

耦合算法原理及有限元与 DDA 的耦合^{*}

Coupling of FEM and DDA Method

郑榕明¹, 张勇慧², 王可钧²

(1. 香港理工大学 土木与结构工程系, 香港; 2. 中国科学院武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071)

摘要: 岩土工程中常用的数值分析方法各有其优越性和局限性。对地质条件复杂, 既有连续性又有非连续性的实际问题, 为求得更好的结果, 可采用多种数值方法耦合模拟。介绍了一些耦合算法的原理和编程方法, 详述了有限元与 DDA(不连续变形分析)的耦合算法, 并给出了计算实例, 证明了耦合方法的优越性。

关键词: 耦合算法; 并列模块; 串列模块; 不连续变形分析

中图分类号: TU 43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2000)06-0727-04

作者简介: 郑榕明, 男, 1960年生, 1992年毕业于香港大学土木系。现任职于香港理工大学土木与结构工程系, 副教授。从事岩土工程方面研究, 主要研究项目有离散元, DDA方法, 边坡稳定, 桩基动测及数值计算。

CHENG Yung-ming¹, ZHANG Yong-hui², WANG Ke-jun²

(1. Department of Civil and Structural Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China; 2. Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract: Each kind of numerical analysis method in geotechnical engineering has its advantages and limitations. Coupling analysis is often used to model complicated geotechnical problem which involves both continuum and discontinuum. The theory of coupling and the couple method of FEM and DDA are introduced. An example is given to prove the advantages of this couple method.

Key words: couple method; dependent module; independent module; DDA

1 前言^{*}

岩土力学的研究方法有很多种, 可分为连续介质力学方法和非连续介质力学方法。连续介质力学方法(如有限元)适合求解连续介质的问题, 非连续介质力学方法(如 DDA, DEM 等)适合求解大位移大变形甚至块体运动(如边坡滚石, 顶煤放落)等非连续介质的问题。但大多数实际问题常常包含连续和非连续两种介质, 采用其中任一种方法模拟都是不准确的。为了使数值模型更符合实际工况, 可在不同的区域采用不同的模型, 两种区域的界面上保持位移和力的相容条件, 这就是所谓的耦合算法。笔者数年前研究过有限元与离散元的耦合算法^[1], 并模拟了放顶煤问题。本文主要介绍耦合算法的原理及有限元与 DDA 的耦合算法, 并给出了计算实例。

2 耦合原理

2.1 耦合模型

所谓耦合方法, 就是同时用多种方法解决一个问题, 从而利用各种方法的优点, 克服其缺点。如图 1, 针对不同的计算条件将计算域划分为两部分, 各采用不同的模型模拟, 在交界面上保持位移连续条件和力或应力平衡条件。当然也可以是三种不同的区域采用三种不同的计算方法, 三种方法两两耦合, 界面上保持

位移和力的相容条件。不过这种情况较为复杂, 此处不予讨论。

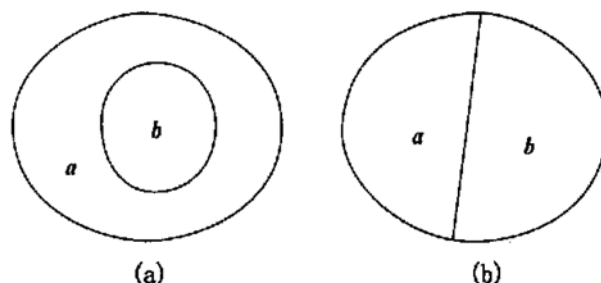


图 1 耦合模型

Fig. 1 Model of couple method

2.2 耦合编程方法

一般的耦合编程方法有以下两种, 一种是将两种方法作为两个子模块写到同一个程式中, 变量名统一, 前后语法一致, 界面上位移和应力的传递通过变量名的传递来完成。这种方法可称为串列模块法, 其工作框图如图 2 所示。这种方法的缺点是不能够使用现成的程序, 而且要做的改动很大。另一种方法可以称为并列模块法, 取两个独立的模块, 可以是两个不同语言编写的不同风格的程序, 甚至可以是他人做好的软件, 两个程序仅通过外部数据文件交换数据。这种方法的优点是占用内存比较小, 可以使用现成的软件而

不需要做修改,其工作框图如图3所示。缺点是必须采用批处理命令,一个程序结束后,须跳到DOS界面,启动另一个程序计算,这样所耗费的时间比第一种方法要多。

在计算机早期发展阶段,内存一般很小,解较大的工程问题必须采用第二种并列模块法^[2]。但是现在计算机发展很快,微机内存一般在64 M或以上,解一般的工程问题是足够的。而对于耦合计算,一般要做多个循环步(如1000步),所以主要考虑计算的速度和编程的方便。因此,笔者在第一种串行模块法的基础上做了改进,使编程的方法更为容易,计算的速度也更快。

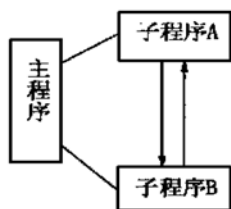


图2 串行模块法

Fig. 2 Dependent module

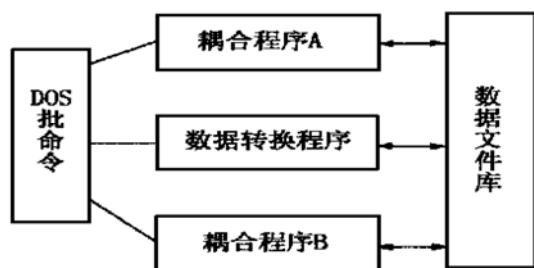


图3 并列模块法

Fig. 3 Independent module

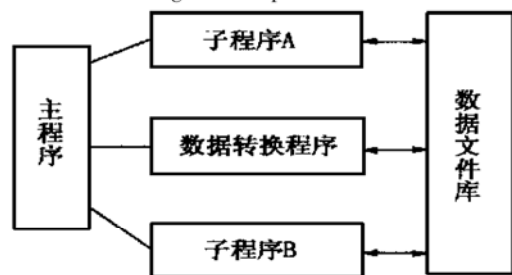


图4 本文方法

Fig. 4 The method of this paper

具体的做法是:设有两个相互独立的程序,把它们改写成子程序放入同一个程序中,所有的变量名和语法都不需要改动,仅仅需要加几条输入输出语句。两个子程序就通过这些输入输出语句与一个外部文件交换数据,而两个子程序相互之间并没有直接联系。其工作框图如图4所示。这样做对程序的改动非常小,程序之间也不需借助批命令和DOS界面联系,可节省不少时间。

3 有限元与DDA的耦合算法

有限元是比较成熟的解决连续介质问题的方法,DDA是90年代才兴起的不连续变形分析方法,近年有很多学者对这一方法作了研究。笔者曾经用DDA方法模拟了滚石、开挖等动态问题^[3~5],但有限元与DDA的耦合算法目前尚很少见到。Kuokai Shyu等人在DDA块体内部设置有限元网格以求块体内部应力分布^[6]。这种内部耦合的方法不在本文讨论之列。笔者在研究DDA方法的基础上,运用自编的有限元和DDA程序编制了一个耦合程序,希望能起到抛砖引玉的作用。

3.1 耦合过程

如图5所示,有限元域A与DDA域B的交界面为C,有限元与DDA均可以是任意多边形网格,关键在于交界面上有限元的单元节点必须与DDA的块体角点重合,这样才可满足交界面上的位移和应力相容条件。具体的计算过程如下:

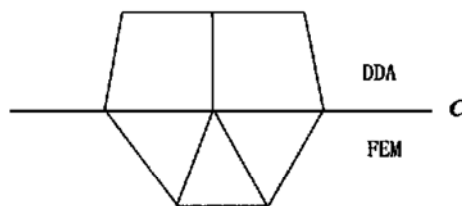


图5 耦合边界示意图

Fig. 5 Interface of coupling

(1) 设计算循环数 $N = 0$, 时步 $T = 0$ 。

(2) 根据外边界条件用有限元模拟整个区域(包括A和B),算出整个区域的初始应力和交界面C上的位移及节点力。

(3) 将刚算出的边界节点力反向加到与其对应的两个或多个DDA块体的角点上,作为外荷载,用过程(1)算出的区域B的初始应力作为DDA的初始应力,对区域B进行DDA方法的模拟,并求出交界面上每个角点的位移,每个角点所分配力的大小按其所在块体的面积所占的比率分配。

(4) 用过程(3)算出的交界面C的位移加上过程(2)算出的C的初始位移作为A的位移内边界对A进行有限元模拟,求出交界面C上节点的力。如DDA多个角点对应有限元的同一个节点,可将位移平均后赋给该节点。

(5) 赋 $N = N + 1$, 转到过程(3)继续计算直至达到预设的循环步数或满足预设的收敛条件。例如,可预设一个微小的正值,当最大位移小于该值时可认为计算收敛。

3.2 刚体位移的消除

在耦合计算过程中, 当从 DDA 区域内移走块体时(如开挖), 由于重力等因素作用, 在交界面上将产生不平衡力, 该不平衡力将引起块体作刚体运动^[7]。因此, 为使迭代过程收敛, 须在有限元域内加一相对固定点 P , 以消除 DDA 域内的刚体位移。具体的实施过程如下。

设有限元位移矩阵 $\{u\}$ 中只有第 i 元素有单位位移, 其它元素为零。可求出此时交界面 C 上的节点力矢量 $\{F^i\}$, 及 P 点的位移 u_p^{oi} 和 v_p^{oi} 。然后, 对每个交界面节点沿 X 方向给一个单位位移, 可求得 P 点位移 u_p^{rx} 和 v_p^{rx} , 及交界面的力 $\{F^{rx}\}$ 。同样, 对 Y 方向也可得交界面力 $\{F^{ry}\}$ 及 P 点位移 u_p^{ry} 和 v_p^{ry} 。

假定所有交界面节点给定相同的位移 a_x^i 和 a_y^i , 即刚体位移。利用迭加原理可得 P 点位移

$$\begin{aligned} u_p^i &= u_p^{oi} + a_x^i u_p^{rx} + a_y^i u_p^{ry} \\ v_p^i &= v_p^{oi} + a_x^i v_p^{rx} + a_y^i v_p^{ry} \end{aligned} \quad (1)$$

交界面节点的总位移除项需加单位位移外, 有

$$u_b^i = a_x^i v_b^i = a_y^i \quad (2)$$

因此, 点 P 相对交界面节点不动应满足如下条件:

$$\begin{cases} u_p^i - u_b^i = 0 \\ v_p^i - v_b^i = 0 \end{cases} \quad (3)$$

将式(1), (2)代入(3), 可得

$$\begin{cases} u_p^{oi} + a_x^i (u_p^{rx} - 1) + a_y^i u_p^{ry} = 0 \\ v_p^{oi} + a_x^i v_p^{rx} + a_y^i (v_p^{ry} - 1) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

由上式可得 a_x^i 和 a_y^i , 从而可求节点力:

$$\{F'^i\} = \{F^i\} + a_x^i \{F^{rx}\} + a_y^i \{F^{ry}\} \quad (5)$$

式中 $\{F'^i\}$ 实际上是修改后的刚度矩阵的第 i 列, 当 i 从 1 到 $2n$ 重复上述过程, 可以得到一个新的刚度矩阵 $\{K'_b\}$, 用新刚度矩阵计算可消除 DDA 域的刚体位移。

4 算例分析

4.1 计算模型和计算参数

地下洞室开挖是岩土工程中经常遇到的问题, 开挖近区受开挖的影响很大, 用连续的方法模拟已不适合, 而远区受开挖的影响较小, 呈连续状态, 用离散的方法模拟会带来误差。单一的有限元计算位移偏小, 单一的 DDA 计算位移偏大^[5], 故对近区采用 DDA 方法模拟, 远区用有限元模拟。

如图 6 所示有限元计算网格, 整个计算域大小为 $700 \text{ m} \times 550 \text{ m}$, 左右边界 X 方向固定, 下边界 X 、 Y 方向固定, 内部留有一个 $200 \text{ m} \times 60 \text{ m}$ 的空区域作为近

区 DDA 计算域。

图 7 是 DDA 计算网格, 由一组 $45^\circ \times 135^\circ$ 正交节理切割而成, 内部半圆形开挖, 取开挖边界上 A , B , C , D 四点观察位移变化。

计算参数取 $E = 1 \times 10^{10} \text{ Pa}$, $\mu = 0.34$, $t = 0.001 \text{ s}$, $\rho = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $c = 1 \times 10^4 \text{ Pa}$, $\varphi = 25^\circ$, $K_n = 8 \times 10^9 \text{ Pa/m}$, $K_s = 2.7 \times 10^9 \text{ Pa/m}$ 。

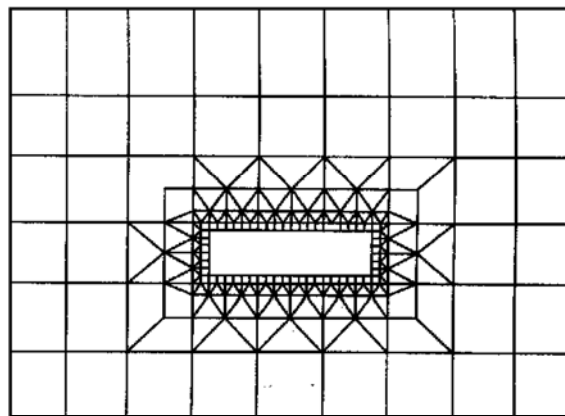


图 6 有限元计算网格

Fig. 6 Mesh of FEM

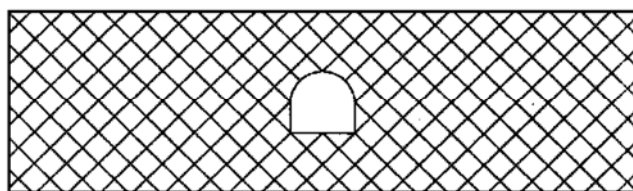


图 7 DDA 计算网格

Fig. 7 Mesh of DDA

4.2 计算过程

笔者自编的程序, 有良好的用户界面, 既可进行有限元与 DDA 的耦合计算, 又可进行单一的 DDA 计算。在耦合计算时, 必须预先准备一个数据交换文件, 里面包括有限元的节点号和相应的位移(初次赋零)。

4.3 计算结果分析

为了与单一方法进行比较, 笔者用 DDA 方法重新模拟了以上区域, 计算网格如图 8 所示, 计算参数与上相同, 计算结果与耦合算法的结果一同示于表 1, 从中不难发现以下结论:

(1) 如图 9, 在洞周四点, 由于开挖均有倾向洞内的位移, 这反映了开挖引起的底鼓, 侧压及洞顶位移。其中侧向位移较大, 这与洞周块体的形状是有关的。

(2) 耦合算法位移小于 DDA 算法, 因为 DDA 是块体理论, 算出的位移大于相应的有限元部分。

表 1 耦合算法与 DDA 算法的洞周测点位移

Table 1 Displacement of measure points in DDA method and couple method

算法	A 点		B 点		C 点		D 点	
	X 方向	Y 方向	X 方向	Y 方向	X 方向	Y 方向	X 方向	Y 方向
耦合算法	0.63	-45.2	-0.62	52.0	-125.7	-47.2	127.8	-49.4
DDA 方法	1.23	-52.8	-1.09	66.2	-138.3	-53.8	140.9	-54.7

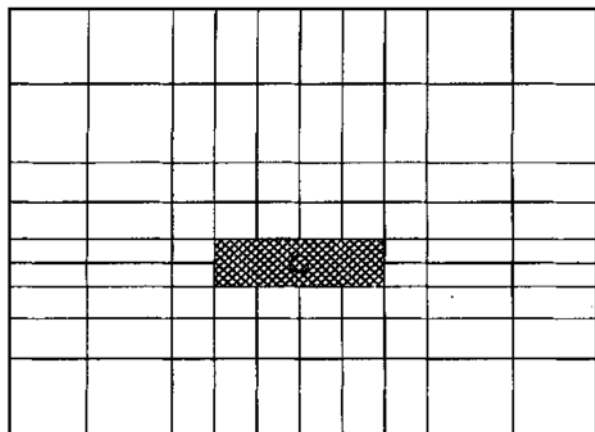


图 8 单一 DDA 计算网格

Fig. 8 Compute grid of single DDA

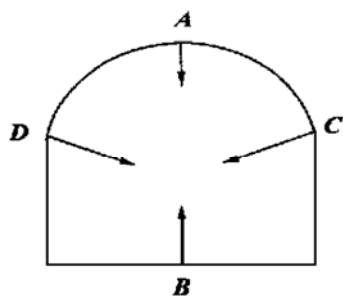


图 9 耦合算法洞周测点矢量图

Fig. 9 Displacement of measure points in couple method

(3) 本次计算在内存为 64 M, 速度为 450 M 的 PC 机上进行, 计算一个时步的时间, 单一 DDA 方法约需 11 s, 本文耦合方法需 11 s, 用 DOS 批命令连接的耦合算法最长, 约需 18 s。

(4) 单一 DDA 算法共 368 块体, 须开数组 300000, 约占内存 2.4 M, 耦合算法须开数组 310 000 (DDA 180000, FEM 130 000), 约占内存 2.5 M。

5 结 论

DDA 方法适用于动态问题, 有限元方法适用于连续体问题。本文论述了耦合方法的原理, 并用 DDA 与有限元的耦合算法模拟了地下洞室的开挖, 证明了耦合算法的可行性, 及其与单一算法比较的优越性。耦合算法必然在复杂地质条件的岩土工程中具有广阔的应用前景。

参考文献:

- [1] 张勇慧, 王可钧, 谢 菁. 有限元和离散元耦合数值法及其在放顶煤中的应用[J]. 湘潭大学自然科学学报, 1993, 15 (增): 105~112.
- [2] Wang Kejun, Zhang Yonghui, Xie Jing. Program structure of independent modules applied to coupling analysis[A]. Lee C K K, Tham L G, Cheng Y K, eds. Proc Int Conf Computational Methods in Stru and Geo Engg[C]. HongKong: COMSAGE Press, 1994. 1238~1243.
- [3] Zhang Yonghui, Cheng Yungming. The extension and application of DDA method[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(2): 109~111.
- [4] 张勇慧, 郑榕明. DDA 方法中的块体旋转及其在滚石问题中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 17(增): 834~839.
- [5] 张勇慧, 邱祥波, 朱维申, 等. DDA 方法在溪洛渡地下厂房群开挖中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(增): 945~947.
- [6] Kuokai Shyu, Reza Salami M, Shahbazi A. Numerical modeling of deformable particles[A]. Proc 1st Int Forum on DDA[C]. Berkeley, USA, 1996. 446~453.
- [7] 王泳嘉, 邢纪波. 离散单元法及其在岩土力学中的应用[M]. 沈阳: 东北工学院出版, 1991.

因版面拥挤, 本刊所载的兄弟期刊征订启事部分有删减, 敬请兄弟期刊见谅!

本刊编辑部