

蒙特卡洛模拟的随机性及裂隙岩体渗透张量分析

The stochastic properties of Monte Carlo simulations and its affection on evaluating the penetrate tensor of fractured rockmass

杨米加 贺永年

(中国矿业大学建筑工程学院, 江苏徐州, 221008)

中图法分类号 TV 223.6

作者简介 杨米加, 男, 27 岁, 中国矿业大学在读博士生, 从事岩石力学方面的研究工作。

1 前言

蒙特卡洛模拟法作为一种计算机模拟手段, 已被广泛应用于岩体的裂隙网络模拟。但蒙特卡洛法是一种随机模拟方法, 是一种通过裂隙的若干物理、几何量的统计参数来获得一个随机裂隙模型的方法。一方面, 真实的岩体裂隙是满足相应的统计分布规律(包括误差规律)的一个具体的裂隙系统; 另一方面, 由计算机给出的裂隙模型是根据这些分布获得的另一个确定的裂隙分布形式, 这两者之间的渗透性质并不一致, 但两者的统计规律应具有一致性。因此, 确定随机模型对渗透性的影响关系是认识蒙特卡洛法和了解真实岩体渗透性质所必需的。

2 蒙特卡洛模拟岩体裂隙网络的随机性

假设有一岩体, 其裂隙参数见表 1, 根据表中所提供的参数, 可生成多种岩体裂隙网络(见图 1)。

表 1 某岩体的裂隙分布参数

Table 1 The distribution parameters of fissures in a rockmass

参数类型	裂隙间距	裂隙迹长	裂隙方位角/(°)	裂隙张开度
分布形式	均匀分布 (0~ 1.0 m)	均匀分布 (0~ 14 m)	确定	均匀分布 (0~ 4 mm)
分布参数	均值为 0.5 m 方差为 1/12	均值为 7 m 方差为 196/12	80	均值为 2 mm 方差为 16/12

可见蒙特卡洛法应用于模拟岩体裂隙网络, 具有一定的随机性, 应谨慎对待。

3 蒙特卡洛模拟的随机性对岩体渗透性评价的影响

既然蒙特卡洛模拟具有一定的随机性, 在用它模拟出来的裂隙网络上建立的渗透性评价及渗流分析也具有不确定性。还以上面的裂隙参数所生成的模型为

依据, 应用有限差分法确定岩体渗透张量, 并统计岩体渗透张量的分布规律。

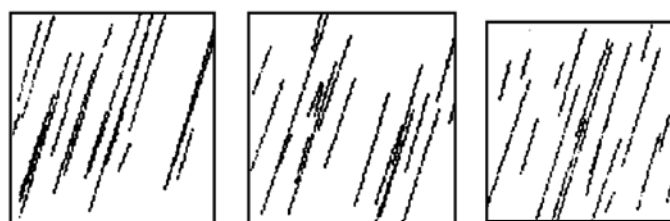


图 1 根据表 1 的参数生成的不同的岩体裂隙网络模式

Fig. 1 The different patterns of fracture network produced from the parameters of Table 1

首先将裂隙岩体剖分成细小的网格, 依据网格内的裂隙几何特征计算网格的 X 方向和 Y 方向的渗透系数, 然后在给定的初始条件和边界条件下, 求解水流的差分方程, 并计算岩体在水力梯度方向上的整体渗透系数 K_{XX} 和侧向渗透系数 K_{XY} , 最后调换初始条件和边界条件, 求出另外一个方向的渗透系数 K_{YY} 和侧向渗透系数 K_{YX} , 然后根据叠加原理, 求出裂隙岩体的渗透张量。

为求得裂隙岩体在 X 方向的渗透系数, 边界条件需要这样给定, 在左边界($X = 0$)上令水头为 0, 在右边界($X = L$)上令水头为 1, 上下边界的水头由左到右从 0 到 1 线性分布。在上述边界条件下求解差分方程, 可以得到各网格结点上的水头分布, 并且可以进一步求得 X 和 Y 方向上的流量 Q_X 和 Q_Y , 则有

$$K_{XX} = -Q_X L_X / L_X \quad K_{XY} = Q_Y L_Y / L_X$$

调换边界条件, 计算 K_{YY}, K_{YX} 。

最后可得裂隙岩体的渗透张量 K ,

$$K = \begin{bmatrix} K_{XX} & K_{XY} \\ K_{YX} & K_{YY} \end{bmatrix}$$

根据以上方法, 对同一分布参数下的不同裂隙模式分别进行计算, 可得不同模式裂隙岩体网络的渗透

张量, 计算结果见表2。

表2 同一分布参数不同分布模式的裂隙网络的渗透张量

Table 2 The permeability tensors of the fissure network corresponding to the different patterns and the same parameters

名称	模式1	模式2	模式3
$K_{\max} \times 10^{-4}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1.2838E-2	3.8519E-3	9.54925E-3
$K_{\min} \times 10^{-4}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	6.4911E-4	2.8512E-3	1.1614E-3
最大渗透方向与 x轴的夹角/(°)	86.38	78.72	88.67

由表2可知, 经蒙特卡洛法模拟的裂隙岩体, 其渗透张量也是一随机变量。

4 同一分布参数下蒙特卡洛法模拟的岩体结构的渗透性统计分析

虽然说蒙特卡洛法模拟的岩体具有一定的随机性, 但这种随机性既体现了方法的随机本质, 又从另外一方面反映了岩体裂隙赋存规律的本质。因为对于同一种岩体, 其组成相似, 若在同样的地质条件下, 其形成的裂隙也应具有相似性。但由于无论从岩体的组成或从所经受的地质条件来说, 都不可能完全一致, 因此其所形成的裂隙既具有相似性又具有随机性。所以从某种意义上来说, 用随机方法来描述岩体裂隙也体现了岩体裂隙赋存的本质。

无论是方法的随机性, 还是裂隙赋存的随机本质, 用蒙特卡洛法模拟的裂隙岩体的渗透张量均为一随机变量, 因此该随机变量的统计规律对于评价裂隙岩体的渗透性具有重要意义。

4.1 模拟次数与误差估计

为了准确把握渗透张量的统计规律, 抽样的次数是关键, 它决定着统计规律的置信度及误差的大小。

假设某特征体积岩体中裂隙分为 m 组, 并引入贯通系数 $f = l_i/(\sqrt{2}L)$, 把所有裂隙处理成贯通裂隙, 则对每一组有

$$K_x = \sum \frac{gd_i^2 \cos \theta \cdot l_i}{12\sqrt{2} \mu L} \quad K_y = \sum \frac{gd_i^2 \sin \theta \cdot l_i}{12\sqrt{2} \mu L}$$

取 d_i, l_i 为随机变量, 且相互独立, 则 K_x, K_y 也为随机变量, 有

$$E(K_x) = \frac{\sum gE(d_i^2) \cos \theta \cdot E(l_i)}{12\sqrt{2} \mu L}$$

$$\text{由于 } E(d_i^2) = D(d_i) + (E(d_i))^2, E(l_i) = \bar{l}$$

$$\text{则有 } E(K_x) = \frac{Ng \cos \theta}{12\sqrt{2} \mu L} (\delta_1 + d^2) \bar{l}$$

$$\text{同理可得 } E(K_y) = \frac{Ng \sin \theta}{12\sqrt{2} \mu L} (\delta_1 + d^2) \bar{l}$$

另一方面,

$$D(K_x) = D \left| \frac{\sum gd_i^2 \cos \theta \cdot l_i}{12\sqrt{2} \mu L} \right| = \frac{N^2 g^2 (\cos \theta)^2}{(12\sqrt{2} \mu L)^2} D(d_i^2 l_i)$$

$$\text{由于 } D(xy) = E(xy - E(xy))^2 = \delta_1 \delta_2 + \delta_1 \bar{y}^2 + \delta_2 \bar{x}^2$$

$$\text{则有 } D(d_i^2 l_i) = D(d_i^2)(\bar{l}^2 + \delta_2) + \delta_2(\delta_1 + d^2)^2$$

若 d_i 为均匀分布, 则

$$D(d_i^2) = (b^2 - a^2)/12$$

同理, 可求出 $D(K_y)$ 。

式中 δ_1 为裂隙张开度的方差; $\bar{d}$ 为裂隙张开度分布的均值; δ_2 为裂隙迹长的方差; $\bar{l}$ 为裂隙迹长的均值; L 为特征体积单元的边长; θ 为裂隙方位角; g 为重力加速度; d_i, l_i 为该组裂隙中某个裂隙的张开度和迹长; $E(K_x), E(K_y)$ 为 X, Y 方向渗透系数的均值; $D(K_x), D(K_y)$ 为 X, Y 方向渗透系数的方差; N 为该组裂隙的个数, a, b 为裂隙张开度分布区间的起点和终点。对每一组进行同样的求解, 可得 $E_j(K_x), E_j(K_y), D_j(K_x), D_j(K_y) \quad j = 1, 2 \dots m$ 。

因为 $D(K_x), D(K_y)$ 存在, 所以统计量, $Y_{K_x} = \frac{K_x - E(K_x)}{\sqrt{D(K_x)/n}}$ 服从 $N(0, 1)$ 的正态分布, 若确定可靠度为 95%, 则有

$$\left| p \mid \frac{K_x - E(K_x)}{\sqrt{D(K_x)/n}} \mid \leq K_{a/2} \right| = 1 - \alpha = 0.05$$

式中 $K_{a/2}$ 为 $N(0, 1)$ 的 $a/2$ 百分位值。将上式改写为

$$\varepsilon = \mid K_x - E(K_x) \mid \leq K_{a/2} \sqrt{\frac{D(K_x)}{n}}$$

则 K_x 的绝对误差为,

$$\mid \varepsilon \mid \leq 1.96 \sqrt{D(K_x)/n}$$

有 $n \geq 1.96^2 D(K_x) / \varepsilon^2$

同理可得 n_y, n_z , 取

$$n = \max_{i=1}^m (n_{ix}, n_{iy}, n_{iz})$$

式中 ε 为误差; n 为抽样次数; n_{ix}, n_{iy}, n_{iz} 为不同裂隙组最小抽样数。

4.2 渗透张量的统计分析

根据 4.1 节得出的公式, 对于一定的裂隙分布, 可确定确定裂隙岩体渗透张量统计规律的最小抽样次数, 然后应用第 1 节所提出的方法就可确定它的渗透张量分布规律。为此, 我们根据第 1 节所提供的裂隙参数, 取 ε 为 $1\text{E}-8 \text{ m/s}$, μ 为 $0.03 \text{ MPa} \cdot \text{s}$, N 取 20, L 为 10 m , 计算得该裂隙参数下需最小抽样次数为 950 次, 因此, 在该裂隙参数下抽样获得 1 000 种裂隙分布模式, 并分别计算了各种分布模式下裂隙岩体的渗透张量(见图 2), 渗透张量的统计分布规律见图 3。

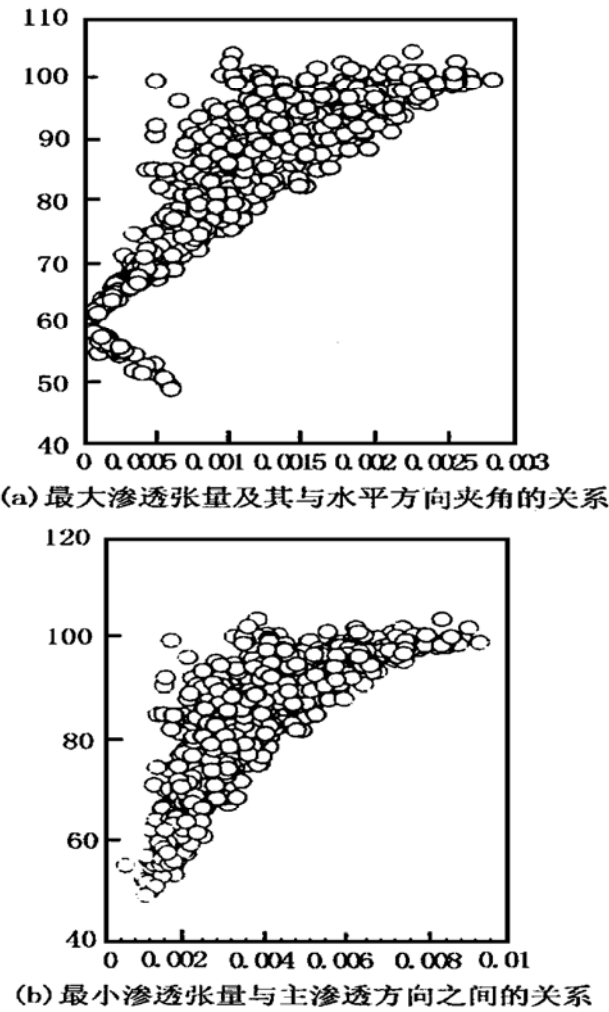


图 2 裂隙岩体渗透张量的计算结果

Fig. 2 The calculated results of permeability tensor of fractured rockmass

由图 3 可以看出, 在该分布模式下裂隙岩体的渗透张量有很好的统计规律, 服从近似正态分布。

4.3 确定性模型小扰动分析

在上述分析过程中, 也许有人会提出这样的质疑, 在实际应用中可根据蒙特卡洛法模拟出的模式与实际的裂隙分布进行对比, 选择最接近于实际的模式就可

解决这一问题。但究竟怎样才接近, 还需进一步分析。

表 3 渗透张量的确定型模型与随机模型计算结果对比

Table 3 Comparison of the results of stochastic models with those of the actual model

模型类型	最大渗透系数 $\times 10^{-4}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	最小渗透系数 $\times 10^{-4}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	最大渗透系数方向 与水平方向的夹角($^{\circ}$)	最大渗透系数均值 $\times 10^{-4}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
随机模型	4.052E- 2	2.368E- 4	86.32	2.823E- 2
确定型模型	3.592E- 2	3.601E- 4	85.21	

假设有一裂隙岩体, 方位角为 80° , 若其方位角略有波动, 波动范围为 0 度到 $+5$ 度, 其计算的结果与确定性模型计算的结果比较见表 3, 由表 3 可以看出, 确定性模型与随机模型的计算结果最大相差 34% , 与随机模型的均值也相差 20% 。由此可以看出, 应用蒙特卡洛法模拟时进行渗透性统计分析是很有必要的。

5 结 论

- (1) 应用蒙特卡洛法模拟的岩体裂隙网络, 其渗透张量也为一随机变量。
- (2) 应用蒙特卡洛法可建立裂隙岩体的渗透性统计规律, 可对岩体渗透性进行可靠性评估。提高该类工程计算与预测的准确性。

参 考 文 献

1 Assem Abdel Salam. Unsaturated flow in a quasi-three-dimensional fracture medium with spatially variable aperture. Water Resource Research, 1990, 33(8): 1763~ 1703

2 Long L C. A stochastic analysis of macroscopic dispersion in fractured media. Water resource Research, 1983, 19(5): 1253~ 1265

3 赵雷, 陈虹. 结构随机分析的 Monte carlo 加权残值法. 计算结构力学及应用, 1996, 23(2): 23~ 27

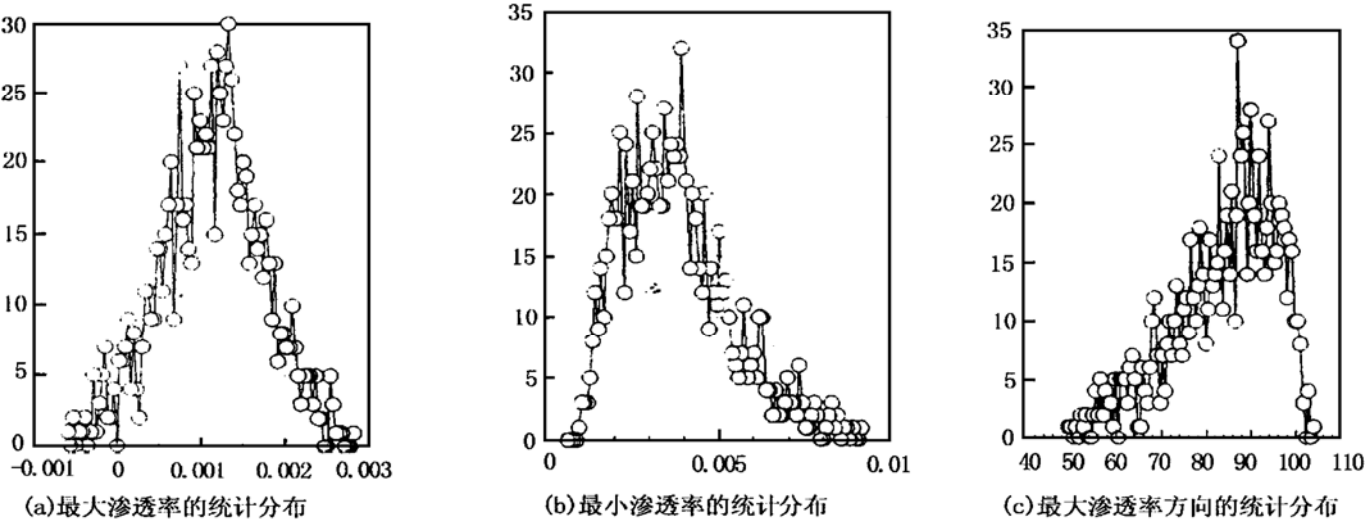


图 3 裂隙岩体渗透张量的统计规律

Fig. 3 The statistic law of the permeability tensor of fractured rockmass