

关于“缓倾角层状岩体失稳的尖点突变模型研究”的讨论

潘岳, 解金玉

(青岛建筑工程学院土木系, 山东 青岛 266520)

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2001)04-0516-03

作者简介: 潘岳, 男, 1947 年生, 1970 年毕业于东北大学工程力学专业, 现为青岛建筑工程学院教授, 从事岩土力学与结构稳定性方面的分析研究工作。

采用突变理论方法讨论滑坡问题的想法是好的。刘军先生在《岩土工程学报》2001 年第 1 期上发表的“缓倾角层状岩体失稳的尖点突变模型研究”^[1]一文(以下简称原文), 在这方面做了一些有益的工作, 例如引入降水弱化函数, 但文中有关假设及分析尚须进一步研究, 现提出与作者商榷。*

(1) 关于分析模型

岩体下滑是由于其下滑带剪切破坏。作者假设厚为 H 的滑带由两部分组成, 一部分为均质软弱泥岩, 另一部分为坚实均质弹性岩体。泥岩在其峰值抗剪应力 τ_0 后弱化段的应力-应变或应力-位移关系为

$$\tau = \tau_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{y_1}\right)^2\right] = \tau_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{u_1}\right)^2\right] \quad (1)$$

式中 $u = yH$, $u_1 = y_1H$ 。式(1)的图形如图 1 所示。当 $u = 0$ 时, $\tau = \tau_{\max} = \tau_0$; 当 u 增大时, 图形成反弯状减小。滑带弹性段的应力-应变或应力-位移关系为

$$\tau = G\gamma = G\frac{u}{H} \quad (2)$$

其图形如图 1。当 $u = 0$ 时, 弹性段抗剪应力 $\tau = 0$; 随着 u 增大, 滑带弹性段抗剪力可无限提高。厚为 H 的滑带内应变 γ 都相同, 滑带上面相对于基岩面的切向位移 u 也相同, 泥岩内剪应力最大时, 弹性段内剪应力反而为零, 这能反映滑带内的主要受力特性吗。

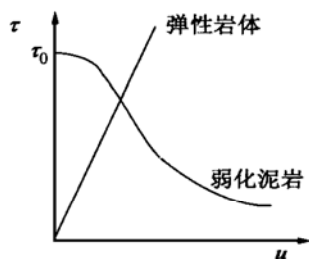


图 1 文献[1]的滑移带分析模型

Fig. 1 Analysis model of the slide surface of reference[1]

(2) 关于原文的量纲

作者建立滑坡体系的总势能为

$$V = \int_0^u \tau_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{u_1}\right)^2\right] du + \frac{Gu^2}{2H} - mg \sin \alpha \quad (3)$$

式中 $mg \sin \alpha$ 的量纲是力 × 长度, 单位是 $N \cdot m$ 。这样对式(3)中第一、第二项则要说明取岩体单位厚度并分别乘以 l_f , l_e 。第一、第二项才具有力 × 长度的量纲, 其中 l_f , l_e 分别是软弱泥岩和坚实弹性段的长度。由此, 作者在原文中的式(4) ~ (5)、式

(7) ~ (17) 中凡有 τ_0 处要乘 l_f , 凡有 G 处要乘上 l_e 。同时原文式(15), (16) 中的 $a = 3(\lambda - 1)$, $b = 3(1 + \lambda - \zeta)$ 要改为 $a = 3(\lambda \frac{g_2(\omega)}{g_1(\omega)} - 1)$, $b = 3(1 + \lambda \frac{g_2(\omega)}{g_1(\omega)} - \zeta)$ 。

(3) 关于尖点平衡曲面的形状和坐标轴方向

作者得到以 a , b 为控制变量尖点突变模型的平衡方程和分叉集方程分别为

$$x^3 + ax + b = 0 \quad (4)$$

$$4a^3 + 27b^2 = 0 \quad (5)$$

并将式(4)的图形、原点及 a , b 轴方向画成如图 2。实际上式(4)的图形、原点及 a , b 轴的方向应如图 3。以下给予证明。

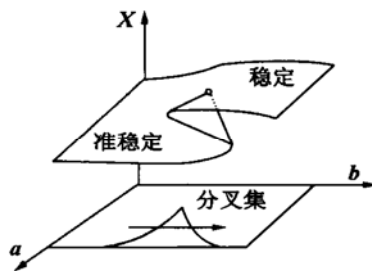


图 2 文献[1]中尖点平衡曲面图形

Fig. 2 Graph of equilibrium surface of the cusp model in reference[1]

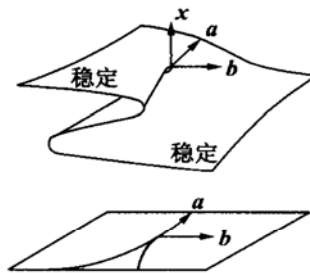


图 3 尖点平衡曲面的正确图形

Fig. 3 Accurate graph of equilibrium surface of the cusp model

式(4)关于 x 反对称, 且 $a = 0$, $b = 0$ 时 $x = 0$, 故原点应在尖点处。置 $b = 0$, $a < 0$ 时, 式(4)有三个解: $x = 0$, $x = \pm \sqrt{-a}$, 它们分别位于中叶(含 $x = 0$)及上、下叶上, 故 a 轴的方向与图 2 所示相反。式(4)又称卡丹尔方程, 见文献[2], 若记 $\Delta = (\frac{b}{2})^2 + (\frac{a}{3})^3$, 则式(4)的三个解可写成

* 讨论稿收稿日期: 2001-03-13

答复稿收稿日期: 2001-05-28

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \sqrt[3]{-\frac{b}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{b}{2} - \sqrt{\Delta}} \\ x_2 &= \omega \sqrt[3]{-\frac{b}{2} + \sqrt{\Delta}} + \omega^2 \sqrt[3]{-\frac{b}{2} - \sqrt{\Delta}} \\ x_3 &= \omega^2 \sqrt[3]{-\frac{b}{2} + \sqrt{\Delta}} + \omega \sqrt[3]{-\frac{b}{2} - \sqrt{\Delta}} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 $\omega = (-1 + i\sqrt{3})/2$ 。当 $\Delta = 0$ 即分叉集方程式(5) 得到满足且 $(\frac{b}{2})^2 = -(\frac{a}{3})^3 \neq 0$ 时, 式(4) 的三个实数解两个相等, 且当 $b > 0$ 时, $x_1 = 2\sqrt[3]{-\frac{b}{2}} < 0$, $x_2 = x_3 = \sqrt[3]{\frac{b}{2}} > 0$, $|x_1| = 2x_2 = 2x_3$ 。故平衡曲面应如图3中的反S形, 而非如图2中的S形。另外, 在平衡曲面上 $\frac{\partial V}{\partial x} = x^3 + ax + b = 0$, 总势能对 x 的2次导数 $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 3x^2 + a$ 。由数学力学原理知, 在曲面中叶(含 $x = 0$) 上, $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} < 0$, 故状态不稳定; 而在上、下叶上 $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} > 0$, 故状态稳定, 不能随意地在下叶上写上或判定为准稳定的。

(4) 关于体系总势能

作者建立滑坡体系总势能(见式(3))时概念有误, 这个失误在用突变理论讨论岩土介质本构破坏问题的文献中不是第一次出现, 予以指出要从根本上谈起, 故须占用一些篇幅。

总势能概念与势能驻值原理有关, 而势能驻值原理由下述的虚位移原理导出。变形体虚位移原理: 变形体处于平衡(静止或运动很缓慢)状态的充分和必要条件是, 对于与支承的约束条件相协调的任意微小虚位移, 外力虚功 δW 等于变形体虚应变能或应变能变化 δU , 即

$$\delta W = \delta U \quad (7)$$

由于产生虚位移时外力早已存在, 故外力虚功等于各个外力与其相应虚位移乘积之和。同理, 对于产生虚应变时变形体内早已存在的应力分量, 其虚应变能或应变能的变化等于这些应力分量与相应虚应变的乘积之和; 对于虚应变前为零, 但因虚应变而新产生的应力分量, 新应力分量与相应虚应变的乘积前要乘 $1/2$ 。所有这些乘积再在变形体内作体积积分便是虚应变能或应变能变化 δU 。

外力虚功 δW 增加, 外力势 V 减小, 外力势变化

$$\delta V = -\delta W \quad (8)$$

由式(7), (8)得 $\delta U + \delta V = 0$, 即

$$\delta \Pi = \delta(U + V) = 0 \quad (9)$$

式中 $\Pi = U + V = U - W$ 为体系具有的总势能, 它是应变能 U 和外力势能 $V = -W$ 的和, W 则为外力所做的功。式(9)便是著名的势能驻值原理。

“在应用势能驻值原理时, 一个体系的总势能可定义为从某一参考状态算起的势能增量, 例如研究轴压杆屈曲问题时, 取杆刚要屈曲前的直线状态为参考状态, 那么 U 应是从未屈曲到屈曲后的应变能增量, W 就是杆从直线状态到弯曲状态时外力所做的功。 U 和 W 中都不包括处在直线状态时的轴向压缩应变能和外力功”^[3]。

举简单例子说明总势能的建立。对于图4中两端简支压杆的屈曲问题, 要取刚要屈曲的直杆状态为参考态, 设杆屈曲后的微弯曲线方程为 $y = y(x)$, 它为满足支承约束的微小位

移, 不计剪力影响, 则变曲后应变能变化仅为

$$U = \int_0^l \frac{1}{2} EI \kappa^2 dx = \int_0^l \frac{1}{2} EI (y'')^2 (1 + y'^2)^{-3} dx \quad (10)$$

如前所述, 式中 $1/2$ 是因为在参考态即刚要屈曲的直杆中弯曲应力为零的缘故, 而 $\int_0^l dx$ 在此是表示在变形体内做体积积分。外力功 $W = P \cdot \Delta l$, Δl 为因杆微弯曲而力 P 作用点下降的距离。略去 $(y')^4$ 以上高阶微量后可得 $\Delta l = \frac{1}{2} \int_0^l (y')^2 dx$, 于是外力功

$$W = P \Delta l = \frac{1}{2} \int_0^l P (y')^2 dx \quad (11)$$

总势能

$$\Pi = U - W = \frac{1}{2} \int_0^l EI (y'')^2 (1 + y'^2)^{-3} - P (y')^2 dx \quad (12)$$

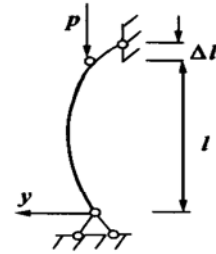


图4 压杆的分析模型

Fig. 4 Analysis model of the pressed pole

原文建立滑坡体系总势能时, 也应当根据问题的性质来选定参考态。作者的总势能式(3)中的第三项 $mg \sin \alpha$ 是外力功 W , 故可看出作者是以 $u = 0$ 为参考态。这样滑带弹性段的应变能变化由式(2) 可得为 $\frac{1}{2} \tau_0 H l_e = \frac{1}{2} G \gamma^2 H l_e = \frac{G l_e}{2H} u^2$, 式中 $H l_e$ 为弹性段体积, 前面的 $1/2$ 是因为 $u = 0$ 时, 弹性段内剪应力 $\tau = 0$ 。但滑带泥岩段由式(1) 知, 在 $u = 0$ 时 $\tau = \tau_0 \exp[-\frac{1}{2}(\frac{u}{u_1})^2]_{u=0} = \tau_0$ 早已存在, 故在微小微移 u 时, 泥岩段耗散的能量(即引起的能量变化)为 $\tau_0 H l_f = \tau_0 \frac{u}{H} H l_f = \tau_0 l_f u$, 式中 $H l_f$ 为泥岩段的体积, 而不是作者在式(3) 或原文中的 $\int_0^u \tau_0 \exp[-\frac{1}{2}(\frac{u}{u_1})^2] du$ 。注意 $\int_0^u du$ 是对位移积分, 它并不同于式(10) 中的 $\int_0^l dx$ (是在对变形体作体积积分)。这里顺便指出, 在以往应用突变理论研究岩土介质本构破坏问题的文献中, 不止一次地出现把对位移积分 $\int_0^u du$ 去混同于体积积分的概念错误。

(5) 关于跳跃性失稳机制

原文在图2中标明, $\lambda \frac{g_2(w)}{g_1(w)} \leq 1$ 时, 岩体是以跳跃形式失稳。跳跃是瞬间的不连续变化行为, 在平衡曲面上从下叶跳到上叶是伴有系统内能量跃迁的。在地震、岩爆和岩样压溃试验中, 围岩和压机内都有大量弹性能瞬间释放, 其内弹性应变能因此发生跃迁, 同时促使局部岩体和岩样发生脆性破坏, 那才是系统状态发生跳跃性失稳。在那里围岩与局部岩体、压机与岩样是串联关系。原文中释放重力势能的岩体下滑是连续变化行为, 而滑带泥岩段和弹性岩体段是并联关系, 它们在变形

过程中只都吸收能量。系统中没有弹性能瞬间释放机制,不会有能量跃迁,也不会有岩体状态的跳跃性失稳。需要指出,这里并不是说滑坡问题中都没有弹性能瞬间释放机制,而是说原文中没有。

对问题所建立的突变模型,应当反映对原型作实际观察或试验结果的各项主要特性,不能得到一个 3 次展开式便认为已告成功。

参考文献:

- [1] 刘 军. 缓倾角层状岩体失稳的尖点突变模型研究[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(1): 42~44.
- [2] 数学手册编写组. 数学手册[M]. 北京: 人民教育出版社, 1979. 88~89.
- [3] 夏志斌. 结构稳定理论[M]. 北京: 高等教育出版社, 1988. 64~67.

对“缓倾角层状岩体失稳的尖点突变模型研究”讨论的答复

刘 军, 张倬元

(成都理工学院 环境与土木工程学院, 四川 成都 610059)

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2001)04-0518-01

作者简介: 刘 军, 男, 1965 年 11 月生。目前在成都理工学院攻读博士学位。

在“缓倾角层状岩体失稳的尖点突变模型研究”一文中(以下简称原文), 我们主要有两个意图: ①目前所建立的边坡岩体失稳的尖点突变模型均忽视了地下水的作用, 而地下水是影响边坡稳定性的一个重要因素; ②“红层”地区边坡失稳尚未建立尖点突变模型。基于上述想法, 我们引入水致弱化函数建立了四川某公路深挖路堑附近某边坡岩体失稳的尖点突变模型。没想到潘岳等老师对原文很感兴趣, 很高兴在此做一些讨论。

突变理论在其发展初期主要是解决数学上的一些问题, 即说明“参数的连续变化怎样会引起不连续现象的”。是为了对一个光滑系统中可能出现的突然变化作出适当的、主要是定性的描述。在其产生初期, 遭到了许多学者的批评, 认为突变理论是“一些奇妙的观察伴随着完全无根据的推测”, 是“没有穿衣服的皇帝”等, 然而, 这并没有妨碍突变理论在各个学科领域中的应用。突变理论最大的优点是若干个状态变量和控制变量便可描述非常复杂的系统, 这表明其特别适合于内部作用尚属未知的系统的研究。^{*}

边坡岩体系统是一个复杂的系统, 其失稳与地下洞室顶板岩体的塌方冒落不一样, 前者需要一个明确的滑面, 更明确地

说需要一个滑面带, 正如潘岳等老师指出的一样, 滑面带岩体的剪切破坏使边坡岩体失稳。滑面带岩体的力学性质是极复杂的, 我们对该边坡进行野外调查时发现, 滑面带有些部位由泥岩组成, 有些部位由砂岩组成, 而且很难将二者区分, 在实验数据上表现出较大的离散性。砂岩由于强度较高, 相当于锁固段或所受剪应力小, 具有应变硬化的特性, 其抵抗变形的能力随变形的增大而增大; 泥岩由于强度较低, 具有应变弱化的特性, 其抵抗变形的能力随变形的增大而减小(见原文参考文献[3]67页)。基于上述考虑, 我们将滑面带假设为由弹性段和损伤弱化段组成, 这也是边坡突然启动的前提, 否则边坡以缓慢蠕滑的方式滑动, 与潘岳等老师所指出的含义一样, 在这种情况下, 就不能应用突变理论对边坡的稳定性进行分析研究。在所建立的总势能函数中, 的确应包含弹性段和损伤弱化段的长度 l_e 、 l_f , 原文凡有 G 处需乘 l_e , 有 τ_0 处需乘 l_f , 且在两个状态变量的相应部位均需乘相应的长度 l_e 或 l_f 。严格地说, 坐标轴的建立应与潘岳等老师指出的一样, 但某些学者(如 S. Henley、John M. Cubitt、仪垂祥等, 见原文参考文献[1], [2], [9]) 坐标轴的表示方法与笔者一致。

关于“颗粒分析中密度计法土粒粒径计算公式研究”的讨论

王奎华

(浙江大学 建筑工程学院岩土工程研究所, 浙江 杭州 310027)

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2001)04-0518-02

作者简介: 王奎华, 男, 1965 年 7 月生, 1997 年获浙江大学岩土工程专业博士学位, 1999 年 6 月从浙江大学仪器仪表博士后流动站出站, 现为浙江大学岩土工程研究所副研究员, 硕士生导师。主要从事桩的振动理论研究、土木工程测试技术开发及研究生实验土力学课程教学等工作。

笔者学习了发表于《岩土工程学报》2001 年第 2 期(第 23 卷)的论文“颗粒分析中密度计法土粒粒径计算公式研究”(作者: 赵忠义, 王 健等, 以下简称原文)后, 深有感触, 觉得作为岩土工程学科重要组成部分之一的土工试验机理和方法, 应该

受到进一步重视和关注。

* 讨论稿收稿日期: 2001-04-29

答复稿收稿日期: 2001-05-28