

砂土双轴试验的颗粒流模拟^{*}

Simulation of biaxial test on sand by particle flow code

周 健, 池毓蔚, 池 永, 徐建平
(同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘 要: 采用颗粒流程序, 对砂土试样的双轴试验进行了数值模拟。将数值计算结果和室内试验实测结果进行了比较, 发现颗粒流方法能较好地模拟室内试验。通过改变计算模型中颗粒单元的性质, 给出了在不同颗粒单元参数时砂土试样的宏观性质, 其结果对研究土体的本构模型有一定的应用价值。

关键词: 颗粒流; 砂土; 双轴试验; 本构模型

中图分类号: TU 411 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2000)06-0701-04

作者简介: 周 健, 男, 1957年生, 1988年获得浙江大学土木工程系岩土工程专业博士学位, 现任同济大学地下建筑与工程系教授, 主要从事岩土工程数值分析和土动力学方面的研究工作。

ZHOU Jian, CHI Yurwei, CHI Yong, XU Jiannping

(Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The paper simulates biaxial tests of sand by particle flow code. Comparison between the results of numerical simulations and laboratory tests shows good agreement between them. Macro properties of sand samples under various input parameters of particle elements are presented, and the results are valuable for developing soil constitutive models.

Key words: particle flow code; sand; biaxial test; constitutive model

1 引 言^{*}

离散元法由 Cundall 在 70 年代提出^[1], 作为离散元的一种, 二维颗粒流程序(PFC^{2D}—particle flow code in 2-dimensions)^[2]是专门用于模拟固体力学大变形问题及颗粒流动问题的计算方法, 它通过圆形离散单元来模拟颗粒介质的运动及其相互作用。由平面内的平动和转动运动方程来确定每一时刻颗粒的位置和速度。作为研究颗粒介质特性的一种工具, 它采用有代表性的数百个至上万个颗粒单元, 通过数值模拟实验可以得到颗粒介质本构模型。PFC^{2D}潜在的应用很多, 如岩石与土体的开挖问题; 模拟颗粒间的相互作用问题、大变形问题和断裂问题等; 槽、管、料斗和筒仓中的松散物体流动问题; 动态冲击问题; 以及介质基本特性研究, 例如屈服、流动、体变等^[3]。

本文充分利用颗粒流能模拟颗粒聚合体变形性能的特点, 构造相应的颗粒流砂土试样模型, 对砂土的双轴试验进行数值模拟。通过改变颗粒的性质以及颗粒单元的大小和分布, 得到一系列不同的试样宏观参数。对这些数值结果进行分析处理, 发现颗粒流程序能较好地模拟砂土的室内双轴试验, 尤其对土体变形的宏观和微观性能关系能给出很好的规律性。通过室内试样的颗粒流数值模拟, 调整颗粒的各种参数, 得到和试验结果相似的应力-应变关系曲线, 有一定的理论分析和实际应用价值。

2 数值试验步骤

为了进行颗粒流模拟试验, 先生成颗粒聚合试样, 通过移动墙来模拟加载过程和保持试样的围压(见图1), 最后可以得到试样二维应力-应变关系曲线。通过一系列试验可以得出试样的弹塑性关系曲线及破坏特性曲线, 如轴向偏应力-轴向应变试验曲线; 加卸荷体变-轴向应变曲线; 近峰值荷载时颗粒单元破坏图; 应变软化与卸荷再加荷时的破坏图等。本文通过颗粒流模型模拟砂土试样在室内双轴的试验条件, 侧重于探讨颗粒单元的微观输入参数与模拟试样宏观应力-应变关系及强度之间的关系。

采用 PFC^{2D}程序进行颗粒流模拟, 当只研究圆形颗粒的运动与相互作用问题时可以采用 PFC^{2D}来模拟, 不需增加单元的组合形式。为了简化, 本文将砂土颗粒理想化成圆形颗粒。构造长方形试样, 用模型的顶、底部墙模拟加载, 左、右侧墙模拟围压约束。给定顶、底部墙的移动速度模拟应变控制加载方式, 两侧墙的速度由程序自动控制, 使在整个试验过程中围压保持恒定。记录整个试验过程中墙体的位置, 颗粒的运动状况和颗粒之间的作用力, 通过后处理, 得到颗粒试样的宏观变形过程数据。

^{*} 基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(59738160)

收稿日期: 2000-06-01

2.1 试样的产生

(1) 土体计算参数的选择

土体试样通过一系列颗粒来模拟。为了和文献[4]进行对比,土体试样的尺寸为 $105 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$ 。为消除采用均匀颗粒可能出现的各向异性,颗粒单元半径 R 的分布采用从 $R_{\min}$ 到 $R_{\max}$ 均匀分布。设 $\bar{r}$ 为所有颗粒单元的平均半径,由于颗粒半径均匀分布,故 $\bar{r} = (R_{\min} + R_{\max})/2$ 。综合考虑计算量和计算精度因素,下文未特别说明时,均取 $R_{\min} = 0.3 \text{ mm}$, $R_{\max} = 0.6 \text{ mm}$,相应产生的颗粒数目为 2000 左右。

由于 PFC^{2D} 程序中采用的颗粒为圆球形颗粒,每个颗粒应与其周围颗粒接触,以免颗粒悬浮于试样内部。这样,对均匀圆形颗粒来说,其孔隙比的变化范围可以容易地计算出来为 0.35~0.90,对于不均匀颗粒的组合,其孔隙比变化范围将有所差别^[5]。因此,在计算中,笔者取孔隙比的变化范围为 0.35~0.90。

为模拟砂土颗粒间的相互作用,颗粒在接触处有法向接触力 F_{ij}^n ,切向接触力 F_{ij}^s ,摩擦力 F_{ij}^f ,下标表示力由第 i 个颗粒单元通过接触作用于第 j 个颗粒单元上。分别通过法向刚度 k_{ij}^n ,切向刚度 k_{ij}^s 和摩擦系数 μ_{ij} 和法向相对位移 U_{ij}^n 和切向相对位移 U_{ij}^s 按式(1)计算^[3]。

$$\left. \begin{aligned} F_{ij}^n &= k_{ij}^n U_{ij}^n \\ F_{ij}^s &= k_{ij}^s U_{ij}^s \\ F_{ij}^f &= \mu_{ij} F_{ij}^n = \mu_{ij} k_{ij}^n U_{ij}^n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

法向接触力沿两颗粒单元圆心的连线,切向接触力与摩擦力则与之垂直。在本文的计算中法向刚度、切向刚度和摩擦系数取为 $k_{ij}^n = k_{ij}^s = k$ 和 $\mu_{ij} = \mu$,颗粒的比重在试验中取为 2.63。

(2) 试样颗粒生成

先定义墙体,共 4 道,其包围的矩形为 $105 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$,见图 1(a)。注意,墙体要长一些,否则,可能会出现颗粒溢出现象,即颗粒由于没有墙体的约束而自由运动。考虑到 PFC^{2D} 在颗粒生成时,把给定半径的颗粒往区域内填充,如果没有已生成颗粒与之重叠,则生成此颗粒,否则,改变颗粒的位置重试。为了保证颗粒的生成以及效率,先生成小直径颗粒,然后再把半径复原,最后通过循环来消除试样内部非均匀应力。颗粒的数目由孔隙比 e 来控制, e 可近似地用式(2)计算:

$$e = \left| 2bhr - \sum_i \frac{4}{3} \pi r_i^3 \right| / \sum_i \frac{4}{3} \pi r_i^3 \quad (2)$$

式中 b 为试样的宽度; h 为试样的高度; N 为颗粒单元总数。

图 1 给出了用颗粒流程序模拟室内双轴试验整个试样的颗粒分布情况。图示试样的颗粒半径变化范围

为 0.3~0.6 mm,共有 2043 个颗粒。图 1(b) 为生成小粒径颗粒后颗粒的分布情况,通过半径的膨胀,颗粒分布情况见图 1(c)。半径膨胀后,颗粒间将出现非平衡力,通过循环让试样颗粒自动达到平衡状态(为加速达到平衡状态,可以考虑增大颗粒间的摩擦力),此时试样内部颗粒分布情况见图 1(d)。颗粒试样形成后,便通过两侧向以及顶部和底部墙体的运动,使得试样的应力状态为 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_0$, σ_0 为试样所受的等向固结围压。 σ_x 和 σ_y 由墙体和颗粒的接触力的总和除以颗粒和墙体接触的面积,即颗粒试样的侧面面积和顶底部面积来计算:

$$\sigma_x = \sum f_x / 2rh, \quad \sigma_y = \sum f_y / 2rb \quad (3)$$

式中 f_x 为左侧或右侧墙体与颗粒单元的 x 方向接触力; f_y 为顶部或底部墙体与颗粒单元的 y 方向接触力。

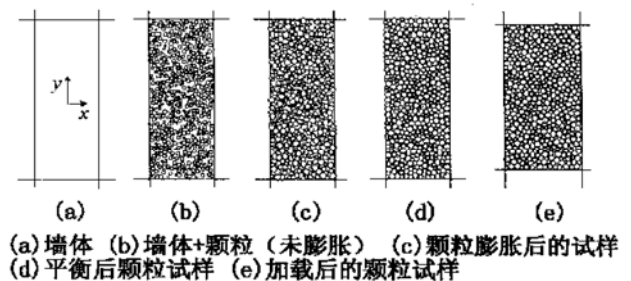


图 1 室内双轴试验的颗粒流模拟

Fig. 1 Simulation of laboratory biaxial test of sand samples by PFC^{2D}

让顶部和底部作相对运动,同时调整两侧向位移,保持围压 σ_0 的稳定,对试样进行加载和卸载试验。在整个加载、卸载和再加载的过程中,记录试样的水平应变 ϵ_x 和竖向应变 ϵ_y 以及 σ_x 和 σ_y 。应变按式(4)计算:

$$\epsilon_x = \Delta b / b, \quad \epsilon_y = \Delta h / h \quad (4)$$

其中, Δb 和 Δh 分别为试样的 x 和 y 方向变形,可由墙体的位置来计算。这样便得到试样的应力-应变关系曲线。最后,加载后的试样颗粒分布情况见图 1(e)。

3 数值模拟结果

3.1 轴向应力-应变关系曲线

和实测曲线对比,试样的应力-应变曲线和实测结果^[4]可以符合得很好,尤其在应力到达峰值之前(见图 2)。对不同的颗粒性质则显示出不同的应力-应变曲线。在摩擦系数较小的时候,应力-应变关系呈现理想弹塑性关系,随着摩擦系数的增大,将出现软化现象。由于采用圆形颗粒,和实际砂粒的立方体有较大区别,立方体间的颗粒咬合现象要比圆盘形的颗粒显然要大,因此,实际试验模拟中,要呈现出密砂试验出现的软化现象,往往需要较大的摩擦系数,如这种试样在摩擦系数 μ 小于 0.5 时基本上呈现理想弹塑性应力-应变关系,而随着 μ 的增大,软化现象则逐渐明显,见图 3。

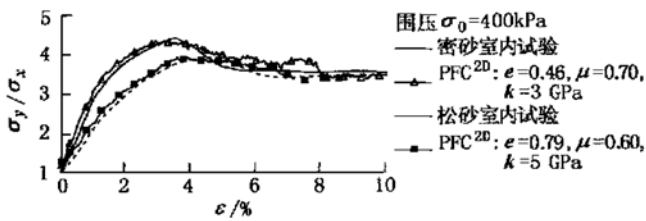


图2 试验室内曲线和 PFC 数值试验的比较

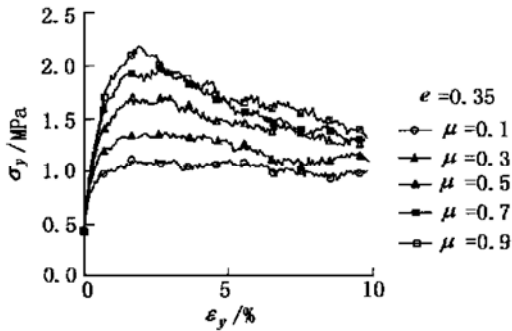
Fig. 2 Comparison between results of PFC^{2D} simulation and lab test

图3 不同摩擦系数下的应力-应变关系曲线

Fig. 3 Stress-strain relationship with different friction coefficients

3.2 试样强度和输入参数的关系

(1) 试样强度和摩擦系数及孔隙比关系

图3为 $e=0.35$ 时, 不同摩擦系数时的应力-应变关系曲线, 从图中可以发现, 随摩擦系数的增加, 应力-应变关系曲线的峰值在提高, 另外, 初始弹性模量也有一定的提高。图4和图5分别给出了围压为 50 kPa 和 400 kPa 时, 颗粒间摩擦系数在 0.1~0.9, 孔隙比 e 在 0.35~0.90 之间变化时, 最大轴向应力的分布曲线。从图中可以发现, 最大轴向应力随着摩擦系数的增加而提高, 但随着孔隙比的增加降低。摩擦系数对强度的影响要比孔隙比明显, 尤其在小摩擦系数的情况下, 孔隙比对强度基本上不影响, 但随着摩擦系数的增加, 孔隙比对强度的影响变得显著。另外, 当孔隙比 e 大于 0.68 后, 增大孔隙比对试样的强度影响不大。

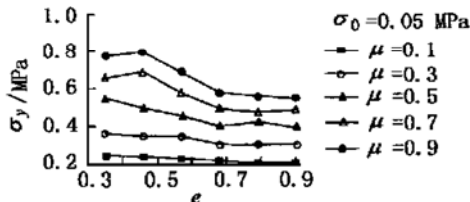


图4 围压为 50 kPa 时, 颗粒间摩擦系数、孔隙比和最大轴向应力的关系

Fig. 4 Effects of particle friction and porosity on maximum axial stress under confining pressure of 50 kPa

(2) 试样强度和围压关系

从图6中可以看出, 试样的剪切强度和围压呈线性关系, 即 $\tau_{\max} = c + \sigma_0 \tan \varphi$ 。图7和图8给出了不同参数下试样的内摩擦角与粘聚力的关系。基本上, 试样内摩

擦角 φ 随颗粒间摩擦系数 μ 的增加而增大, 试样粘聚力 c 也随颗粒间摩擦系数 μ 的增加而增大。孔隙比对它们有一定影响, 但是, 不如摩擦系数大。对砂性土来说, 本组颗粒流数值试验结果的粘聚力 c 值偏大, 这可能是采用圆形颗粒模拟实际为不规则的砂粒所带来的偏差。如果采用多个圆形单元组合成一系列不同形状的组合颗粒块来模拟砂粒, 有望得到更好的结果。

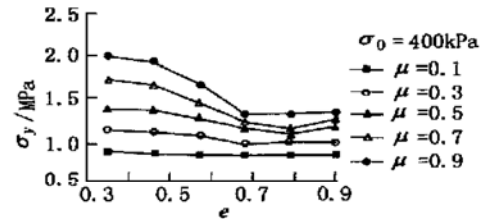


图5 围压为 400 kPa 时, 颗粒间摩擦系数、孔隙比和最大轴向应力的关系

Fig. 5 Effects of particle friction and porosity on maximum axial stress under confining pressure of 400 kPa

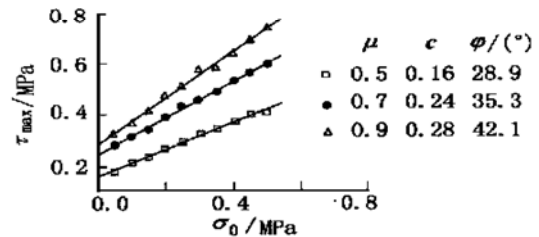


图6 剪切强度和围压的关系

Fig. 6 Relationship between shear strength and confining pressure

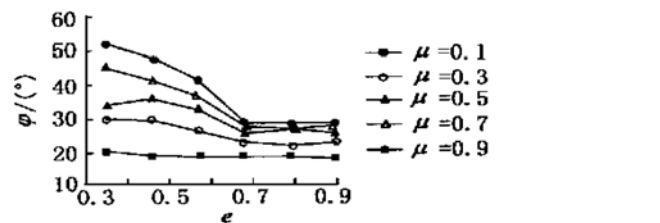


图7 摩擦角和孔隙比及颗粒摩擦系数的关系

Fig. 7 Relationship between friction angle and friction coefficient and porosity

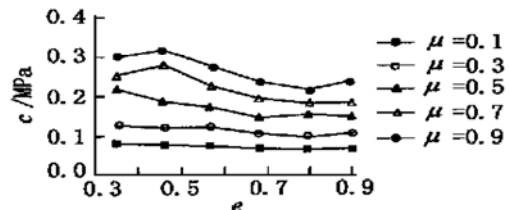


图8 粘聚力和孔隙比及颗粒摩擦系数的关系

Fig. 8 Effects of porosity and friction on cohesion

(3) 颗粒接触刚度 k 对试样强度影响

从图9可以看出, 颗粒间接触刚度 k 对应力-应变曲线有较大影响。随着 k 的增加, 试样的初始弹性模量增大; 同时, 峰值应力对应的应变将降低。但是, 对试样的峰值强度影响不大, 当 k 从 1 GPa 变化到 10 GPa (增

大9倍)时,其最大轴向应力增加不超过15%,见图10。

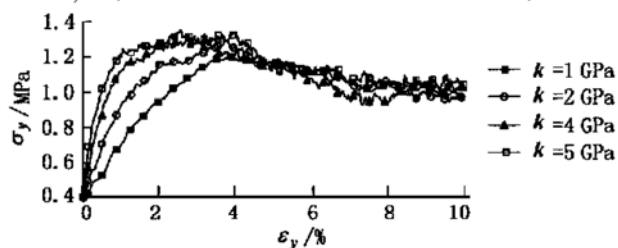


图9 颗粒接触刚度 k 对应力-应变曲线的影响

Fig. 9 Effects of particle stiffness k on stress-strain relationships

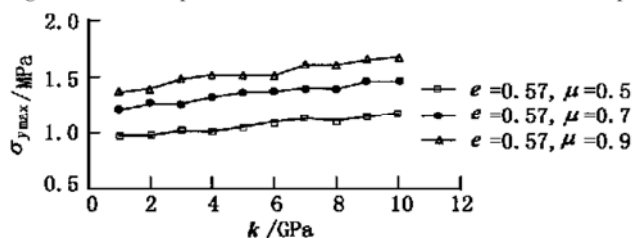


图10 颗粒间接触刚度 k 对强度的影响

Fig. 10 Effects of particle stiffness on maximum axial stress

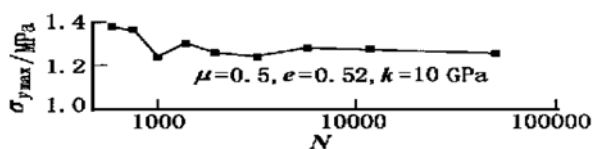


图11 颗粒数目对最大峰值轴向应力的影响

Fig. 11 Effects of particle number on maximum axial stress

(4) 颗粒数量对试验结果的影响

颗粒数量对计算量大小及模拟结果的可靠性影响很大,进行颗粒流分析时必须十分重视此问题。图11给出了不同颗粒数目的试样对应的峰值轴向应力,当颗粒数较少时,其峰值应力随颗粒数目变化时波动较大,但当颗粒数达到2000后,试样的峰值轴向应力稳定于1.3 MPa左右。因此,在本文试样的颗粒流模拟时,采用2000个颗粒单元是比较合理的。

3.3 给定宏观参数曲线时的颗粒流模拟

在已知土样的应力-应变关系曲线时,如何得到合适的微观参数是进行颗粒流分析的一个关键步骤,这个步骤有一定的经验性,但从上面的分析中,我们可采用如下步骤进行模拟:①根据计算问题的规模和精度要求选取合适的颗粒单元半径。通常,颗粒半径不能取得太大,否则对计算结果的精度有较大的影响。对于上述室内试验的模拟,一般取颗粒数为2000~10000,其计算量和精度都是可以接受的。可以通过不改变颗粒性质和粒径分布规律,减小粒径,如果相应的各种宏观参数变化不大,即可以认为颗粒数目足够了。②通过调整颗粒摩擦系数 μ 来调整试样的峰值强度。试样的峰值强度和试样所受到的围压及试样颗粒摩擦系数紧密相关。在围压一定的条件下,改变颗粒摩擦系数一般可以使得

峰值强度达到要求。改变孔隙比也会是峰值强度有所变化,但其效果不很明显。值得注意的是,摩擦系数越大,其应力-应变曲线的软化现象越明显。③改变颗粒接触刚度 k 可控制应力-应变关系曲线的初始弹性模量。由于改变颗粒刚度对峰值强度影响不大,可通过它来控制出现峰值强度时对应的应变值和曲线的形状。

通过上述步骤,可以初步地模拟一些室内试验曲线,并进行一系列数值试验模拟,其结果对于探讨土体颗粒的性质对土体本构关系的影响很有意义。

4 结论与建议

①利用颗粒流程序可以较好地模拟室内试验。②一般地说,颗粒单元参数的选取对其宏观参数有很大的影响,并且有一定的规律。合理地利用这些规律,可以通过参数调整,得到与实际土体试样有相似应力-应变关系、强度和内摩擦角等宏观参数的试样。③微观颗粒单元的摩擦系数是决定试样性质的一个主要因素。随着摩擦系数的增大,试样的剪切强度、内摩擦角、粘聚力都有一定程度的提高。④随孔隙比的增大,一般地,试样的剪切强度、内摩擦角和粘聚力都会降低,但其影响不如摩擦系数那样明显。⑤颗粒刚度的提高将明显提高试样的初始切线弹性模量,但对强度的影响不大。⑥对砂土,采用多个圆形单元组合成类似方形的组合颗粒块来模拟砂粒,有望得到比本文更好的结果。⑦建立实际工程的颗粒流模型,利用颗粒流模拟室内试验的结果,将这些微观参数用于实际工程分析具有较大的现实意义。

用微观颗粒模拟材料的宏观性质是个十分复杂的问题,尤其是对土体这样复杂的结构。应该考虑的因素很多,本文采用了一个较简单的模型,仅对其中的几个参数进行了分析研究,很多问题还有待于进一步探讨。

参考文献:

- [1] Cundall P A. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems [A]. Proceeding of the symposium of the international society for rock mechanics, Vol 1 [C]. Nancy, France, 1971.
- [2] Cundall P A. PFC2D User's Manual (Version 2.0) [R]. Minnesota: Itasca Consulting Group Inc, 1999.
- [3] 周健,池永,池毓蔚,徐建平. 颗粒流方法及PFC^{2D}程序 [J]. 岩土力学, 2000, 21(3): 271~274.
- [4] Tatsuoka F, Salamoto M, Kawamura T, Fukushima S. Strength and deformation characteristics of sand in plane strain compression at extremely low pressures [J]. Soils and Foundations, 1986, 26(2): 65~84.
- [5] 冯国栋. 土力学 [M]. 北京: 水利电力出版社, 1986. 18~19.