

不均匀土中多缺陷桩的轴向动力响应*

Dynamic axial response of multi-defective piles in nonhomogeneous soil

刘东甲

(合肥工业大学资源与环境科学系, 合肥, 230009)

文 摘 建立不均匀地基中多缺陷桩的动力学模型和数学模型, 以模拟桩在低应变动测时较为一般的情况。用 Laplace 变换及矩阵理论, 解析地求得桩顶速度的传递函数, 进一步得到桩顶速度频响函数或速度导纳、桩顶速度的频谱函数和时域表达式; 理论导纳曲线及时域曲线与工程桩动测曲线较为一致; 提出单因素分析法解释较复杂的导纳曲线。

关键词 不均匀土、多缺陷桩、动力响应、传递函数、单因素分析法

中图法分类号 TU 473

文献标识码 A

文章编号 1000-4548(2000)04-0391-05

作者简介 刘东甲, 男, 1957 年生, 1981 年底毕业于合肥工业大学, 1984 年在中南工业大学获工学硕士学位。从事岩土工程的教学和研究工作。

Liu Dongjia

(Department of Resources and Environment Science, Hefei University of Technology, Hefei, 230009)

Abstract Dynamic and mathematical models of multi-defective piles in nonhomogeneous soil are established, in order to simulate general behavior of a single pile which is dynamically tested at low strain. By means of Laplace transform and matrix theory, an exact transfer function of pile-soil system is derived. Further, the mechanical admittance expression, frequency and time domain expressions of the velocity of the pile head subjected to axial impact loading are gained. The validity of this approach is verified through dynamic tests on some engineering piles in the field, and the theoretical predictions match the response of the piles. Single factor analysis method is presented for interpreting complicated mechanical admittance curves.

Key words nonhomogeneous soil, multi-defective pile, dynamic response, transfer function, single factor analysis method

1 引 言*

为了有效地指导基桩低应变振动信号的测试, 对所测信号进行处理及正确地推断解释, 必须深入开展桩土系统低应变纵向振动的研究。文献[1]通过变量代换和黎曼函数得到均匀地基中无限长桩在桩顶激振力作用下纵向振动位移时域表达式; 文献[2~4]用分离变量法得到均匀地基中有限长完整桩在不同边界条件下的桩的位移和速度计算式; 文献[5]把缺陷桩概化为弹性模量不同、密度均匀的等截面桩, 并应用分离变量法得到均匀地基中有一处缺陷的桩的纵向振动解答。

实际地基土是不均匀的, 桩周土参数一般应有所不同: 桩身缺陷可能有多处, 不同类型的缺陷应由桩身截面积、密度、弹性模量等参数的不同来反映。本文解析地模拟了这一实际情况, 应用 Laplace 变换及矩阵理论解含 n 个未知函数的偏微分方程定解问题, 解析地得到桩顶速度传递函数, 其表达式简洁。由传递函数得到速度导纳表达式, 可用之于基桩动测的机械阻抗法, 进一步得到桩顶速度频响函数和桩顶速度时域表达式, 可用之于基桩动测的应力波反射法。本文还提出单因素分析法, 用于解释实测求出的较复杂的导纳曲线。

2 桩土系统纵向振动定解问题

假设在桩顶纵向激振力 $p(t)$ 作用下, 桩为线弹性

直杆, 桩周土对桩的作用简化为与振速成正比的分布阻尼力和与位移成正比的分布弹性力。由地基土层界面及桩身缺陷界面, 把桩分成 n 个相互连接的桩段, 见图 1。

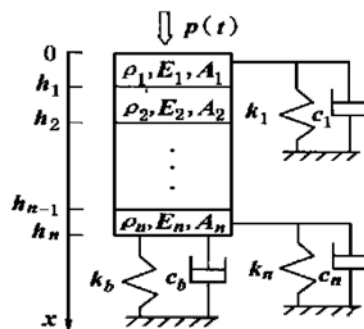


图 1 桩土系统动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of pile-soil system

图中第 j 桩段的桩参数: 密度 ρ_j , 弹性模量 E_j , 截面积 A_j , 桩段长度 l_j ; 对应桩周土参数: 单位深度桩周土等效阻尼系数 c_j , 单位是 $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$, 单位深度桩周土等效刚度系数 k_j , 单位是 N/m^2 ; 桩底土等效阻尼系数 c_b , 单位是 $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}$, 桩底土等效刚度系数 k_b , 单位是 N/m 。

取桩顶为坐标原点, 各桩段界面距桩顶深度为 h_j , $j = 1, 2, \dots, n$, 则桩长 $l = h_n$, $l_j = h_j - h_{j-1}$, $j = 2, 3, \dots, n$ 。桩身第 j 段纵向振动位移 $u_j(x, t)$ 所满足的微分方程为

* 到稿日期: 1999-11-01

$$A_j E_j \frac{\partial^2 u_j}{\partial x^2} - c_j \frac{\partial u_j}{\partial t} - k_j u_j = A_j \rho_j \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}, j = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

其初始条件为

$$u_j|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u_j}{\partial t}|_{t=0} = 0 \quad (2)$$

相邻桩段间界面衔接条件为

$$u_j|_{x=h_j} = u_{j+1}|_{x=h_j}, A_j E_j \frac{\partial u_j}{\partial x}|_{x=h_j} = A_{j+1} E_{j+1} \frac{\partial u_{j+1}}{\partial x}|_{x=h_j} \quad (3)$$

$j = 1, 2, \dots, n-1$

桩顶边界条件为

$$A_1 E_1 \frac{\partial u_1}{\partial x}|_{x=0} = -p(t) \quad (4)$$

桩底边界条件为

$$\left| A_n E_n \frac{\partial u_n}{\partial x} + c_b \frac{\partial u_n}{\partial t} + k_b u_n \right|_{x=h_n} = 0 \quad (5)$$

式(1)~(5)构成不均匀地基中多缺陷桩受纵向激振力作用下纵向振动定解问题。

3 桩土系统纵向振动问题的求解

首先,为简化解的表达形式,由上述桩土参数引入如下一些参数:

$$\left. \begin{aligned} \omega_j &= c_j / 2A_j \rho_j \\ \omega_{bj}^2 &= k_j / A_j \rho_j \\ C_j &= \sqrt{E_j / \rho_j} \\ Z_j &= A_j \rho_j C_j, \quad t_j = l_j / C_j \\ \tau_j &= t_j / t_l, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ t_l &= \sum_{j=1}^n t_j \\ \zeta_j &= Z_j / Z_{j-1}, \quad j = 2, 3, \dots, n \\ K_n &= A_n E_n / l_n, \quad K_{bn} = k_b / K_n \\ C_{bn} &= c_b / Z_n \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 ω_j 为第 j 桩段的振动衰减系数, ω_{bj} 是第 j 桩段为刚体且无土阻尼时自由振动圆频率; C_j , Z_j , t_j , τ_j 分别为第 j 桩段纵波波速、广义波阻抗、波传播时间、相对传播时间; t_l 为波传播一个桩长 l 的时间; ζ_j 为相邻桩段广义波阻抗之比; K_n 为第 n 桩段的刚度; K_{bn} 为桩底土刚度与第 n 桩段刚度之比; C_{bn} 为桩底土阻尼与第 n 桩段广义波阻抗之比。这些参数中 ζ_j , τ_j , K_{bn} , C_{bn} 均无量纲,且 $\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n = 1$ 。

接下来,推求桩顶速度传递函数。

考虑到初始条件式(2),对式(1)作 Laplace 变换,得第 j 桩段纵向振动位移 $u_j(x, t)$ 的 Laplace 变换 $U_j(x, s)$ 的解

$$U_j(x, s) = D_j \cos \left| \frac{\xi x}{C_j t_l} \right| + F_j \sin \left| \frac{\xi x}{C_j t_l} \right|, j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$\text{其中} \quad \xi = t_l \sqrt{s^2 - 2\omega_{bj}s - \omega_{bj}^2}, \quad (8)$$

$$U_j(x, s) = \int_0^\infty u_j(x, t) e^{-st} dt,$$

D_j 和 F_j 为系数。

基桩低应变动测需测定桩顶速度或加速度。记桩顶速度 $v(t)$ 的 Laplace 变换为 $V(s)$, 由速度与位移间的关系 $v_1(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} u_1(x, t)$ 得对应 Laplace 变换之间的关系 $V(s) = V_1(x, s)|_{x=0} = sU_1(x, s)|_{x=0}$, 再将式(7)代入,得

$$V(s) = sD_1 \quad (9)$$

对式(4)作 Laplace 变换,再将式(7)代入,得系数

$$F_1 = -\frac{t_l}{Z_1 \xi_1} P(s) \quad (10)$$

其中 $P(s)$ 是纵向激振力 $p(t)$ 的 Laplace 变换

$$P(s) = \int_0^\infty p(t) e^{-st} dt$$

为了求出式(9)中的系数 D_1 , 下面将利用式(3), (5), 推出系数 D_1 与 F_1 之关系。

对式(3)作 Laplace 变换,并将式(7)代入,把得到的式子用矩阵和向量表示为

$$L_j e_j = R_j e_{j+1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1 \quad (11)$$

$$\text{其中 } L_j = \begin{bmatrix} \cos \beta_j & \sin \beta_j \\ -\sin \beta_j & \cos \beta_j \end{bmatrix}, e_j = \begin{bmatrix} D_j \\ F_j \end{bmatrix}, R_j = \begin{bmatrix} \cos \gamma_j & \sin \gamma_j \\ -\mu_{j+1} \sin \gamma_j & \mu_{j+1} \cos \gamma_j \end{bmatrix}$$

且有

$$\begin{aligned} \beta_j &= \frac{\xi_j h_j}{C_j t_l}, \quad \gamma_j = \frac{\xi_{j+1} h_j}{C_{j+1} t_l}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1 \\ \mu_j &= \zeta_j \xi_j / \xi_{j-1}, \quad j = 2, 3, \dots, n \end{aligned} \quad (12)$$

由式(11)推出如下关系

$$e_1 = L_1^{-1} R_1 e_2 = \dots = L_1^{-1} R_1 L_2^{-1} R_2 \dots L_{n-1}^{-1} R_{n-1} e_n \quad (13)$$

经探索,可对式(13)作如下较大的简化。记

$$Q_j = R_{j-1} L_j^{-1}, \quad j = 2, 3, \dots, n-1 \quad (14)$$

利用关系 $L_j^{-1} = L_j^T$, 可以推出

$$Q_j = \begin{bmatrix} \cos \alpha_j & -\sin \alpha_j \\ \mu_j \sin \alpha_j & \mu_j \cos \alpha_j \end{bmatrix}, \quad \alpha_j = \tau_j \xi_j \quad (15)$$

由于 $L_1^{-1} = L_1^T$, 且 $\beta_1 = \alpha_1$, L_1^{-1} 与式(15)中 $j=1$ 时的矩阵 Q_1 相比, 只第二行元素少一因子 μ_1 。由式(12)知 μ_1 无定义, 若规定 $\mu_1 = 1$, 则

$$L_1^{-1} = O_1 \quad (16)$$

对式(5)进行 Laplace 变换, 再把式(7)代入, 得系数 D_n 与 F_n 之正比关系, 利用该关系及式(15) $j = n$ 时的矩阵 Q_n , 把式(13)中 $R_{n-1}e_n$ 化为

$$R_{n-1}e_n = Q_n q g_n D_n \quad (17)$$

其中 $q = (\alpha_n, -C_{bn}\tau_{nt}S - K_{bn})^T$ (18)

$$g_n = 1/[\alpha_n \cos \beta_n + (C_{bn}\tau_{nt}S + K_{bn}) \sin \beta_n]$$

把式(14), (16), (17)代入式(13), 得其简化式

$$e_1 = b g_n D_n \quad (19)$$

其中 $b = (b_1, b_2)^T = Q_1 Q_2 \cdots Q_n q$ (20)

由式(19), (20)得系数 D_1 与 F_1 之关系

$$D_1/F_1 = b_1/b_2 \quad (21)$$

根据式(9), (10), (21), 桩土系统关于桩顶速度的传递函数

$$H_v(s) = \frac{V(s)}{P(s)} = -\frac{t_1 s}{Z_1 \xi_1} \frac{b_1}{b_2} \quad (22)$$

其中 b_1, b_2 由式(20), (18), (15), (12), (8), (6)表示。

式(22)是本文导出的一个重要关系。基桩低应变纵向振动研究的其它公式都由该式推出。

在 $H_v(s)$ 中令 $s = i\omega$, 得速度导纳或称速度频响函数

$$H_v(\omega) = \frac{V(\omega)}{P(\omega)} = -\frac{t_1 i \omega}{Z_1 \xi_1} \frac{b_1}{b_2} \quad (23)$$

式中 ξ_1, b_1, b_2 由 $s = i\omega$ 代入式(8), (12), (15), (18), (20)确定。

速度导纳的振幅为

$$N(\omega) = |H_v(\omega)| \quad (24)$$

速度导纳的相位为

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{I_m H_v(\omega)}{R H_v(\omega)} \quad (25)$$

对于给定的桩顶纵向激振力 $p(t)$, 求出它的 Fourier 变换 $P(\omega)$, 根据式(23), 得桩顶速度的频谱函数

$$V(\omega) = H_v(\omega) P(\omega) \quad (26)$$

上式的反 Fourier 变换就是桩顶速度的时域表达式

$$v(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_v(\omega) P(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (27)$$

4 工程实例分析

4.1 实例一

图2(a)为合肥市一工程桩动测曲线。灌注桩桩径 400 mm, 桩长 11.4 m, 实测平均波速 3800 m/s, 桩身分别在 2.0 m 和 6.1 m 处存在缩径类缺陷, 实测时域曲线图上反映较为明显。图2(b)为本文方法计算的桩顶速度时域曲线及导纳曲线, 前者与实测曲线较为一致, 后者因缺少实测资料, 不能对比。能看出: 两处

缺陷使导纳曲线较为复杂。

4.2 实例二

文献[6]给出某工程几根不同类型工程桩低应变动测资料。该场地上部原为古河道, 主要土层依次为: 填土, 平均厚 3.1 m; 淤泥, 平均厚 8.3 m; 粉质粘土, 平均厚 8.7 m; 坡积粉质粘土, 平均厚 7.5 m。残积砂质粘土。桩型为静压沉管灌注桩, 桩径 500 mm, 桩端持力层为坡积粉质粘土。

图3(a), 4(a), 5(a)分别为断桩、扩径桩、缩径桩的小应变时域法和频域法实测曲线。三根桩桩长均为 21 m。断桩距桩顶 2 m 处断裂(开挖证实); 经时域曲线与导纳曲线推断, 扩径桩约在 8.2 m 处扩径, 缩径桩约在 6.8 m 处缩径。

用本文方法对以上三桩动测曲线模拟时, 根据上述土层及缺陷, 把桩身分成 5 段, 土层分界面由土层厚度平均值确定, 缺陷界面由拟合确定。对应三根桩的模拟曲线分别由图3(b), 4(b), 5(b)表示。

现将模拟曲线与实测曲线予以对比。对断桩, 比较图3(a)与图3(b), 两条时域曲线表现为断裂引起的多次反射且不见桩底反射, 0~10 ms 段都有八个峰。导纳曲线上, 两者在 0~1000 Hz 段均出现两个共振峰且对应峰频相近; 对扩径桩, 比较图4(a)与图4(b), 两条时域曲线较一致, 两条导纳曲线在 0~1000 Hz 段均出现五个主峰, 两者的峰频一致, 不同之处是, 模拟的导纳曲线呈调制波形; 对缩径桩, 比较图5(a)与图5(b), 两条时域曲线亦较为一致, 两条导纳曲线在 0~400 Hz 段出现五个小峰, 对应峰频较接近。

再应用本文理论对三根桩的实测曲线和模拟曲线进行分析。缺陷桩的理论导纳曲线呈“调制波形”, 形态较复杂, 本文提出如下所谓的单因素分析法: 以缩径缺陷桩为例, 先计算该桩缩径缺陷单独存在时的动力响应, 如图6(a)所示。其理论导纳曲线与原缩径桩的理论导纳曲线(图5(b))上幅度、频差较大的“信号”对应, 缺陷越浅, “信号”的幅度、频差越大, 故“信号”是缺陷的反映, 利用该频差可估算缺陷的埋深。再计算该缺陷桩为完整桩时的动力响应, 如图6(b)所示。其理论导纳曲线与图5(b)中导纳曲线上幅度、频差较小的“载波”相对应, 桩底越深, 该“载波”的幅度和频差越小, 故“载波”是桩底波阻抗界面的反映, 利用该“载波”的频差, 可估算桩长或波速。由所述的单因素分析法, 便可对实测导纳曲线进行分析和评价。图3(a)断桩时域曲线不见桩底反射, 导纳曲线自然不见小幅度、小频差成分, 只出现幅度、频差较大的两个峰, 若频率范围较宽, 肯定能看到后面出现一些类似的峰。图4(a)扩径桩时域曲线出现扩径反射和桩底反射, 而导纳曲线

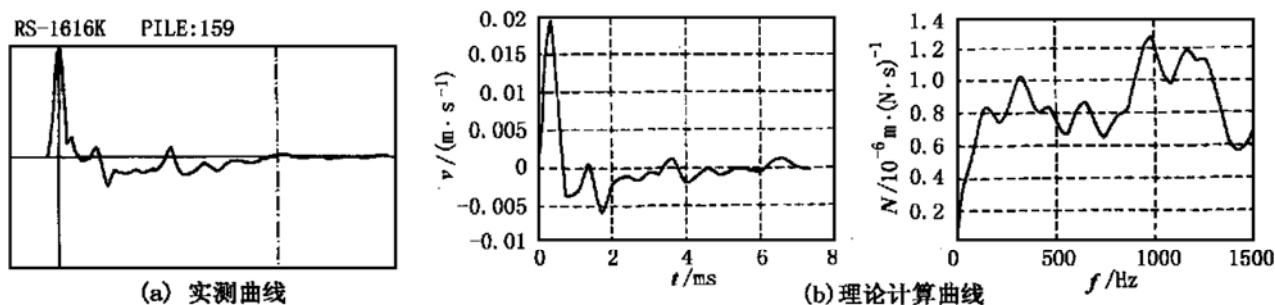


图2 两外缩径缺陷桩理论计算曲线与实测曲线的比较

Fig. 2 Comparison of theoretical predictions with measured dynamic response of a two-necking pile

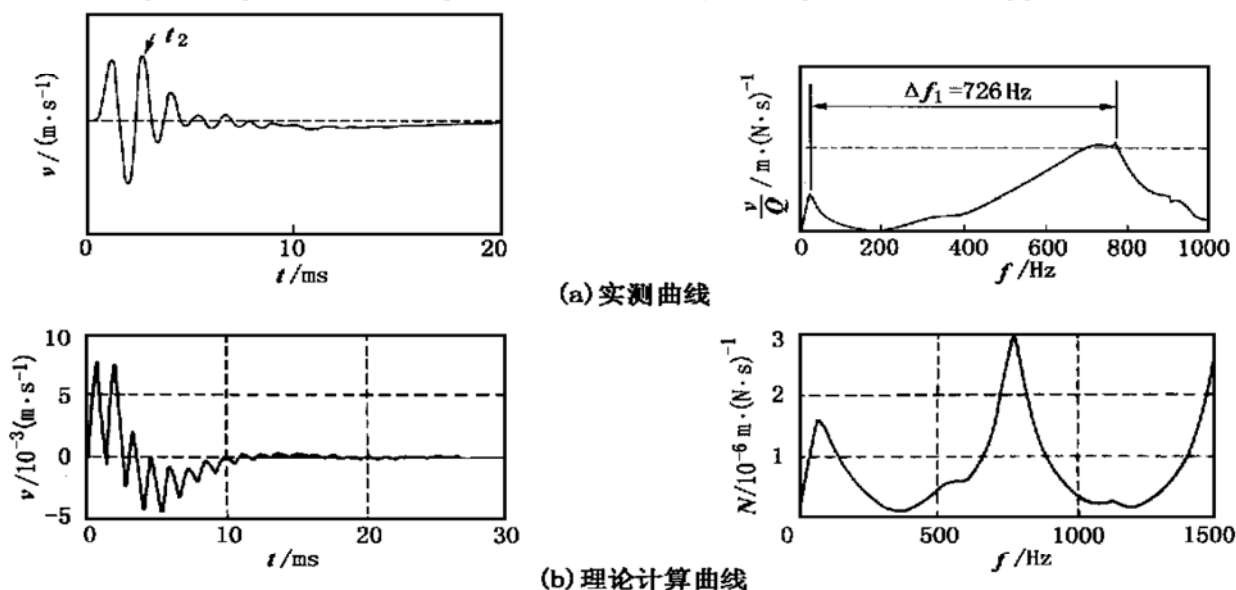


图3 断桩的理论计算曲线与实测曲线的比较

Fig. 3 Comparison of theoretical predictions with measured dynamic response of a broken pile

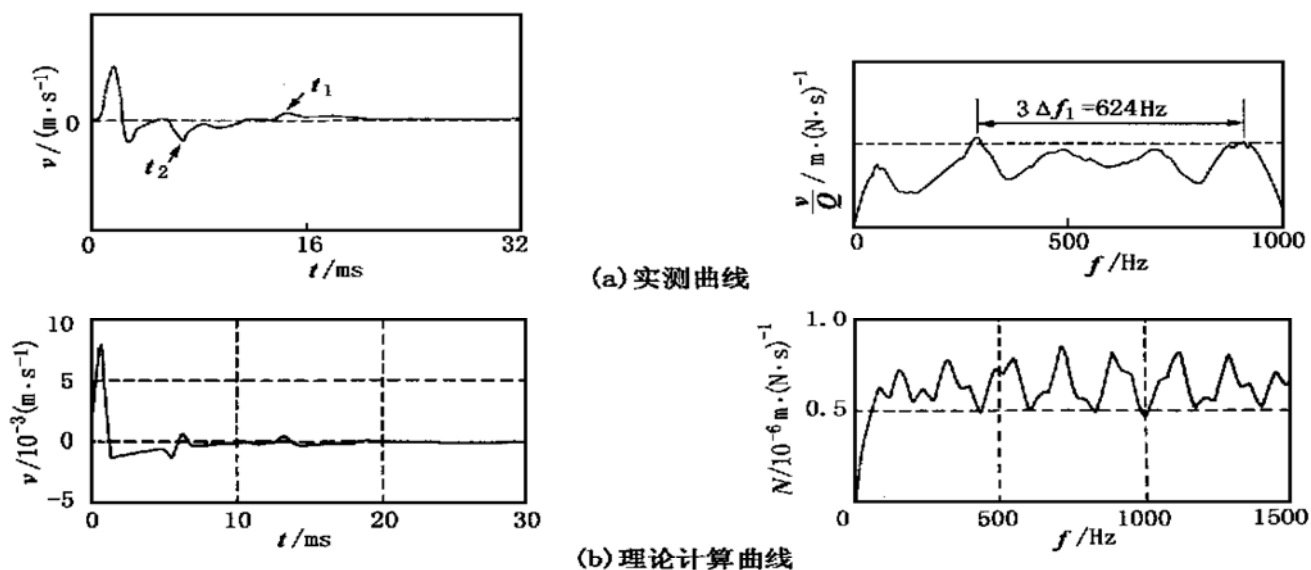


图4 扩径桩的理论计算曲线与实测曲线的比较

Fig. 4 Comparison of theoretical predictions with measured dynamic response of a belled pile

只有扩径缺陷产生的幅度、频差较大的“信号”，不易分辨桩底波阻抗界面产生的幅度、频差较小的“载波”。图5(a)缩径桩导纳曲线较好地反映了桩底波阻抗界

面引起的“载波”成分，对缩径缺陷的“信号”反映不明显，若频率范围较宽，如0~1500 Hz，则既能反映“载波”，又能反映“信号”。

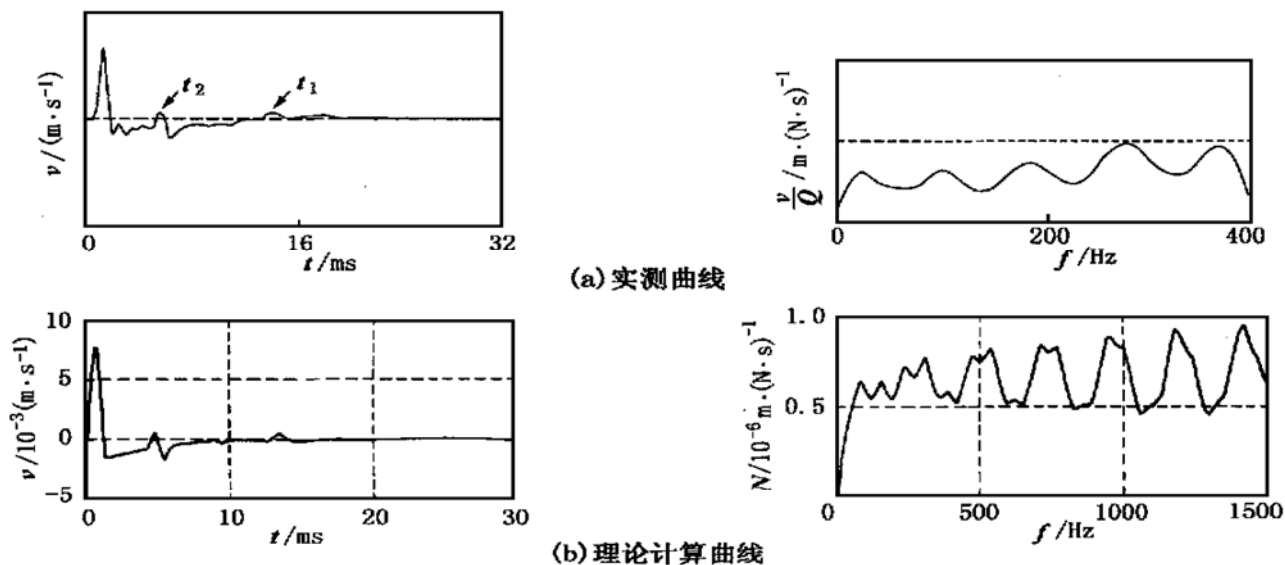


图5 缩径桩的理论计算曲线与实测曲线的比较

Fig. 5 Comparison of theoretical predictions with measured dynamic response of a necking pile

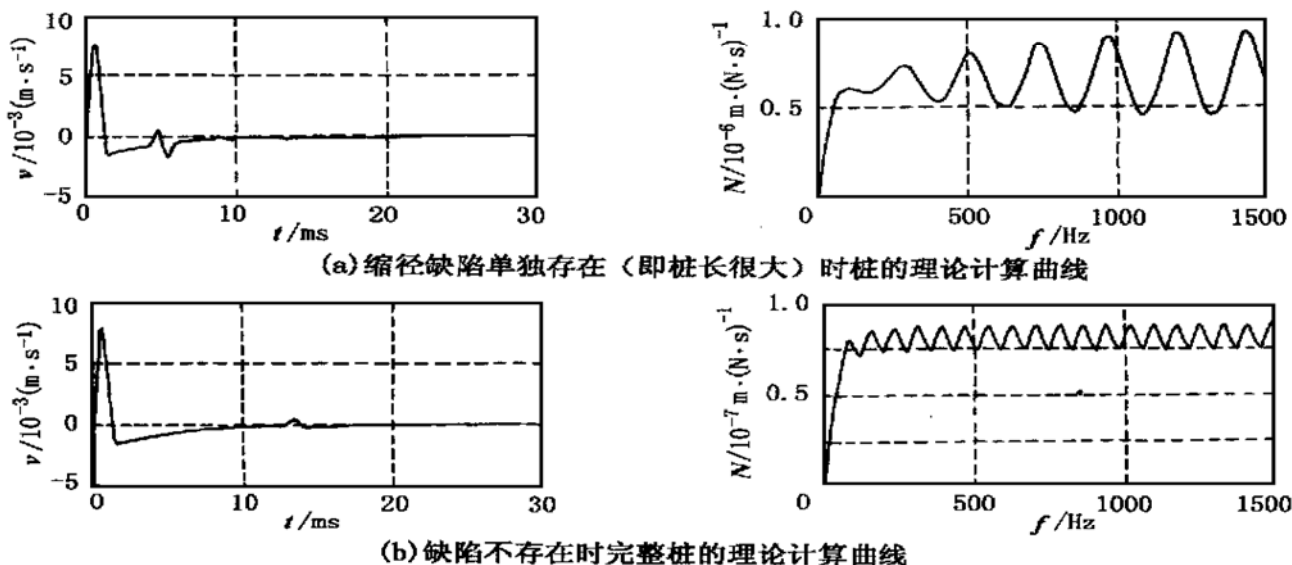


图6 单因素分析法的理论计算曲线

Fig. 6 Theoretical predictions for dynamic response of a necking pile with single factor analysis method

5 结 语

(1) 根据土层分界面及桩身缺陷界面把缺陷桩分成 n 个相连的桩段, 给出不均匀土层中多缺陷桩的动力学模型。解析地求出桩顶速度传递函数、速度导纳及频域和时域动力响应表达式。

(2) 对工程桩动测资料进行了理论计算, 理论计算结果与实测曲线在时域、频域均较为一致。

(3) 文中还对较复杂的导纳曲线提出单因数分析法。即复杂的导纳曲线是各因素(各缺陷及桩底)的综合反映, 单一因素在导纳曲线上表现为幅度、频差相近的波动形态。应用这一分析方法, 可对实测得到的导纳曲线进行分析评价。

参 考 文 献

- 1 Korten H Van, Middendorp P Van. An analysis of dissipative wave propagation in a pile. Int Seminar on the Application of Stress-Wave Theory on Piles, Stockholm, 1980
- 2 徐攸在, 刘兴满. 桩的动测新技术. 北京: 中国建筑工业出版社, 1989
- 3 雷林源, 杨长特. 桩基瞬态动测响应的数学模型及基本特性. 地球物理学报, 1992, 35(4): 501~509
- 4 王奎华, 谢康和, 曾国熙. 有限长桩受迫振动问题解析解及其应用. 岩土工程学报, 1997, 19(6): 27~35
- 5 王奎华, 谢康和, 曾国熙. 变截面阻抗桩受迫振动问题解析解及应用. 土木工程学报, 1998, 31(6): 56~67
- 6 中国振动工程学会土动力专业委员会. 土动力学工程应用实例与分析. 北京: 中国建筑工业出版社, 1998