

再由曲率半径的定义^[3]

$$|R_\beta| = (1 + y'^2)^{3/2} / |y''| \quad (15)$$

将上列式(12)、(13)及(14)代入得

$$|R_\beta| = \frac{r}{\cos \varphi} \quad (16)$$

显然, 由于 α 线就在径线方向, 再注意到讨论滑移线时对曲率半径的正负规定, 我们自然得到 $\partial R_\beta / \partial S_\alpha = -1 / \cos \varphi$ 。这就再次证明了笔者所得结论的正确性。

所以对于摩擦材料, 关于其滑移线性质的 Hencky 第二定理应表述为: 如沿某一滑移线移动, 则另一族滑移线在交点处的曲率半径的变化等于沿该滑移线移动的距离除以内摩擦角的余弦。当摩擦角为零, 我们自然得到 Hencky 第二定理的经典形式。

由 Hencky 第二定理还可以知道, 对于滑移线网中一网眼的任一对对边, 如不都是直线, 则其长度必不相等。据此我们可以说, 在文献中见到的由曲边平行四边形所构成的滑移线网严格讲是不正确的。

(本文被录用后, 笔者从编辑部得知华林先生也曾对此定理给出证明。)

参 考 文 献

- 1 龚晓南. 土塑性力学. 浙江大学出版社, 1990
- 2 徐秉业, 陈森灿. 塑性理论简明教程. 清华大学出版社, 1981. 239~ 241
- 3 樊映川等编, 高等数学讲义(上册), 高等教育出版社, 1964. 325~ 329

对“Hencky 第二定律的探讨”讨论的答复

张振营

(青岛建筑工程学院建工系, 青岛, 266033)

非常感谢侯永峰同学, 龚晓南、宋二祥老师对“Hencky 第二定律的探讨”一文(以下简称拙作)进行讨论, 并指出论文中的一个重要性质, 即滑移线的性质应该与材料的属性有关。下面简要叙述一下个人的研究思路, 并对讨论答复如下: *

(1) 笔者一直认为学术界的讨论、甚至争论是件非常有益的事, 它有助于解决更高层次的学术问题, 在这种思想指导下, 对 Hencky 第二定律在 Coulomb 材料中的适用性进行了探讨, 并给出了 Hencky 第二定律的一般表达式(见拙作中式(7)、式(12))。拙作刊出后, 笔者高兴地看到读者在关心研究这篇论文, 并给出了 Hencky 第二定律的另外一种表达式(见侯文式(7)、宋文式(2))。当然, 还可能有更多专家、学者也在关心研究这篇文章, 笔者恳切希望看到有更多同行对 Hencky 第二定律在 Coulomb 材料中的适用性展开广泛的讨论, 探讨 Hencky 第二定律的一般表达式究竟是什么样子, 如果能达到此目的, 这正是笔者的初衷。

(2) 侯文提到 G 点的位置问题, 这里作一说明: 拙作图 2 中的 H 点是 α 线与 β 线的交点, E 点是 AO 线与 α 线的交点, G 点

为 α 线在 E 点的切线与 β 线的交点, 由于研究的是两组无限接近的滑移线族, 所以有关系式: $AG \cong AH = \Delta S_\beta$ 。

(3) 在拜读了侯文与宋文的讨论稿后, 笔者也注意到拙作中的推导过程确有不合理之处, 拙作图 2 中的 $\angle ACA'$ 是直角没有给出数学上的证明, 当然关于是否直角这个问题还需作进一步的研究; 图 3 中 $LM = AH \cdot \Delta \theta_\alpha$ 似乎有点勉强, 看来, $LM = AH \cdot \Delta \theta_\alpha / \cos \varphi$ 显得更合理一些。

(4) 侯文及宋文给出了 Hencky 第二定律的另外一种表达式(见侯文式(7)、宋文式(2)), 其表达式是否一定符合滑移线在 Coulomb 材料中的内在规律性, 滑移线的性质除了与材料的内摩擦角这一属性有关外, 是否还与另外属性有关? 现在应该是探索研究这一问题的时候了。正如卢肇均院士所说的(见文献[1]): “科学研究最主要的任务在于探索未知的自然规律”, 笔者希望越来越多的专家、学者、同行共同来关心研究这一课题。

参 考 文 献

- 1 卢肇均. 答张振营先生. 岩土工程学报, 1999, 21(2): 249