

非饱和土的非线性模型及其应用

Nonlinear model for unsaturated soils and its application

陈正汉 周海清

D G Fredlund

(后勤工程学院, 重庆, 400041) (加拿大 Saskatchewan 大学, Saskatoon, S7N5A9)

文 摘 提出了一个较完整的非饱和土的非线性模型。该模型涉及土的变形和水量变化两个方面, 共包含 13 个参数。测定全部参数只需用两种三轴试验。应用所提模型预估三轴不排水试验中的吸力变化, 理论计算与试验结果比较接近。

关键词 非饱和土, 非线性模型, 三轴剪切试验, 三轴收缩试验, 不排水试验, 吸力, 邓肯- 张模型

中国法分类号 TU 444

作者简介 陈正汉, 男, 1947 年生, 工学博士, 加拿大 Saskatchewan 大学访问学者(1996. 8—1997. 12), 现任后勤工程学院教授, 博士生导师。主要从事岩土工程的教学及非饱和土、湿陷性黄土和膨胀土的研究。

Chen Zhenghan Zhou Haiqing

D G Fredlund

(Logistical Engineering University, Chongqing, 400041) (University of Saskatchewan, Saskatoon, S7N5A9)

Abstract A nonlinear model for unsaturated soils is presented. The model consists of two aspects, i. e., the deformation of soil skeleton and the water volume change of unsaturated soil. Total of 13 parameters are involved in this model, 11 of which are associated with soil structure, and 2 are associated with the water phase. All the parameters have either physical meanings or geometry meanings, and can be determined using laboratory tests. Only two types of triaxial tests are required to determine the 13 parameters, i. e., 1) the triaxial shear test with controlled suction and, 2) the triaxial shrinkage test with controlled net mean stress. The model is used to predict the suction changes in undrained triaxial tests, good agreement are obtained.

Key words unsaturated soil, nonlinear model, triaxial shear test, triaxial shrinkage test, undrained test, suction, Duncan- Chang's Model

1 引 言*

现有非饱和土的非线性模型可大致分为 3 类: 全量型、增量型和混合型。全量型应用状态面的概念, 把孔隙比或饱和度与两个应力状态变量的关系用三维空间曲面表达^[1, 2], 或以显式数学公式给出^[3, 4]; 增量型本构关系把广义 Hook 定律推广到非饱和土, 本构方程包括土的变形和水量变化两个方面^[5]; 混合型本构关系对土的变形用增量本构方程描述, 而对水量变化用全量本构方程描述^[6~8]。不管是增量型还是混合型, 迄今尚无人研究参数的确定方法及其变化规律。

非线性模型在岩土工程中得到了广泛的应用。这是因为非线性模型的参数的确定相对比较容易, 且模型易于用于数值分析中。因此, 发展合理实用的非饱和土的非线性模型是必要的。

本文提出了一个较完整的非饱和土的非线性模型, 该模型可看作是饱和土的邓肯- 张模型的推广。

2 理论基础

非饱和土有两个应力状态变量, 考虑到吸力的贡献, 非饱和土的本构方程和强度方程的线性形式可表达为^[5]

$$\varepsilon_i = \frac{1+\mu}{E} (\sigma_i - u_a \delta_i) - 3 \frac{\mu}{E} p \delta_i + \frac{1}{H} s \delta_i \quad (1)$$

$$\varepsilon_w = p/K_w + s/H_w \quad (2)$$

$$\tau_i = c' + (\sigma - u_a)_f \tan \phi + (u_a - u_w)_f \tan \psi \quad (3)$$

式中 ε_i , ε_w , u_a 和 u_w 分别是总应力张量、应变张量、孔隙气压力和孔隙水压力; δ_{ij} 是 Kronecker 记号; $(\sigma_i - u_a \delta_{ij})$ 是净总应力张量; $p = \sigma_{kk}/3 - u_a$ 称为净平均应力; $s = u_a - u_w$ 代表土的基质吸力; E 和 μ 分别代表土的杨氏模量和泊松比; H 是与基质吸力相关的土的体积模量; K_w 和 H_w 分别是与净平均应力和基质吸力相关的水的体积模量; τ_i , $(\sigma - u_a)_f$ 和 $(u_a - u_w)_f$ 分别是破坏面上的剪切强度、净法向应力和基质吸力; c' , ϕ 和 ψ 分别是饱和土的有效凝聚力、有效内摩擦角及与基质吸力相关的强度增加率; ε_w 代表土中水的体积变化并通过下式与含水量 w 相联系^[9]

$$w = w_0 - \frac{1+e_0}{G} \varepsilon_w \quad (4)$$

式中 w_0 , e_0 和 G 分别代表土的起始含水量、起始孔隙比和土粒比重。

在三轴条件下, 式(1)可减化为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1 - u_a}{E} - \frac{2\mu}{E} (\sigma_3 - u_a) + \frac{s}{H} \\ \varepsilon_3 &= -\frac{\mu}{E} (\sigma_1 - u_a) + \frac{1-\mu}{E} (\sigma_3 - u_a) + \frac{s}{H} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 σ_1 和 σ_3 分别是大主应力和小主应力; ε_1 和 ε_3 分别是大主应变和小主应变。

式(5)和式(2)的增量形式为

$$\begin{cases} d\varepsilon_1 = \frac{1}{E_t} d(\sigma_1 - u_a) - 2 \frac{\mu_1}{E_t} d(\sigma_3 - u_a) + \frac{1}{H_t} ds \\ d\varepsilon_3 = - \frac{\mu_1}{E_t} d(\sigma_1 - u_a) + \frac{1 - \mu_1}{E_t} d(\sigma_3 - u_a) + \frac{1}{H_t} ds \end{cases} \quad (6)$$

$$d\varepsilon_w = dp/K_{wt} + ds/H_{wt} \quad (7)$$

式中 下标 t 表示切线的意义。考虑以下两种特殊应力路径的三轴试验: 一是 σ_3 , u_a 和 s 都保持常数的三轴剪切试验, 二是净平均应力 p 保持常数的三轴收缩试验。在前一种试验条件下, 式(6)和式(7)给出

$$E_t = d(\sigma_1 - \sigma_3)/d\varepsilon_1 = dq/d\varepsilon_1 \quad (8)$$

$$\mu_1 = - d\varepsilon_3/d\varepsilon_1 \quad (9)$$

$$K_t = dq/(3d\varepsilon_v) \quad (10)$$

$$K_{wt} = dq/(3d\varepsilon_w) \quad (11)$$

式中 K_t , q 和 ε_v 分别是土的切线体积模量、偏应力和体应变。在后一种试验条件下, 式(6)和式(7)给出

$$H_t = 3ds/d\varepsilon_v \quad (12)$$

$$H_{wt} = ds/d\varepsilon_w \quad (13)$$

式(8)~(13)就是用室内试验确定模型参数的理论依据。确定强度参数(c' , ϕ 和 ϕ')的方法可参阅文献[5, 9]。

3 三轴试验

为了确定模型参数并研究参数的变化规律, 进行了以下两种三轴试验: ①控制净平均应力等于常数的三轴收缩试验, 共做了 4 个这种试验, 净平均应力分别控制为 5, 50, 100, 200 kPa; ②控制室压力(σ_3)、孔隙气压力(u_a)和基质吸力(s)为常数的三轴排水剪切试验, 控制吸力为 0, 50, 100, 200, 300 kPa, 净室压力 $\sigma_3 - u_a$ 控制为 100, 200, 300 kPa, 共做了 14 个这种试验。有关试验的详细情况已在文献[9, 10]中介绍。

试验用土是一种重塑非饱和黄土, 试样的起始干密度、起始含水量和起始吸力分别是 1.7 g/cm^3 , 17.15% 和 20 kPa, 土粒比重等于 2.72。

4 模型参数的确定

4.1 强度参数

从文献[9]可知, 重塑非饱和黄土的 c' 和 ϕ 分别等于 3.7 kPa 和 32.7° ; 当吸力 $s \leq 75 \text{ kPa}$ 时, $\phi' = \phi$; 而当吸力大于 75 kPa 时, $\phi' = 18.2^\circ$ 。相应的 Mohr-Coulomb 准则可写为

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2(c' + s_f \tan \phi') \cos \phi' + 2(\sigma_3 - u_a) \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} \quad (14)$$

4.2 切线杨氏模量

从文献[11]可知, 各种吸力下的非饱和土的应力-应变曲线与吸力等于零的饱和土的相应曲线具有相似的形态。分析表明, 非饱和土的曲线都可用双曲线方程描述, 即

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \varepsilon_1 / (a + b\varepsilon_1) \quad (15)$$

式中 a 和 b 分别是在 $\varepsilon_1/(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1$ 坐标系中双曲线转换成直线后的截距和斜率, a 的物理意义是初始切线模量 E_i 的倒数, b 为极限偏应力 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 的倒数。

图 1 是 $\log \frac{E_i}{p_{atm}} - \log \frac{\sigma_3 - u_a}{p_{atm}}$ 的关系曲线。每一吸力下的关系是线性的, 其方程是

$$E_i = kp_{atm} \left(\frac{\sigma_3 - u_a}{p_{atm}} \right)^n \quad (16)$$

式中 p_{atm} 是大气压; k , n 是无因次参数, n 是直线的斜率, k 是当 $(\sigma_3 - u_a)/p_{atm} = 1$ 时的 E_i/p_{atm} 之值。各种吸力下的 k 和 n 值列于表 1。 n 随吸力变化很小, 可取为常数(0.12)。 k 则随 s/p_{atm} 呈线性变化(图 2), 其方程为

$$k = k^0 + m_1(s/p_{atm}) \quad (17)$$

式中 k^0 和 m_1 分别是图 2 中直线的截距和斜率, 二者都是无因次量, 它们的值分别等于 227 和 27.77。

引用参数破坏比 R_f , 其定义为

$$R_f = (\sigma_1 - \sigma_3)_f / (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} \quad (18)$$

不同吸力下的 R_f 值列于表 1。 R_f 随吸力变化较小, 可认为是由于采用不同的破坏标准所致[12]。为简化分析, R_f 取为常数(0.83)。

利用式(8) (15) 和(18), 切线杨氏模量可表达为

$$E_t = (1 - R_f L) E_i \quad (19)$$

式中 $L = (\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)_f$, 称为应力水平。把式(14) (16) (17) 和(18)代入式(19), 就可得出一般应力条件下的切线杨氏模量表达式。

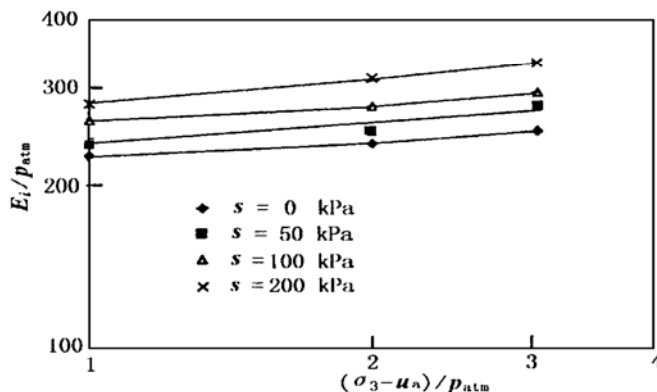


图 1 起始切线模量随净室压力的变化

Fig. 1 Variation of $\frac{E_i}{p_{atm}}$ with $\frac{\sigma_3 - u_a}{p_{atm}}$

表 1 与切线杨氏模量有关的参数

Table 1 Parameters associated with E_t

吸力 /kPa	$\sigma_3 - u_a$ /kPa	$(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ /kPa	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ /kPa	R_f		k	n
				试验值	平均值		
0	100	250	266	0.94			
	200	480	543	0.88	0.88	225	0.10
	300	720	862	0.84			
50	100	400	463	0.86			
	200	644	775	0.83	0.84	235	0.13
	300	850	1042	0.82			
100	100	472	568	0.83			
	200	660	813	0.81	0.81	260	0.10
	300	910	1149	0.79			
200	100	619	787	0.79			
	200	800	980	0.82	0.80	280	0.15
	300	1010	1282	0.79			
300	100	690	893	0.77			
	200	919	1163	0.79	0.78	*	*
平均值					0.83		0.12

* 分析中发现吸力等于 300 kPa 的 k 过大而舍弃。

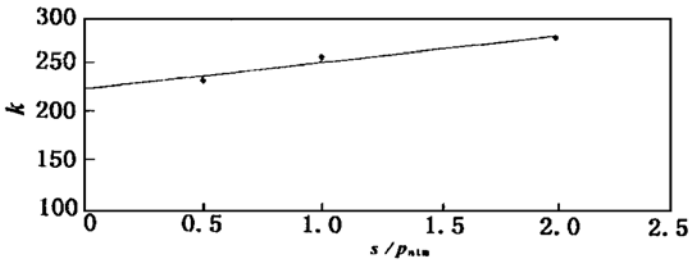


图 2 参数 k 随吸力的变化

Fig. 2 Variation of k with s/p_{atm}

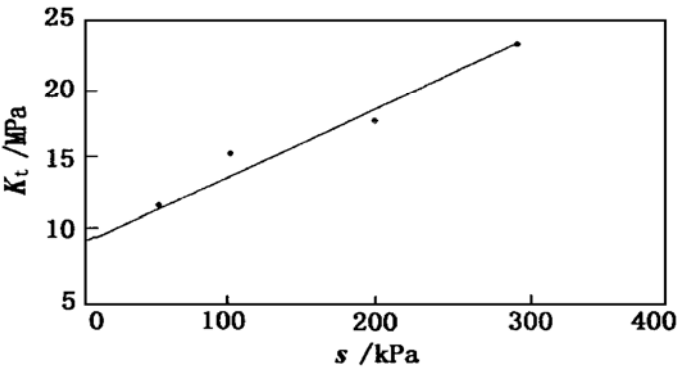


图 3 土的切线体积模量随吸力的变化

Fig. 3 Variation of K_t with suction

4.3 土的切线体积模量 K_t

邓肯于 1980 年提出了用土的切线体积模量来取代邓肯- 张模型中的切线泊松比, 参数 K_t 可以按式 (10) 确定。为了简化计算, 邓肯建议用应力- 应变曲线上的应力水平等于 70% 的点的应力和体变来计算 K_t , 即

$$K_t = \left. \frac{1}{3} \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\epsilon_v} \right|_{L=70\%} \quad (20)$$

并认为由此式确定的 K_t 可以代表一个试样在整个试验过程中的切线体积模量的平均值。各个试验的 K_t 列于表 2。可以看出, 净室压力对 K_t 的影响并不大。换言之, 同一吸力下的不同净室压力的 K_t 可取为常数。

图 3 表明 K_t 随吸力呈线性变化, 其函数关系为

$$K_t = K_t^0 + m_2 s \quad (21)$$

式中 K_t^0 和 m_2 分别是图 3 中直线的截距和斜率, 其值分别为 9.2 MPa 和 46。

表 2 参数 K_t 和 K_{wt}

Table 2 Tangent bulk moduli for soil skeleton and water

吸力 /kPa	$\sigma_3 - u_a$ /kPa	应力水平 = 70%				应力水平 = 100%			
		$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3}$ /kPa	ϵ_v /%	K_t /MPa	$\bar{K}_t$ /MPa	$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3}$ /kPa	ϵ_w /%	K_{wt} /MPa	$\bar{K}_{wt}$ /MPa
0	100	58	0.60	9.7					
	200	112	1.54	7.3	8.2				8.2
	300	168	2.23	7.5					
50	100	92	0.71	13.1		133	0.46	29.0*	
	200	150	1.43	10.5	11.9	215	0.64	34.1*	21.8
	300	198	1.63	12.1		283	1.30	21.8	
100	100	110	0.73	15.1		157	1.06	15.4	
	200	154	0.92	16.7	15.5	220	1.04	21.2	19.7
	300	212	1.44	14.7		303	1.35	22.5	
200	100	144	0.75	19.2		206	1.14	18.1	
	200	187	1.04	17.9	17.7	267	1.49	17.9	17.4
	300	236	1.48	15.9		337	2.09	16.1	
300	100	161	0.52	31.0*		230	1.05	21.9	
	200	214	0.93	23.0	23.0	306	1.51	20.3	21.1

注: 带星号的数值在分析中没用。

4.4 与净平均应力相关的水的切线体积模量 K_{wt}

K_{wt} 应按式(11)确定。为了简化,提出两种新方法。

(1) 第一种方法

本文建议用应力-应变曲线上的应力水平等于100%的点的应力和水的体积变化来计算 K_{wt} ,即

$$K_{wt} = \frac{1}{3} \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{\varepsilon_{wf}} \quad (22)$$

式中 ε_{wf} 是破坏时的水的体积变化。各试验的 K_{wt} 列于表2。从表2可知,对于非饱和土样(吸力大于等于50 kPa), K_{wt} 可取其平均值(20 MPa),按常数处理。

从文献[9]可知,控制吸力的各向同性压缩试验的 $\varepsilon_w - p$ 关系是线性的,各种吸力下的直线坡度(用 $\lambda_w(s)$ 表示)的平均值等于 $5.16 \times 10^{-5}(\text{kPa})$ 。 $\lambda_w(s)$ 的倒数就是 K_{wt} ,其值为19.4 MPa,与由式(22)算出的20 MPa接近。

(2) 第二种方法

从图4可知,同一吸力下的各种净室压力的三轴排水剪切试验的 $w - p$ 关系在破坏前可用一直线近似,该直线上的含水量与同一净平均应力下的试验点的含水量之差小于0.25%。各种吸力下的直线坡度(用 $\beta(s)$ 表示)彼此接近,其平均值等于 $2.92 \times 10^{-5}(\text{kPa})$ 。

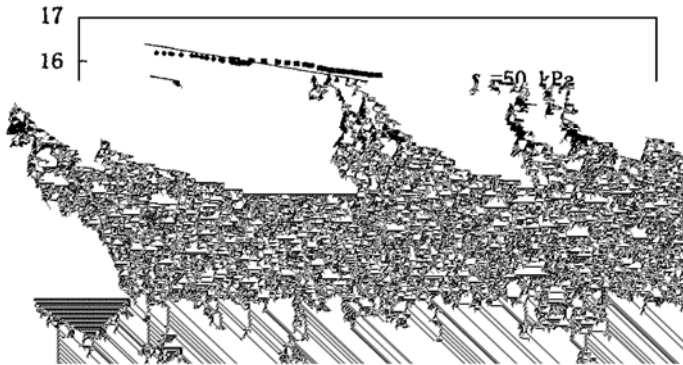


图4 三轴剪切过程中试样含水量的变化

Fig.4 Water content change during triaxial shear

把式(4)对 p 求导可得

$$K_{wt} = 1/\lambda_w(s) = -(1 + e_0)/G\beta(s) \quad (23)$$

式中 $\lambda_w(s) = d\varepsilon_w/dp$ 。式(23)右边的负号表示含水量随着排水而降低。把 $e_0 = 0.6$, $G = 2.72$ 和 $\beta(s)$ 的值代入式(23)得 $K_{wt} = 20.1 \text{ MPa}$ 。

两种方法得到的 K_{wt} 值相同,故此参数可取为常数(吸力 $\geq 50 \text{ kPa}$),即20 MPa。

4.5 与吸力相关的土的切线体积模量(H_t)和水的切线体积模量(H_{wt})

从文献[9]的图5(a) (b) (c)可知,三轴收缩试验的 ε_v , ε_w 和 w 与 $\log[(s + p_{atm})/p_{atm}]$ 的关系都是线性的。用 $\lambda_e(p)$, $\lambda_w(p)$ 和 $\beta(p)$ 分别表示它们的斜率。 $\lambda_e(p)$ 依赖于 p ; 而 $\lambda_w(p)$ 和 $\beta(p)$ 随 p 变化不大,可视为常数。 $\lambda_w(p)$ 的平均值是14.95%, $\beta(p)$ 等于

8.57%。 $\lambda_w(p)$ 和 $\beta(p)$ 的理论关系,可将式(4)两边对 $\log[(s + p_{atm})/p_{atm}]$ 求导得到。

$$\lambda_w(p) = \frac{d\varepsilon_w}{d\log[(s + p_{atm})/p_{atm}]} = -\frac{G}{1 + e_0} \beta(p) \quad (24)$$

式右边负号的意义与式(23)相同。

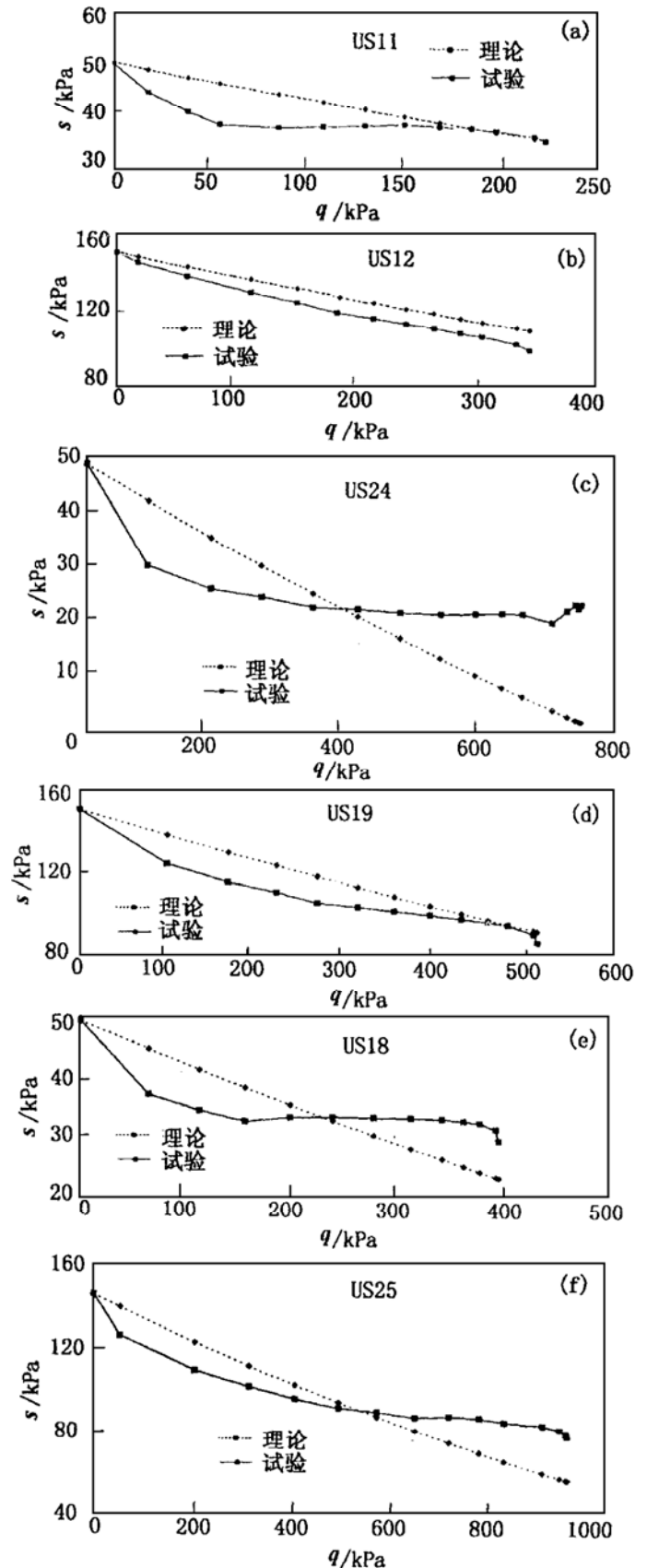


图5 三轴不排水剪切过程中吸力的变化

Fig.5 Suction change during triaxial undrained shear (Drumright, 1989)

$\lambda_e(p)$ 随 p 增加, 可用下式描述(文献[9]的图 5 (d)):

$$\begin{aligned}\lambda_e(p) &= d\varepsilon_v / d\log[(s + p_{atm})/p_{atm}] \\ &= \lambda_e^0(p) + m_3 \log[(p + p_{atm})/p_{atm}]\end{aligned}\quad (25)$$

式中 $\lambda_e^0(p)$ 是 $\lambda_e(p) - \log[(p + p_{atm})/p_{atm}]$ 坐标系中直线上相应于 $p = 0$ 的点的纵坐标; m_3 是直线的斜率;

$\lambda_e^0(p)$ 和 m_3 的值分别等于 0.0256 和 0.0930。

式(25)的左半边给出

$$\frac{ds}{d\varepsilon_v} = \ln 10 \frac{s + p_{atm}}{\lambda_e(p)} \quad (26)$$

比较式(12)和式(26)可得

$$H_t = 3 \ln 10 \frac{s + p_{atm}}{\lambda_e(p)} \quad (27)$$

式(24)的左半边给出

$$H_{wt} = \frac{ds}{d\varepsilon_w} = \ln 10 \frac{s + p_{atm}}{\lambda_w(p)} \quad (28)$$

由式(27)、(28)表明, H_t 和 H_{wt} 都与当前的应力状态 (p, s) 有关。对本次研究的重塑黄土而言, 由于 $\lambda_w(p)$ 是常数, 故 H_{wt} 仅依赖于当前的吸力。

4.6 模型参数的小结

所提模型共包含 13 个参数, 即, $c', \phi, \phi^0, n, k^0, m_1, R_f, K_t^0, m_2, \lambda_e^0(p), m_3, K_{wt}, \lambda_w(p)$ 。其中的前 11 个参数与土的变形和强度有关, 另外两个与水量变化有关。

当吸力等于零时(饱和土), ϕ^0 等于 ϕ , $m_1, m_2, m_3, \lambda_e^0(p)$ 和 $\lambda_w(p)$ (或 $\beta(p)$) 消失, K_{wt} 等于 K_t^0 , 只留下 6 个参数, 即 c', ϕ, n, k^0, R_f 和 K_t^0 , 本文模型退化为 Duncan-Chang 模型。

由于没有卸载—再加载参数, 本模型只适用于加载过程。

5 模型的应用

应用本文模型可以预估不排水试验(又称为常含水量试验 CW)中吸力的变化。在三轴压缩试验的不排水阶段, 式(7)给出

$$d\varepsilon_w = dp/K_{wt} + ds/H_{wt} = 0 \quad (29)$$

把式(28)代入式(29)可得

$$ds = - \frac{H_{wt}}{K_{wt}} dp = - \ln 10 \frac{s + p_{atm}}{K_{wt} \lambda_w(p)} dp \quad (30)$$

此式表明, 对硬化反应($dp > 0$), 吸力将减小; 对软化反应($dp < 0$), 吸力将增大; 当土样剪切达到临界状态时($dp = 0$)^[12], 则吸力保持不变。

式(30)可改写为

$$\frac{ds}{s + p_{atm}} = - \frac{1}{\Omega} dp \quad (31)$$

$$\text{式中 } \Omega = \frac{K_{wt} \lambda_w(p)}{\ln 10} \quad (32)$$

对本文所研究的黄土而言, K_{wt} 和 $\lambda_w(p)$ 都是常数, 因而 Ω 亦为常数。

如果加载路径是单调的(即 p 总是增大或总是减小), 积分式(31)两边可得

$$\ln \frac{s_1 + p_{atm}}{s_2 + p_{atm}} = \frac{1}{\Omega} (p_2 - p_1) \quad (33)$$

式中 下标 1 和 2 分别代表应力-应变曲线上的起点和终点, 也可代表应力-应变曲线上任一段弧的起点和终点。若应力-应变曲线同时包含硬化段和软化段, 则对式(31)的积分可分两段进行。

对于三轴不排水剪切阶段, 若 σ_3 和 u_a 保持不变, 则式(33)成为

$$\ln \frac{s_1 + p_{atm}}{s_2 + p_{atm}} = \frac{1}{3\Omega} [(\sigma_1 - \sigma_3)_2 - (\sigma_1 - \sigma_3)_1] \quad (34)$$

[例 1] 各向同性压缩常含水量试验中的吸力变化

Bishop 和 Blight 做过一个这种试验, 土样是击实的 Selsset 粘土^[1]。图 6 中的实线是试验曲线。选择试验曲线上的第一点和第 6 点用来确定参数 Ω 。把这两点的吸力和净平均应力代入式(33), 算得 Ω 等于 637 kPa。图 6 中其余各点的吸力值可由式(33)预估, 计算结果在同一图中用虚线表示, 与实验曲线比较接近。

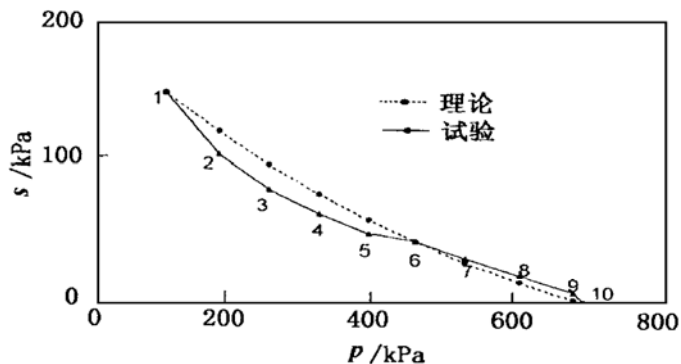


图 6 等向固结不排水试验的吸力变化

Fig. 6 Suction change during isotropically consolidated undrained test (Bishop et al. 1963)

[例 2] 常含水量三轴剪切试验中的吸力变化

Drumright (1989) 进行了一系列常含水量三轴剪切试验, 土样是 Copper Tailings^[13]。试样先在某一净室压力下固结, 然后进行排气不排水剪切。在剪切过程中记录吸力和偏应力。6 个试样在剪切前的应力状态列于表 3。

试验 US11 的首尾两点用来确定式(34)中的参数 3Ω 。该试验结束时的应力状态是: $q = 223.1$ kPa, $s = 33.9$ kPa。据此算得 3Ω 等于 1988 kPa。为简化计算, 取 3Ω 等于 2000 kPa, 并把此值代入式(34)计算 6 个试验过程中的吸力变化。计算结果与实测数据示于图

5(a~ f)。除试验 US24(图 5(e))外,模型能反映试验过程中吸力的变化趋势。

表 3 Copper Tailings 土样在剪切前的应力状态

Table 3 Stress states of specimens before shear (Drumright, 1989)

试验编号	净固结压力/kPa	吸力/kPa
US11	15	49.8
US12	15	150.1
US18	50	49.3
US19	50	149.3
US24	150	48.6
US25	150	145.3

6 结 论

(1) 本文提出了一个较完整的非饱和土的增量非线性模型,本构关系包括土的变形和水量变化两个方面,是邓肯-张模型的合理推广。

(2) 模型中包含 13 个参数,都具有确定的物理意义或几何意义。确定全部参数只需做 2 种三轴试验,即控制净平均应力的三轴收缩试验和同时控制吸力与净室压力的三轴排水剪切试验。

(3) 应用本文模型对两种应力路径的不排水试验中的吸力变化进行预估,结果与实验值比较接近。显示了本文模型在解决实际问题方面的潜力。

(4) 文中详细讨论了各模型参数的具体确定方法和变化规律,并针对重塑非饱和黄土给出了各参数的具体数值,可供有关岩土工作者参考。

参 考 文 献

1 Bishop A W, Blight G E. Some aspects of effective stress in saturated and unsaturated soils. *Geotechnique*, 1963, **13**(3): 177~ 197
2 Matyas E L, Radhaknstaia H S. Volume change characteristics of

partially saturated soils. *Geotechnique*, 1968, **18**(4): 432~ 448
3 Fredlund D G. Appropriate concepts and technology for unsaturated soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 1979, **16**(2): 121~ 139
4 Lloret A, Alonso E E. State surface for partially saturated soils. *Proceedings of the 11th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, San Francisco, 1985
5 Fredlund D G, Rahardjo H. *Soil mechamies for unsaturated soils*. A Wiley-interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc, 1993
6 Lloret A, Gens A, Batille F, et al. Flow and deformation analysis of patially satuated soilsin. *Proceedings of the 9th Europe Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Dublin, 1987
7 杨代泉. 非饱和土二维广义固结非线性数值模型. *岩土工程学报*, 1992(增刊): 2~ 12
8 Gatmiri B, Delage P. A new void ratio state surface formulation for the nonr-linear elastic constitutive modeling of unsaturated soil- code U-dam. In: *Unsaturated Soils: Proceedings of the First International Conference on Unsaturated Soils*. Paris, Ed by Alonso E E, Delage P. Published by A A Balkema, Rotterdam, Nerlands. 1995, **3**: 1049~ 1056
9 陈正汉. 重塑非饱和黄土的变形、强度、屈服和水量变化特性. *岩土工程学报*, 1999, **21**(1): 82~ 90
10 周海清. 非饱和土的非线性本构关系的试验研究: [硕士学位论文]. 重庆: 后勤工程学院, 1997
11 陈正汉, 周海清. 非饱和压实黄土的本构关系研究. *西部探矿工程*, 1996(增刊): 1~ 3
12 Chen Zhenghan(陈正汉), Sun Shuguo(孙树国). Strength characteristics and critical state of an unsaturated compacted loess. *Proc Int Conf on Strength Theories Application and Developments*. Xian, China, 1998
13 Drumright E E. The contribution of matric suction to the shear strength of unsaturated soils: [Ph. D Dissertation]. Colorado State University, USA, 1989.