力强度因子, 必须满足以下两个条件: ①找到一种合适的已知应力强度因子和裂缝张开位移的参考状态; ②计算物体

无裂缝时裂缝位置处的应力。不过, 裂缝在特殊几何边界条件下的现成应力强度因子很难找到, 如面层底裂缝受部分约束, 并且参考状态的裂缝张开位移也很难得到。还有, 考虑路面层间部分约束的应力非常复杂, 能否利用路面在层间完全连续或完全光滑时的应力解来求解层间部分约束的面层底裂缝应力强度因子。这些问题都是求解层间部分约束应力强度因子的难点。

2.1 Petriski and Achenbach 位移方法

为了解决裂缝的张开位移问题, Petriski and Achenbach 将裂缝的张开位移 $u(a, x)$ 表示为式(3)^[3], 坐标原点在裂缝口, x 轴为裂缝方向。

$$u(a, x) = \frac{\alpha_0}{H\sqrt{2}} \left[4F(a) a^{\frac{1}{2}} (a-x)^{\frac{1}{2}} + G(a) a^{-\frac{1}{2}} (a-x)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (3)$$

式中

$$G(a) = \frac{|I_1(a) - 4F(a)a^{\frac{1}{2}}I_2(a)|}{I_3(a)} a^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} I_1(a) &= \pi\sqrt{2}\alpha_0 \int_0^a [F(a')]^2 a' da' \\ I_2(a) &= \int_0^a \sigma(x) (a-x)^{\frac{1}{2}} dx \\ I_3(a) &= \int_0^a \sigma(x) (a-x)^{\frac{3}{2}} dx \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

由于

$$\frac{\partial u(a, x)}{\partial a} = \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}H} \left[2\sqrt{a}F(a)(a-x)^{-\frac{1}{2}} + (a-x)^{\frac{1}{2}} \cdot \left| 4\frac{\partial F(a)}{\partial a}\sqrt{a} + \frac{2F(a)}{\sqrt{a}} + \frac{3G(a)}{2\sqrt{a}} \right| + (a-x)^{\frac{3}{2}} \left| \frac{\partial G(a)}{\partial a} \frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{G(a)}{2a^{\frac{3}{2}}} \right| \right] \quad (6)$$

将式(6)代入式(2)便可得到裂缝的权函数, 再代入式(1)可简化成下式:

$$K = \beta_1 \int_0^a \sigma(x) (a-x)^{-\frac{1}{2}} dx + \beta_2 \int_0^a \sigma(x) (a-x)^{\frac{1}{2}} dx + \beta_3 \int_0^a \sigma(x) (a-x)^{\frac{3}{2}} dx \quad (7)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{\sqrt{2}\alpha_0}{K_r} F(a) \sqrt{a} \\ \beta_2 &= \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}K_r} \left[4\frac{\partial F(a)}{\partial a}\sqrt{a} + \frac{2F(a)}{\sqrt{a}} + \frac{3G(a)}{2\sqrt{a}} \right] \\ \beta_3 &= \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}K_r} \left[\frac{\partial G(a)}{\partial a} \frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{G(a)}{2a^{\frac{3}{2}}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

β_1 , β_2 和 β_3 是关于裂缝的几何常数, 计算 β_2 和 β_3 时, 会遇到积分 $\int_0^a F^2(a') a' da'$, 由于被积函数通常是不可积的, 即便可积, 也非常复杂, 故采用高斯数值积分方法积分, 为了达到较高精度, 高斯积分的阶数为六阶。

$F(a)$ 是关于裂缝的一个几何函数, 参考荷载为均匀拉应力 α_0 时

$$F(a) = \frac{K_r}{\alpha_0 \sqrt{\pi a}} \quad (9)$$

参考荷载为集中力 P 时

$$F(a) = \frac{K_r}{2P/\sqrt{\pi a}} \quad (10)$$

参考状态在均匀拉应力 α_0 作用下

$$\left. \begin{aligned} I_2(a) &= \frac{2}{3} \alpha_0 a^{3/2} \\ I_3(a) &= \frac{2}{5} \alpha_0 a^{5/2} \\ G(a) &= \frac{5\sqrt{2}\pi}{2a^2} \int_0^a F(a')^2 a' da' - \frac{20}{3} F(a) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

2.2 待求荷载状态应力 $\sigma(x)$ 的处理

尽管应用权函数方法可以避免裂缝状态下的应力计算, 但也很难找到路面无裂缝时的应力场解析式, 即便经过简化得到解析式, 解析式也很复杂。利用式(7)积分非常困难, 为此, 需要对路面无裂缝时裂缝位置处的应力 $\sigma(x)$ 进行处理。

沥青路面结构和面层底裂缝如图1所示, 图中的 t 和 z 坐标方向分别为路面纵向和竖向。

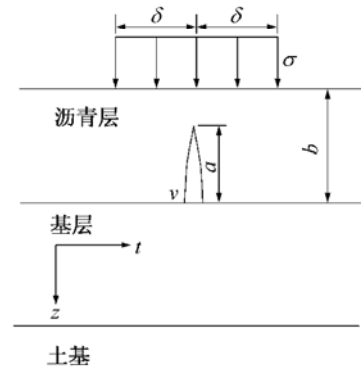


图1 层状路面结构和面层底裂缝示意图

Fig. 1 The layer structure and the bottom crack

根据具体的层间连续条件, 如果层间完全连续或完全光滑, 按照弹性层状理论计算路面无裂缝时在裂缝位置处的应力(所计算的应力是假设路面完整, 不存在裂缝时的应力, 这正是权函数方法的优点, 避开处理裂缝尖端应力的奇异性问题, 并且只需要计算裂缝位置处的应力), 即在路面裂缝位置处(假设路面无裂缝)

布置很多离散点, 假设任意两应力计算点的间距为 da , 计算裂缝位置各点应力值, 然后在相邻两点间进行线性插值, 作为该 da 段的应力值。为了避免应力突变, 任意相邻点应力差应满足精度控制条件, 否则再调整 da 大小。

$$\left| \frac{2f_{i+1}(x) - f_i(x)}{f_{i+1}(x) + f_i(x)} \right| \times 100\% \leq \text{toler} \quad (12)$$

式中 $f_{i+1}(x)$ 和 $f_i(x)$ 分别表示第 $i+1, i$ 个区域的应力代表值; toler 为计算精度控制值, 可根据具体需要选取。所以, 沥青路面面层底裂缝应力强度因子的计算公式为

$$K = \beta_1 \sum_{i=1}^n f_i(x) \int_{(i-1)da}^{ida} (a-x)^{-1/2} dx + \beta_2 \sum_{i=1}^n f_i(x) \int_{(i-1)da}^{ida} (a-x)^{1/2} dx + \beta_3 \sum_{i=1}^n f_i(x) \int_{(i-1)da}^{ida} (a-x)^{3/2} dx \quad (13)$$

路面荷载模式假设为单圆荷载, 轮印圆半径为 10.65 cm, 胎压 q 为 0.707 MPa, 三个结构层的模量分别为 2000, 1000, 50 MPa, 泊松比分别为 0.25, 0.25 和 0.35, 沥青层厚 20 cm, 基层厚 30 cm, 见图 1。

2.3 层间完全连续面层底裂缝应力强度因子计算

假定路面层间完全连续, 包括面层底部界面。则面层底部裂缝受到完全约束, 但这种几何边界条件的裂缝很难找到现成的应力强度因子解。为此, 作如下转化, 对于有限板宽的中心裂缝受均匀拉应力(见图 2)的应力强度因子为^[4]

$$K = \sigma_0 \sqrt{\pi a} \left| 1 - 0.025 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 0.06 \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right| \sqrt{\sec \frac{\pi a}{2b}} \quad (14)$$

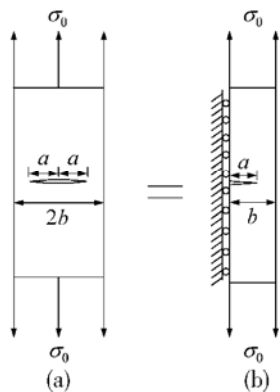


图 2 裂缝应力强度因子的等效性

Fig. 2 Equivalence of stress intensity factors

根据对称性, 在平衡的均匀拉应力作用下, 中心裂缝可以转化为裂缝长度减半、一边受约束的边缘裂缝, 两种裂缝在平衡的均匀拉应力作用下的应力强度因子应相等, 文献[5]也有类似处理。图 2(b) 的几何边界

条件与路面层间完全连续的面层底裂缝相同, 故面层底部裂缝的应力强度因子在均匀拉应力作用下也可用式(14)计算, 即面层底部裂缝在均匀拉应力作用下的几何函数 $F(a)$ 为

$$F(a) = \left| 1 - 0.025 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 0.06 \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right| \sqrt{\sec \frac{\pi a}{2b}} \quad (15)$$

根据 2.2 节计算出层间完全连续时的应力 $\sigma(x)$, 将式(15)代入式(13)便能得到层间完全连续的面层底裂缝的应力强度因子。

2.4 层间部分约束条件下的面层底裂缝应力强度因子分析

通常裂缝在张拉应力作用下会在面层界面发生局部滑动, 将面层界面假设为完全连续是不恰当的, 为此, 先假设面层底面完全光滑, 再在面层底面叠加一个合适的滑动摩擦力, 即可模拟面层底部的部分约束。要确定合适的滑动摩擦力, 就要先确定层间合适的滑动摩擦区域, 因为滑动摩擦区域确定, 层间的滑动摩擦力就很容易确定。滑动区域可根据以下的等效性确定, 当面层底部处于临界静摩擦状态时, 层间仍为连续状态, 此时面层裂缝的应力强度因子应与层间完全连续的面层裂缝应力强度因子相等。临界静摩擦状态的应力强度因子可通过层间完全光滑状态下的应力强度因子与层间临界静摩擦力产生的应力强度因子叠加得到, 即

$$K_1 = K_2 - K_3 \quad (16)$$

式中 K_1, K_2, K_3 分别表示层间完全连续、层间完全光滑和临界静摩擦力产生的应力强度因子。

为了计算层间完全光滑状态下的应力强度因子 K_2 , 也必须找到一种已知应力强度因子的参考荷载状态。由于面层底部完全光滑时, 面层底裂缝可用无约束的边缘裂缝来模拟, 即将图 2(b) 的边缘约束条件变为自由状态即可。据文献[4], 有限宽度的边缘裂缝受均匀拉应力的 $F(a)$ 为

$$F(a) = \sqrt{\frac{2b \tan \frac{\pi a}{2b}}{\pi a}} \cdot \frac{0.752 + 2.02 \frac{a}{b} + 0.37(1 - \sin \frac{\pi a}{2b})^3}{\cos \frac{\pi a}{2b}} \quad (17)$$

因此, 面层底面裂缝在面层界面完全光滑下的几何函数 $F(a)$ 可直接用式(17)表示。将 $F(a)$ 代入式(13), 即可求出面层底面完全光滑时的裂缝应力强度因子 K_2 。公式(13)用到的 $\sigma(x)$ 是在面层底界面完全光滑、其余层间界面完全连续条件下, 路面无裂缝时裂缝位置处的应力。而有限宽度的边缘裂缝受集中荷

载的 $F(a)$ 为^[4]

$$F(a) = \frac{3.52}{(1 - \frac{a}{b})^{\frac{3}{2}}} - \frac{4.53}{(1 - \frac{a}{b})^{\frac{1}{2}}} + 2.13(1 - \frac{a}{b}) \quad (18)$$

同理, 面层底界面完全光滑的面层底裂缝边缘受集中力的裂缝函数 $F(a)$ 可采用式(18), 界面上的摩擦力产生的应力强度因子为

$$K_3 = \frac{2T}{\sqrt{\pi a}} \left| \frac{3.52}{(1 - \frac{a}{b})^{\frac{3}{2}}} - \frac{4.53}{(1 - \frac{a}{b})^{\frac{1}{2}}} + 2.13(1 - \frac{a}{b}) \right| \quad (19)$$

$$T = \mu \int_0^W (\sigma_z + \sigma_y) dt \quad (20)$$

式中 T 为面层底部界面临界静摩擦力(见图3); W 为等效滑动区域(临界滑动状态无滑动, 故称等效滑动区域); μ 为层间摩擦系数, 计算临界静摩擦力时采用临界静摩擦系数, 计算滑动摩擦力采用滑动摩擦系数, 本文分别取 2.0 和 1.5; σ_z 和 σ_y 分别表示车荷载和路面自重面层底面产生的压应力。

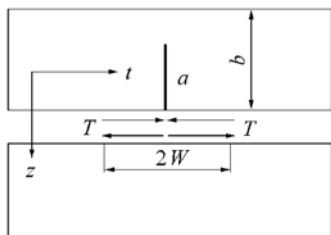


图3 界面静摩擦力示意图

Fig. 3 Friction force on the interface

由于层间临界静摩擦力是关于等效滑动区域的函数, 所以必须进行试算才能确定等效滑动区域 W 。得到等效滑动区域后, 假定临界静摩擦力状态下的等效滑动区域和实际的层间滑动区域相等, 代入滑动摩擦系数到式(20), 计算在面层界面产生的滑动摩擦力, 再根据式(19)计算滑动摩擦力产生的应力强度因子, 和完全光滑条件下的应力强度因子 K_2 叠加, 即得到层间部分约束面层底裂缝应力强度因子 K_1 。

3 讨论

文中提到的临界静摩擦系数是在临界滑动状态下界面间的摩擦系数, 所以必须先测定临界状态下的静摩擦系数, 才可进行相应计算, 但测定过程比较困难。本文计算所用的静摩擦系数和滑动摩擦系数分别取为 2.0 和 1.5。其实, 最核心的是静摩擦系数与滑动摩擦系数的差值, 所以能测出静摩擦系数和滑动摩擦系数的差值, 便可稍微修改程序即可求解面层底部部分约束的面层底裂缝应力强度因子。

4 计算实例

为了更好地应用上述理论, 编制了相应的程序计算沥青路面面层底裂缝的应力强度因子, 分析了应力强度因子与裂缝长度的关系。图4可清楚看出层间完全光滑、层间完全连续和层间部分约束条件下的应力强度因子的差别, 且较大, 这主要是将路面层间连续条件假设为理想的完全连续和完全光滑所致, 因为实际层间条件并非如此, 所以考虑层间部分约束更合理。还可看出, 层间完全连续条件下的应力强度因子偏小, 层间完全光滑偏大。

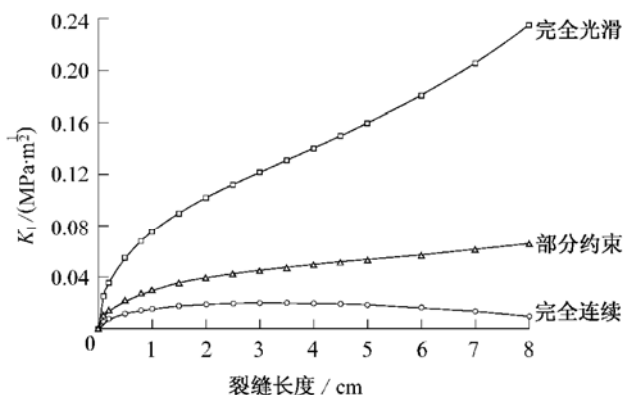


图4 面层底裂缝应力强度因子与裂缝长度关系

Fig. 4 Relation between the stress intensity factor and crack length

5 结语

利用权函数理论得到了沥青路面面层底裂缝在部分约束条件下的应力强度因子的计算方法, 该方法避开了处理裂缝尖端奇异性问题, 计算方便, 非常适合工程应用。并应用了一种新方法分析路面层间部分滑动的摩擦力, 计算相应的滑动区域。

参考文献:

- [1] Bückner H F. A novel principle for the computation of stress intensity factors[J]. ZAMM, 1970, 50(9): 529~ 546.
- [2] Rice J R. Some remarks on elastic crack-tip stress fields[J]. Int J Solids Structures, 1972, 8(10): 751~ 758.
- [3] Petroski H J, Achenbach J D. Computation of the weight function from a stress intensity factor[J]. Engng Fracture Mech, 1978, 10(2): 257~ 266.
- [4] 中国航空院. 应力强度因子手册[M]. 北京: 科学出版社, 1981.
- [5] Wu X R. Approximate weight functions for center and edge cracks in finite bodies[J]. Engng Fracture Mech, 1984, 20(1): 35 ~ 49.