

地应力渗流共同作用下洞室围岩加锚 稳定的可靠度计算*

Reliability assessment of rockbolt reinforced underground structures influenced by seepage and underground stress field

刘宁, 邵国建, 王媛
(河海大学土木工程学院, 江苏南京 210098)

摘要: 考虑初始地应力、渗流荷载、岩体和锚杆(索)参数随机性影响, 模拟施工开挖步序, 提出了地下洞室围岩稳定的非线性随机有限元法和可靠度计算方法, 在计算出可靠度的同时还可得出围岩和加锚元件变形、应力的均值和标准差, 文末对某一实际工程进行了计算和分析, 得出了若干有益的结论。

关键词: 地下结构; 随机有限元; 可靠度; 非线性

中图分类号: TU 457 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2000)06-0711-05

作者简介: 刘宁, 男, 1967年生, 河海大学工程力学系博士、清华大学水利水电工程系及香港科技大学土木工程系两站博士后。现为河海大学土木工程学院副院长, 兼工程力学系主任、工程力学研究所所长, 教授、博士生导师。

LIU Ning, SHAO Guo Jian, WANG Yuan

(College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: By taking account of the random variability of initial underground stress, seepage and material properties of both rockmass and rockbolt, based upon nonlinear stochastic finite element method, a method of reliability assessment is suggested for the safety of underground structures. By using the method, the excavation procedure can be simulated step by step. The mean value and standard deviation of displacement and stress of both rockmass and rockbolt can also be conveniently obtained. Applications to a practical engineering project are given to demonstrate the suggested method. Some useful conclusions are also obtained.

Key words: underground structure; stochastic finite element; reliability; nonlinear

1 前言*

众所周知, 地下洞室工程的围岩稳定状态是由开挖扰动应力和岩体材料抗力确定的^[1]。围岩的开挖扰动应力取决于天然地应力场、地下水渗流以及地下岩体构造及材料参数等。而影响开挖应力的这些因素, 不可避免地存在着不确定性。目前国际上已出现多种随机有限元法^[2], 由于岩体的非线性效应, 线弹性随机有限元法已不能胜任。综观国内外文献, 可以看出非线性随机有限元方法可分3类: ①M-C法, 该法效率较低, 不易应用于大型工程; ②摄动法, 由Hisada等人提出^[3], 但该法未对摄动幅度的敏感性给出必要的证明; ③偏微分法, Liu和Kiureghian等人提出^[4], 但采用了全量理论, 且只适用于几何非线性。本文为反映加载路径, 在文献[5]工作的基础上, 给出了适用于洞室围岩稳定分析的基于增量理论的三维弹塑性偏微分随机有限元列式。

在地下洞室围岩稳定的可靠度计算中, 较难解决的是初始地应力场和渗流场的随机性描述。笔者在文献[6]中考虑了地应力测点应力量测值的随机性以及

回归模型的不确定性, 提出了方差回归和二次回归的计算方法, 由地应力资料可得出初始地应力场。但对于渗流场的随机性, 目前国内外研究得还不是很成熟, 只零散地出现几篇报导。为反映渗流场随机性的影响, 本文提出了一种简化的计算方法, 该法可以在两次不同工况渗流场计算的结果上近似地估算出渗流场的随机特性, 半定量地探讨随机渗流场的影响程度。锚固元件的仿真模拟也是一个经常遇到的问题。由于锚杆(索)的长度、间距以及与岩体的胶结程度存在着一定的随机性, 如果采用等效的方法确定锚杆(索)的力学参数, 必然使得所得参数为随机, 为此本文也提出了可考虑锚固元件参数随机性的计算方法。

2 非线性随机有限元的计算方法

由随机有限元基本公式可知^[2], $\partial\{u\}/\partial X$ 以及 $\partial\{\sigma\}/\partial X$ 是计算的关键。对常规非线性有限元的初应力法, 采用随机有限元的偏微分技术^[5], 在第K级

* 基金项目: 南京市留学回国人员科研基金资助项目
收稿日期: 1999-10-11

增量的第 i 迭代步内, 有

$$\begin{aligned}\frac{\partial \{\Delta \sigma^p\}}{\partial X} &= \frac{\partial [D_p]}{\partial X} [B] \{\Delta u_{i-1}\} + [D_p] [B] \frac{\partial \{\Delta u_{i-1}\}}{\partial X} \\ \frac{\partial \{\Delta R_i\}}{\partial X} &= \sum_e \int [B]^T \frac{\partial \{\Delta \sigma^p\}}{\partial X} dV \\ \frac{\partial \{\Delta u_i\}}{\partial X} &= [K_e]^{-1} \left(\frac{\partial \{\Delta P\}}{\partial X} + \frac{\partial \{\Delta R_i\}}{\partial X} - \frac{\partial [K_e]}{\partial X} \{\Delta u_i\} \right) \\ \frac{\partial \{\Delta \sigma\}}{\partial X} &= \frac{\partial [D_{ep}]}{\partial X} [B] \{\Delta u_i\} + [D_{ep}] [B] \frac{\partial \{\Delta u_i\}}{\partial X} \\ \frac{\partial \{u\}^{(K)}}{\partial X} &= \frac{\partial \{u\}^{(K-1)}}{\partial X} + \frac{\partial \{\Delta u_i\}}{\partial X} \\ \frac{\partial \{\sigma\}^{(K)}}{\partial X} &= \frac{\partial \{\sigma\}^{(K-1)}}{\partial X} + \frac{\partial \{\Delta \sigma\}}{\partial X}\end{aligned}\quad (1)$$

式中 $[D_{ep}]$ 为弹塑性应力应变矩阵; $[D_e]$ 为弹性矩阵; $[D_p]$ 为塑性矩阵; $[K_e]$ 为整体刚度矩阵; $\{\Delta u_i\}$ 为第 K 级增量内第 i 次迭代的位移增量; $\{\Delta \sigma^p\}$ 为塑性应力增量; $\{u\}^{(K)}$ 和 $\{\sigma\}^{(K)}$ 分别为第 K 级增量步迭代收敛时的总位移和总应力。 $\partial [D_{ep}]/\partial X$ 可按文献[5] 中方法计算。

3 开挖过程的荷载模拟

为计算方便, 通常将开挖单元设置为空气单元。考虑到在天然地应力场中内部各点都已达到一种平衡状态, 可写出某一级开挖时的等效节点荷载增量:

$$\{\Delta P\} = \sum_e \left[\int [B]^T \{\sigma_0\} dV - \int [N]^T \{\gamma\} dV \right] \quad (2)$$

式中 $\{\sigma_0\}$ 在第一级荷载开挖时为初始地应力场, 在随后的开挖中为初始地应力场叠加上扰动应力场; $[N]$ 为单元形函数矩阵; $\{\gamma\}$ 为岩体容重在整体坐标轴方向的分量。

在进行上述随机有限元计算时, 开挖荷载 $\{\Delta P\}$ 的随机性来自各级开挖前岩体应力的随机性, 在不计入岩体容重的随机性时, 由式(2)可得:

$$\frac{\partial \{\Delta P\}}{\partial X} = \sum_e \int [B]^T \frac{\partial \{\sigma_0\}}{\partial X} dV \quad (3)$$

当模拟第一级开挖时, 为初始地应力场对地应力场回归系数的偏导数, 而在随后的开挖过程中, $\partial \{\sigma_0\}/\partial X$ 为按式(1)计算出的前一级开挖迭代结束时的值。

4 基于三维非线性随机有限元的可靠度计算

首先将基本随机变量 $\{X\}$ 转化为标准正态随机变量 $\{Y\}$ ($\{Y\} = [T]\{X\}$), 其中 $[T]$ 为转换矩阵, 可由 Rosenblatt 法获得)。相应地, 功能函数 $g(\{X\})$ 转化为

$G(\{Y\})$ 。

从优化的角度看, 可靠指标的获得也就是在功能函数面 $G(\{Y\})$ 上寻找一个点 $\{Y\}^*$, 使该点与均值点的距离最短, 也就是

$$\beta = \min_{G(\{Y\})=0} (\{Y\}^T \cdot \{Y\})^{1/2} = \min_{G(\{Y\})=0} (\{X\} - E[\{X\}])^T [T]^{-1} (\{X\} - E[\{X\}])^{1/2} \quad (4)$$

式中 $E(\cdot)$ 表示求均值, 式(4)可由以下迭代方法获得:

$$\{Y\}^{(m+1)} = (\{Y\}^{(m)T} \{a\}^{(m)} + \frac{G(\{Y\}^{(m)})}{\|\nabla G(\{Y\}^{(m)})\|}) \{a\}^{(m)} \quad (5)$$

式中 $\{a\}^{(m)} = -\nabla G(\{Y\}^{(m)}) / \|\nabla G(\{Y\}^{(m)})\|$ 。由式(5)可知, 可靠指标的迭代计算中最关键的是 $G(\{Y\})$ 的计算。显然, $\nabla G(\{Y\})$ 的计算关键仍在于求解 $\partial \{\sigma\}/\partial X$ 和 $\partial \{u\}/\partial X$ 。

5 锚杆(索)应力的随机分析

锚杆(索)可以近似地用杆单元加以模拟, 根据杆单元的应变与结点位移之间的关系, 可得: $\varepsilon = [C]\{u\}^e/L$, 其中 L 为杆长, ε 为杆单元的应变, $[C]$ 为方向余弦转换矩阵, $\{u\}^e = \{u_i, v_i, w_i, u_j, v_j, w_j\}^T$, i, j 为杆单元的两个端点。若令 $[B] = [C]/L$, 则有 $\varepsilon = [B]\{\delta\}^e$, 由杆单元的应力应变关系, 可得 $\sigma = E[C]\{u\}^e/L$ 。令 $[S] = E[C]/L$, 则有

$$\sigma = [S]\{u\}^e \quad (6)$$

式中 σ 为杆单元的应力, 进一步利用虚功原理, 可得杆单元结点力与结点位移的关系式: $\{F\}^e = [k]\{u\}^e$, 其中 $\{F\}^e$ 为单元结点荷载, $[k]$ 为杆的单元劲度矩阵。

(1) 锚杆(索)的力学参数视为确定时

杆单元的结点事实上一一般为常规单元的结点, 由前面分析可知, 由于开挖荷载、岩体材料参数等的随机性, 导致结点位移为随机值, 即式(6)中 $\{u\}^e$ 为随机值, 从而使锚杆(索)的应力也为随机值。为把握锚杆(索)应力的概率数字特征, 由前述随机有限元法可知, 需计算出 $\partial \sigma / \partial X_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$), 由式(6), 有

$$\frac{\partial \sigma}{\partial X_i} = [S] \frac{\partial \{u\}^e}{\partial X_i} \quad (7)$$

式中 $\partial \{u\}^e / \partial X_i$ 由前述随机有限元法获得, 于是, 锚杆(索)应力的均值和方差分别为

$$\bar{\sigma} = [S]\{u\}^e + \sigma_0 \quad (8)$$

$$\text{Var}(\sigma) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial \sigma}{\partial X_i} \frac{\partial \sigma}{\partial X_j} \text{Cov}(X_i, X_j) \quad (9)$$

式中 $\text{Var}(\cdot)$ 表示求方差。 σ_0 对于锚杆为 0, 对于锚索则为预应力。

(2) 锚杆(索)的力学参数为随机时

如果将锚杆(索)的截面面积 A 、杆长 L 以及弹模 E 模拟为随机变量,则在计算中需将这些随机因素计入。以线弹性情况为例说明相应的计算方法:

$$\frac{\partial u}{\partial X} = [K]^{-1} \left(\frac{\partial \{F\}}{\partial X} - \frac{\partial [K]}{\partial X} \{u\} \right) \quad (10)$$

式中,如果不考虑锚索预应力的随机性,则 $\partial \{F\} / \partial X$ 的计算同无锚杆(索)的情形。如果进一步考虑锚索的预应力为随机值,则可在 $\partial \{F\} / \partial X$ 中予以反映,由于锚索预应力一般可以近似地用一对大小相等方向相反的集中力 F_0 加以模拟,令 $X_n = F_0$,若以 l 表示第 l 结点, i, j 为表示杆单元两端结点号,则当 $l = i, j$ 时, $\partial F^{(l)} / \partial X_n = 1$; 否则, $\partial F^{(l)} / \partial X_n = 0$ 。

由于锚杆(索)的弹模 E 为随机值,整体刚度矩阵 $[K]$ 也受杆单元随机弹模的影响:

$$[K] = \sum_{\text{常规单元}} \iiint B^T [D] [B] dV + \sum_{\text{杆单元}} [K]^e \quad (11)$$

故在式(10)中

$$\frac{\partial [K]}{\partial E} = \sum_{\text{杆单元}} \frac{\partial [K]^e}{\partial E} = \sum_{\text{杆单元}} \frac{[K]^e}{E} \quad (12)$$

按式(11)求出 $\partial u / \partial X$ 后,可得

$$\frac{\partial \sigma}{\partial X} = [S] \frac{\partial \{u\}^e}{\partial X} + \frac{\partial [S]}{\partial X} \{u\}^e + \frac{\partial \alpha_0}{\partial X} \quad (13)$$

式中 $\partial [S] / \partial E = [S] / E$; $\partial [S] / \partial L = -[S] / L$ 。对于锚杆单元有 $\partial \alpha_0 / \partial X = 0$; 而对于锚索单元有 $\partial \alpha_0 / \partial F_0 = 1/A$, $\partial \alpha_0 / \partial A = -\alpha_0 / A$ 。计算出 $\partial \sigma / \partial X$ 后,也可方便地得出 $\text{Var}(\sigma)$ 。对于非线性问题,按前面的增量法,需按式(1)的方法,可将式(11)改为增量形式。

6 随机渗流场的影响

渗流场对岩体的作用可以用渗透体力来模拟。在随机渗流场中,由于每一点的水头 H 均为随机值,且各点水头之间存在着一定的相关性,故随机渗流场严格说来宜采用空间分布的随机场模型加以模拟^[7],如此必然使问题变得十分复杂。且由于目前国际上裂隙岩体随机渗流场的计算还不是很成熟,故不易得出每个结点水头的概率数字特征,更不用说结点水头之间的相关性。因此,本文作如下假设:①渗流场每个结点水头的变异性均相同,这种变异性来源于岩体渗透特性的不确定性和边界条件的不确定性两个方面,因此该假设是近似地认为岩体渗透特性的不确定性在整个场内相同(这一点一般是可以接受的),且边界条件的变化对岩体内各点渗流水头的影响相同(这对渗流边界附近误差较大,但对远离渗流边界的开挖区域可以近似认为满足);②结点水头完全相关。于是可令

$$\{H\} = C_h \{H\} \quad (15)$$

式中 $\{H\}$ 为整体结点均值水头列阵; C_h 为一个均值为 1, 方差为 $\text{Var}(C_h)$ 的随机变量,可按常规随机渗流场的计算方法得出

$$C_h \cdot C_k = C_Q \quad (16)$$

式中 C_k 为岩体渗透张量的随机系数(反映岩体渗透系数的随机性); C_Q 为渗流等效结点右端项的随机系数(反映渗流边界条件的随机性)。 C_k, C_Q 均为均值为 1 的随机变量, C_k 的方差需由工程勘测试验结果统计分析得出,而 C_Q 的标准差可以近似地表示为: $\text{Dev}(C_Q) \approx \Delta H / 3$, ΔH 为不同边界条件下渗流场水头差的整体平均,变异系数约为: $\delta(C_Q) = \Delta H / 3H$, H 为水头值的整体平均。于是有

$$\text{Var}(C_h) \approx \text{Var}(C_k) + \text{Var}(C_Q) \quad (17)$$

当不计入岩体渗透系数的随机性或渗透系数统计特性未知时,有: $\text{Dev}(C_h) \approx \text{Dev}(C_Q) \approx \Delta H / 3$, 其中 $\text{Dev}(\cdot)$ 表示求标准差。

7 工程应用算例

按前述理论方法,笔者研制了相应的计算软件 RFSA-3(1999 版)。利用所研制的软件对国内某一水电站地下厂房的机组段进行拟三维非线性随机有限元分析及可靠度计算(见图 1 和图 2)。计算区域内材料共分为 6 种,随机变量取为地应力系数,6 种材料的弹性模量 E , 抗剪断强度参数 f', c' , 抗拉强度 f_t 以及渗流系数。材料参数及其统计量见表 1。根据文献[6]提出的地应力概率回归分析模型,得到了 X, Y, Z 三个方向的地应力系数的均值分别为 1.21, 0.68 和 1.0, 相应的标准差分别为 0.11, 0.09 和 0.05。由于岩体渗透张量的统计信息未知,这里只计入渗流边界变化引起的渗流场变幅,由渗流场计算的两种工况,得出 C_h 的变异系数约为 0.02。功能函数按 Drucker-Prager 准

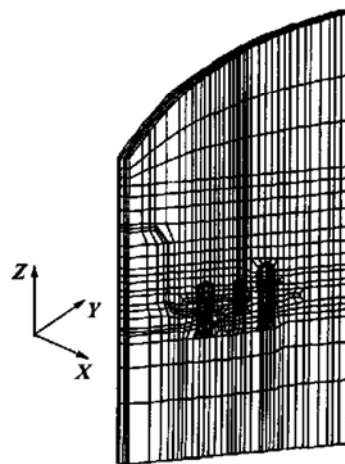


图1 三维有限元网格图

Fig. 1 3-D finite element meshes

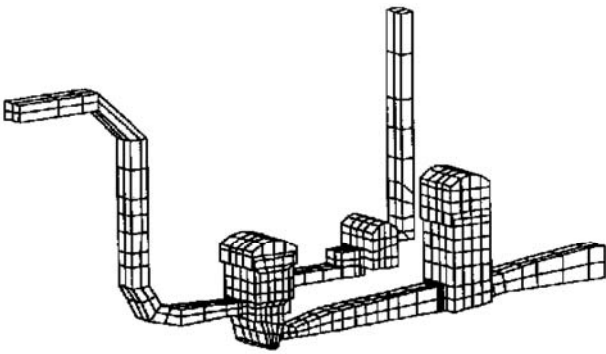


图 2 开挖单元立体消隐图

Fig. 2 3-D graphics for the excavated elements

则和最大拉应力准则建立。按主厂房、主变室和尾调室同步开挖形式,将荷载分为 9 级。前 8 级为洞室开挖荷载,第 9 级为渗流荷载在洞室开挖完成时一次性施加。围岩加锚后有关计算结果见图 3~ 图 10。

表 1 材料参数及其统计信息

Table 1 Material parameters and statistical information

材料参数	1	2	3	4	5	6
弹模均值/GPa	12	15	15	15	15	15
弹模变异系数	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
泊松比	0.25	0.25	0.25	0.25	0.26	0.26
容重/(kN·m ⁻³)	27.8	27.8	27.8	27.8	27.8	27.8
f' 均值	1.3	1.18	1.18	1.18	1.18	1.18
f' 变异系数	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
c' 均值/MPa	1.3	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7
c' 变异系数	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
f_t 均值/MPa	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
f_t 变异系数	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

注:1. 弹模取为正态分布, f' , c' 和 f_t 则取为对数正态;2. 参数的变异系数按 3 σ 法确定

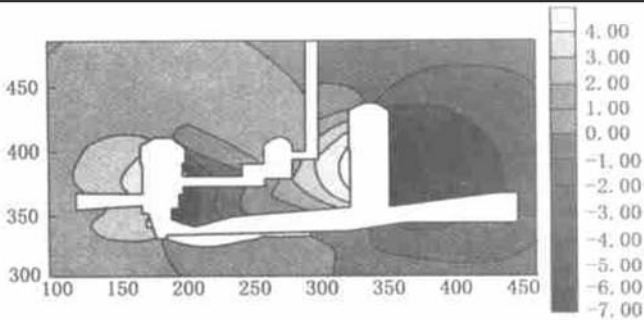


图 3 水平向位移均值(单位: cm)

Fig. 3 The mean value of horizontal displacement

尾调室下游侧墙的水平位移最大,在加锚前达到 8.0 cm,加锚后为 6.5 cm,进一步考虑渗流影响时为 7.0 cm(图 3),尾调室上游侧墙的水平位移最大值为 4.0 cm。与水平位移相比,铅垂向位移相对较小,加锚前主厂及尾调室顶拱中部的铅垂向位移为 6.0 cm,加锚后为 5.5 cm,进一步考虑渗流荷载时为 6.0 cm(图 5)。可以看出,渗流荷载对围岩变形的影响约占总量的

10% 左右。

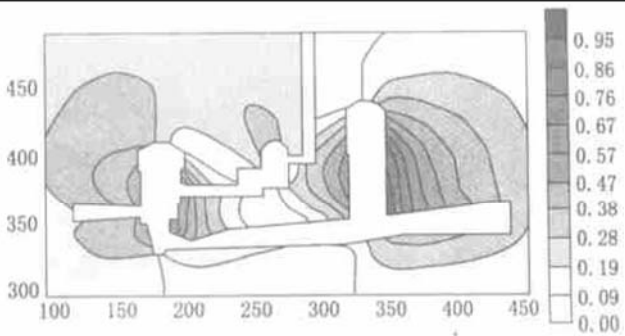


图 4 水平向位移标准差(单位: cm)

Fig. 4 Standard deviation of horizontal displacement

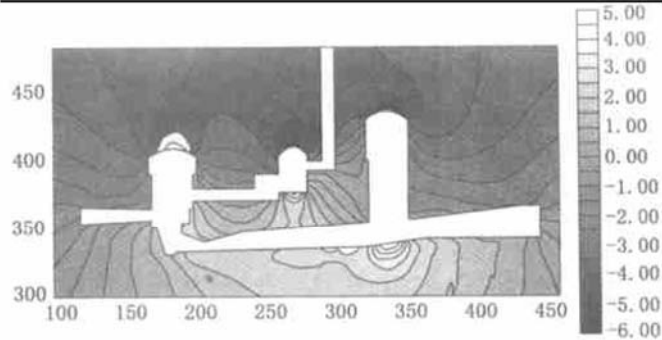


图 5 铅锤向位移均值(单位: cm)

Fig. 5 The mean value of vertical displacement

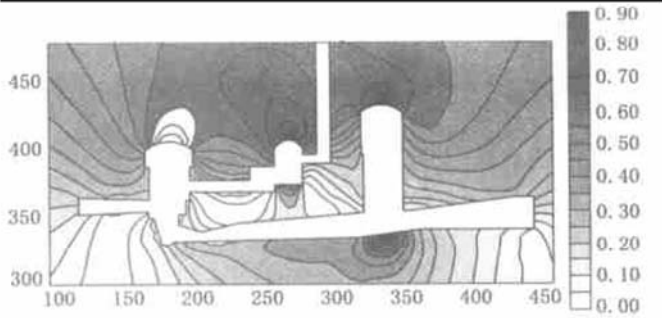


图 6 铅锤向位移标准差(单位: cm)

Fig. 6 The standard deviation of vertical displacement

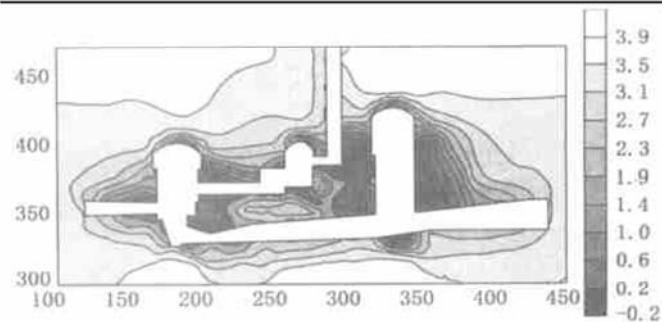


图 7 围岩可靠指标等值线

Fig. 7 Reliability index of surrounding rock

由于随机因素的影响,水平位移可能出现的摆幅最大值发生在尾调的下游侧墙,加锚前位移标准差为

1.0 cm, 加锚后为 0.9 cm, 进一步考虑渗流荷载时为 0.95 cm(图 4)。铅垂位移可能出现摆幅的最大值发生在主厂和尾调室的顶拱中部, 加锚前为 0.9 cm, 加锚后为 0.8 cm, 有渗流荷载时为 0.85 cm(图 6)。可以看出, 加锚不仅有效地减小了围岩变形的均值, 也减小了围岩变形可能出现的变幅。总体上看, 围岩位移的标准差约为均值的 6%~7%。渗流荷载的随机性引起的围岩变形标准差也约占标准差总量的 6%~7%, 约为变形均值总量的 0.4%~0.5%。图 7 给出了加锚后洞室围岩可靠指标的计算结果。结合围岩破损区分布(图 8)可以看出, 可靠指标较小的区域亦为破损区, 主要分布在主厂与母线洞和尾水洞的交汇处、主变室与尾调室之间的部分区域以及尾调室下游侧墙部分区域, 在主变室的顶拱和底板的极少部分区域也出现塑性区。主要塑性区之间并未相互贯通。

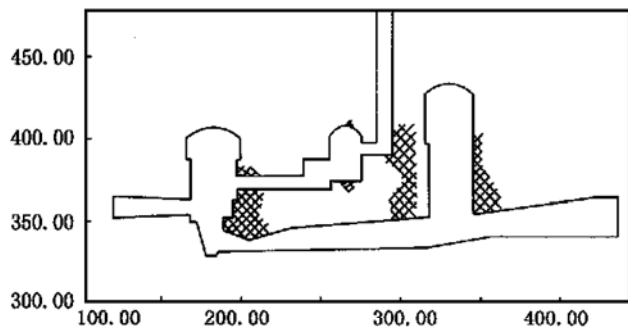


图 8 围岩破损区域

Fig. 8 Failure domain of surrounding rock

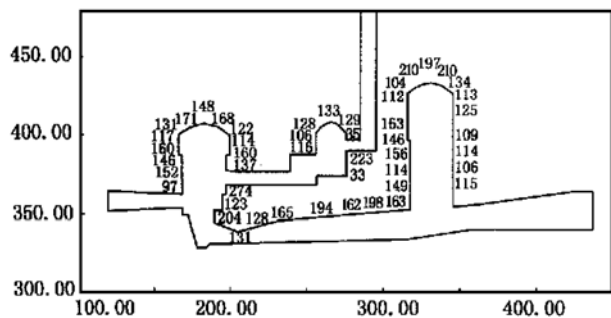


图 9 锚杆应力均值(单位: MPa)

Fig. 9 Mean value of rockbolt stresses

锚杆和锚索所承受的最大拉应力分别为 223 MPa 和 1204 MPa(图 9), 限于篇幅, 锚索应力图未予给出。最大标准差分别为 42 MPa 和 83 MPa(图 10), 剔除锚索预应力值(约为 1000 MPa), 可以看出锚杆(索)的标准差约占均值的 3%~5%。考虑锚杆锚索应力可能出现的变幅, 锚杆和锚索的应力均未超过极限抗拉强度值(锚杆和锚索极限抗拉强度分别为 380 MPa 和 1380 MPa)。

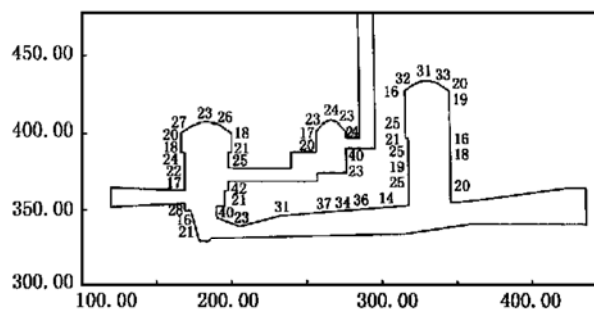


图 10 锚杆应力标准差(单位: MPa)

Fig. 10 Standard deviation of rockbolt stresses

8 结 语

本文给出了地下洞室围岩稳定的非线性随机有限元计算方法, 所提出的方法可以方便地考虑初始地应力场、渗流场和岩体和加锚元件力学参数的不确定性, 同时可以模拟施工开挖步序, 给出了相应的计算公式, 编制了计算程序, 不仅可得出围岩变形应力均值和标准差以及围岩的可靠度分布情况, 而且可得出锚杆(索)应力的均值和标准差。通过对某一工程实例的计算, 说明了理论方法的实用性, 计算结果表明, 对于该工程, 由于随机因素的影响, 围岩变形可能出现的变幅约占均值的 6%~7%。围岩加锚不仅可减少变形的均值而且可减少其标准差, 渗流产生的附加变形约占总量的 10%左右, 但其标准差增加不大, 对于本文特定工程渗流场的随机性忽略不计时不会带来较大的误差。

参考文献:

- [1] 朱维申, 何满潮. 复杂条件下围岩稳定性与岩体动态施工力学[M]. 北京: 科学出版社, 1995.
- [2] 刘 宁, 吕泰仁. 随机有限元及其工程应用[J]. 力学进展, 1995, 25(1): 114~ 126.
- [3] Hisada T, Noguchi H. Development of nonlinear stochastic FEM and its application[A]. Proc 5th Int Conf on Struct Safety and Reliability[C]. Australia, 1989. 1097~ 1104.
- [4] Liu P L, Kiureghian A D. Finite element reliability of geometrically nonlinear uncertain structures[J]. J Eng Mech, ASCE, 1988, 117(8): 164~ 168.
- [5] 刘 宁, 卓家寿. 基于三维弹塑性随机有限元的可靠度计算[J]. 水利学报, 1996(9): 53~ 62.
- [6] 刘 宁, 卓家寿. 地下洞室群围岩稳定的非线性随机有限元分析及可靠度计算[J]. 固体力学学报, 1999(计算力学专集): 186~ 190.
- [7] Vanmarcke E, Shinozuka M. Random fields and stochastic finite element method[J]. Struct Safety, 1986, 3: 143~ 166.