

湿陷性黄土的变形机理与本构关系

Deformation mechanism and constitutive relation of collapsible loess

苗天德

(兰州大学力学系, 兰州, 730000)

刘忠玉

(兰州大学力学系, 兰州, 730000; 郑州工业大学土建系, 郑州, 450002)

任九生

(甘肃省建筑科学研究院, 兰州, 730050)

文 摘 基于微结构突变失稳假说, 深入研究湿陷性黄土的变形机理, 将体积湿陷与剪切湿陷统一到同一个突变模式, 给出了黄土湿陷变形的一个完整的本构关系。计算和实验结果都表明: 湿陷变形与应力状态及应力路径有很大关系, 且体应变与八面体剪应变受球应力与八面体剪应力的交叉影响。发现不同应力比对应的剪切曲线上的交叉现象是湿陷性黄土的物理特征之一。最后, 利用该理论对与黄土湿陷变形有关的问题进行了讨论。

关键词 湿陷性黄土, 微结构突变失稳假说, 本构关系, 变形机理

中图法分类号 TU 444

作者简介 苗天德, 男, 1937 年生, 兰州大学力学系教授, 博士生导师, 主要从事连续统力学、岩土力学的理论研究及应用。1986~1994 年担任兰州大学力学系主任, 现任中国力学学会常务理事, 甘肃省力学学会理事长。1987 年以来, 先后主持四项国家自然科学基金项目。目前执行的项目是: “沙波纹与风沙流的非线性动力学研究”(批准号: 19672022)。

Miao Tiande

(Department of Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou, 730000)

Liu Zhongyu

(Department of Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou, 730000; Department of Civil Engineering, Zhengzhou University of Technology, Zhengzhou, 450002)

Ren Jiusheng

(Gansu Institute of Architecture Science, Lanzhou, 730050)

Abstract Based on the hypothesis of the catastrophic instability of microstructure, the deformation mechanism of collapsible loess is researched further in this paper. Proposing a unified catastrophic model, which simultaneously describes the volumetric and shearing collapses, we obtain a complete constitutive relation for collapsible loess. The results of our computations and experiments indicate that the collapsing deformation of loess depends not only on the states but also on the paths of stresses, and that volumetric and shearing deformations are both influenced by the normal component p and the tangential component q of the stress on the octahedral plane. The cross phenomenon of the shear curves with various stress ratio can be regarded as one of natural characters of collapsible loess. Finally, some problems on the collapsing deformation are discussed using the proposed model.

Key words collapsible loess, hypothesis of the catastrophic instability of microstructure, constitutive relation, deformation mechanism

1 引 言

湿陷性黄土的危害来源于其湿陷性质, 因此深入研究其湿陷机理和本构关系十分重要。现有的关于湿陷性黄土的变形机理假说大多以强度观点为基本出发点^[1], 而微结构突变失稳假说^[2,3]则从稳定性观点出发, 认为黄土的湿陷变形系由微结构失稳所引起。由于黄土湿陷变形具有突发性, 不连续性, 不可逆性等失稳破坏特征^[4], 且黄土湿陷变形对土体的结构参数和物化参数的变化十分敏感, 因此从稳定性观点出发研究黄土湿陷变形就比较切合其本质, 而且微结构失稳理论可以解释湿陷变形的许多特征, 这是强度理论难以做到的。

本文在微结构突变失稳假说及已有研究成果^[6,7]

的基础上, 将湿陷性黄土的体积变形与剪切变形统一到同一个突变模式, 提出了修改后的失稳判定条件, 并由此给出了湿陷性黄土的一个完整本构关系。比较理论计算与实验结果, 曲线走向趋势基本吻合。最后, 对湿陷性黄土变形中的有关问题进行了讨论。

2 基本假定及修改的突变模型

2.1 基本假定^[2,3]

a) 构成黄土骨架的矿物颗粒在土体变形过程中保持为刚性。

b) 湿陷变形完全是力学的, 不考虑其它的物理化学反应。

* 到稿日期: 1998

c) 含水量仅以参数形式对土体的物质参数产生影响。

d) 湿陷变形由黄土中的架空孔隙的失稳破坏所引起。

文中约定带下标 s 和 p 的量分别代表土中固体及孔隙所对应的量。

2.2 修改的突变模型

文献[2, 3]首次利用突变论提出了一个孔隙崩塌的突变模型, 用定量方法描述了湿陷性黄土的球应力与体应变之间的关系, 但给出的微结构失稳判定条件存在量纲问题, 且对于剪切变形, 文献[2]则借用了 Matsuoka 的潜在滑动面理论^[5]。本文对此模型进行下列修改, 便可同时描述体积变形和剪切变形。

以经过任意点的某平面为基础任选一架空孔隙, 将固体颗粒简化为刚性杆(假定 a), 颗粒之间的连接关系简化为杆与杆之间的弯曲弹簧(假定 b), 其刚度系数 $K(w)$ 为含水量的函数(假定 c), 这样湿陷性黄土微结构的架空孔隙可用图 1 所示的简单结构元来模拟。图中的支承是为了消除总的刚体位移。

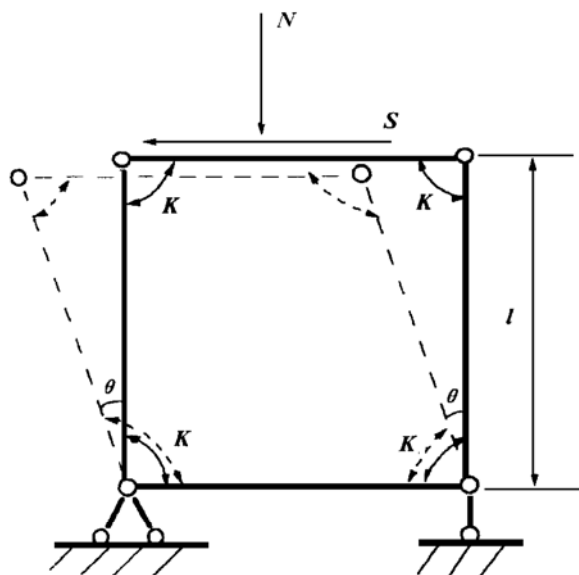


图 1 架空孔隙模型

Fig. 1 Microstructure model

设所在平面的正应力与剪应力分别为 σ 和 τ , 杆长为 l , 则

$$N = \sigma l \quad S = \tau l \quad (1)$$

假定初始状态时模拟结构元的铰接点处在一个半径 $R = (\sqrt{2}/2) \cdot l$ 的圆周上, R 可以认为是架空孔隙的半径。在力 $\vec{N}$ 和 $\vec{S}$ 的作用下, 结构元产生一相应于 θ 角的变化, 该结构元的总势能为

$$V(\theta) = 2K\theta^2 + 2R^2(\sigma \cos \theta - \tau \sin \theta - \sigma) \quad (2)$$

首先, 假定 $\tau = 0$, 此时确定结构平衡位置的条件是

$$2K\theta = R^2 \sigma \sin \theta \quad (3)$$

当 $R^2 \sigma < 2K$ 时, 式(3)仅有唯一解 $\theta = 0$, 相应的平衡位置是稳定的; 当 $R^2 \sigma > 2K$ 时, 相应于 $\theta = 0$ 的

平衡位置是不稳定的, 但式(3)存在另外两个互为相反数的解, 且相应的平衡位置是稳定的, 根据突变理论^[8], 这意味着结构将会突然倾斜。因此 $R^2 \sigma = 2K$ 是很特殊的, 以下我们在 $R^2 \sigma \approx 2K$ 的条件下讨论。

当 $\tau \neq 0$ 时, 由突变理论^[8], (2)式可等价于

$$V(\theta) \approx \frac{1}{6}K\theta^4 - (R^2 \sigma - 2K)\theta^2 - 2R^2 \tau \theta \quad (4)$$

(4)式的平衡位置由方程 $V' = 0$ 确定, 即

$$\frac{1}{3}K\theta^3 - (R^2 \sigma - 2K)\theta - R^2 \tau = 0 \quad (5)$$

则分枝点集(失稳判定条件)为

$$(R^2 \sigma - 2K)^3 - (9/4) \cdot KR^4 \tau^2 = 0 \quad (6)$$

对于一个给定的面, 若给定 σ, τ , 一个相应的 R 可由式(6)决定, 显然可认为当 σ, τ 满足式(6)时, 土体中半径大于 R 的空洞都已崩塌。

对于三维轴对称应力状态, 取结构元所在的面为八面体面, 有

$$\sigma = p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3 \quad (7)$$

$$\tau = q = (\sqrt{2}/3) \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (8)$$

把式(7)和(8)代入失稳判定条件(6), 可得三维轴对称应力状态下微结构失稳的判别准则。由于架空孔隙的崩塌实际上与作用在骨架上的应力 σ_{1s}, σ_{3s} 有关, 故应以 p_s, q_s 来代替 p, q , 则有

$$(R^2 p_s - 2K)^3 - (9/4) \cdot KR^4 q_s^2 = 0 \quad (9)$$

对式(9)进行微分可得其增量形式

$$dR = \frac{-(R^2 p_s - 2K)^2 R \cdot dp_s + (3/2)KR^3 q_s dq_s}{2(R^2 p_s - 2K)^2 p_s - 3KR^2 q_s^2} \quad (10)$$

式中 p_s, q_s 与 p, q 的微分关系为^[2, 3]

$$dp = \Phi dp_p + (1 - \Phi) dp_s \quad (11)$$

$$dq = (1 - \Phi) dq_s \quad (12)$$

这里 $dp_p = B \cdot d\sigma_3 + A \cdot B(d\sigma_1 - d\sigma_3)$ (13)

式中 p_p 表示孔隙压力; Φ 是孔隙率; A, B 是孔隙压力系数。

式(10)的意思是: 半径为 R 的孔隙崩塌后, 如果应力增加 dp_s 和 dq_s , 则半径处于 $R \sim (R - dR)$ 之间的孔隙也将崩塌。

3 本构关系

当 $q_s \neq 0$ 且微结构失稳判定条件(9)得到满足时, 平衡方程(5)的近似解为

$$\theta_1 = 2 \sqrt[3]{3q_s/p_s}, \quad \theta_{2,3} = - \sqrt[3]{3q_s/p_s} \quad (14)$$

微结构失稳意味着微结构从原来不稳定的平衡位置跳到一个较稳定的平衡位置, 即微结构突变了一个角度

$\theta = 3 \sqrt[3]{3q_s/p_s}$, 对土体来说相当于原孔隙结构破坏产生了一个较稳定的孔隙结构, 因此结构所在平面的剪应变为

$$\bar{\varepsilon} = \theta = \theta(p, q) = 3 \sqrt[3]{3q_s/p_s} \quad (15)$$

结构的初始体积为 $V_0 = l^2$, 突变失稳后处于新的平衡状态的体积为 $V = l^2 \cos \theta$, 所以结构失稳后发生的体应变为

$$\varepsilon_v = 1 - \cos \theta(p, q) \quad (16)$$

假定土体中孔隙分布为 $N(R)$, 满足

$$\int_0^{R_{\max}} N(R) dR = 1 \quad (17)$$

假定孔隙体积为 1, 孔隙率为 Φ 的土体的总体积则为 $1/\Phi$, 因此在 dp, dq 作用下, 孔径处于 $R \sim (R - dR)$ 之间的孔隙失稳崩塌后, 土体体积的改变为

$$\Delta V = \Delta V_p = \varepsilon_v N(R) dR = (1 - \cos \theta) N(R) dR \quad (18)$$

而体积应变增量为

$$d\varepsilon_v = \Delta V/V = a \cdot \Phi (1 - \cos \theta) N(R) dR \quad (19)$$

类似地剪切应变增量为

$$d\bar{\varepsilon} = b \cdot \Phi \theta N(R) dR \quad (20)$$

$$\text{这里 } \Phi = \frac{(1 - \Sigma \Delta V) e_0}{1 + (1 - \Sigma \Delta V) e_0} \quad (21)$$

式中 $\Sigma \Delta V$ 为总的体积改变; e_0 为初始孔隙比。这样式(10), (19)和(20)就构成了湿陷性黄土完整的增量型本构关系。式(19)和(20)中的 a, b 是考虑到实际土体孔隙和模型结构的差别而引入的两个变形调整因子, 它们是含水量和应力状态的函数。

当 $q_s = 0$ 时, 突变角度 θ 可取为方程(3)的不为零的解。由于此时结构失稳时, 向正负两方向倾斜的概率是相等的, 因而 $d\bar{\varepsilon} \approx 0$, 而 $d\varepsilon_v$ 仍由(19)式确定。

4 参数确定与具体算例

上述本构方程中, 除孔压系数 A, B 和初始孔隙比 e_0 可用一般土工实验测定外, 还有待定参数 $N(R), K, a, b$ 。 $N(R)$ 可用压汞法测得, 而 K 的计算须先确定湿陷起始压力。黄土规范^[10]取之为侧限条件下对应湿陷系数 $\delta_s = 0.015$ 的竖向压力, 事实上, 此时的湿陷体应变 $\varepsilon_v = 0.015$ 。那么, 我们可假定三轴情况下相应于 $\varepsilon_v = 0.015$ 的应力状态为湿陷起始应力状态 p_{sh}, q_{sh} , 此时正好崩塌的孔径 R_B 可由下式确定

$$\int_{R_B}^{R_{\max}} N(R) dR = 0.015 \quad (22)$$

将 p_{sh}, q_{sh} 和 R_B 代入式(9)就可求得 K 。对于 a 和 b , 当含水量不变时假定它们是应力比 $h = \sigma_3/\sigma_1$ 的多项

式, 通过对比计算曲线和实验曲线就可得到它们的具体形式。

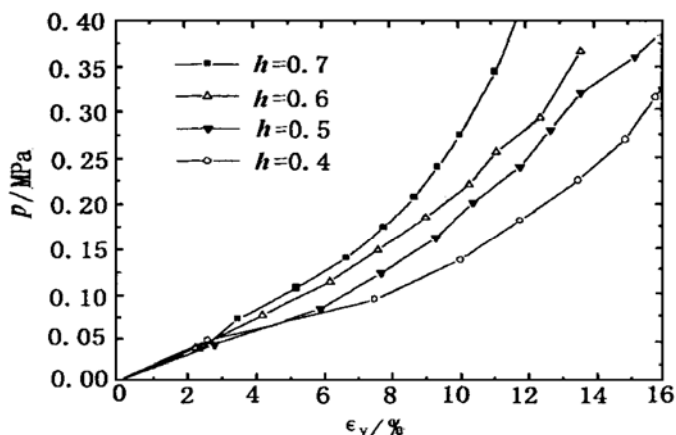


图2 $h = \text{const}$ 饱和黄土 $p - \varepsilon_v$ 实验曲线

Fig. 2 experimental $p - \varepsilon_v$ curves of saturated loess($h = \text{const}$)

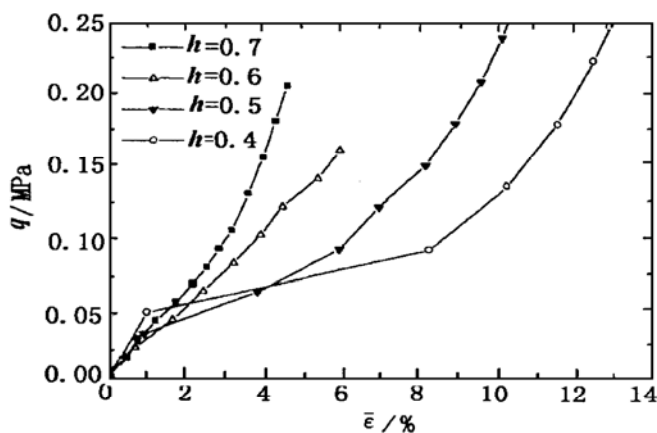


图3 $h = \text{const}$ 饱和黄土 $q - \bar{\varepsilon}$ 实验曲线

Fig. 3 experimental $q - \bar{\varepsilon}$ curves of saturated loess($h = \text{const}$)

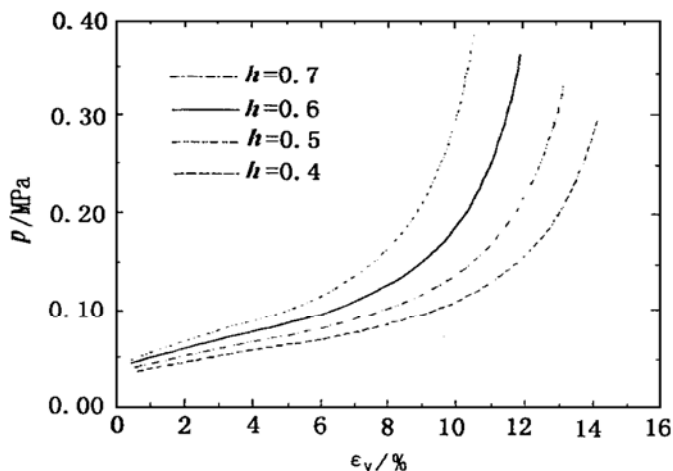


图4 $h = \text{const}$ 饱和黄土 $p - \varepsilon_v$ 计算曲线

Fig. 4 calculated $p - \varepsilon_v$ curves of saturated loess($h = \text{const}$)

我们采用兰州彭家坪黄土, 基本参数: 天然重度 14.12 kN/m^3 , 天然含水量 7.5% , 孔隙比 1, 对原状浸水饱和黄土进行了等应力比三轴实验, 测得变形曲线见图(2, 3)。用压汞法测得 $N(R)$, 由(22)式算得 $R_B = 6.86 \mu\text{m}$, 由(9)式算得饱和时的 $K = 1.68 \times$

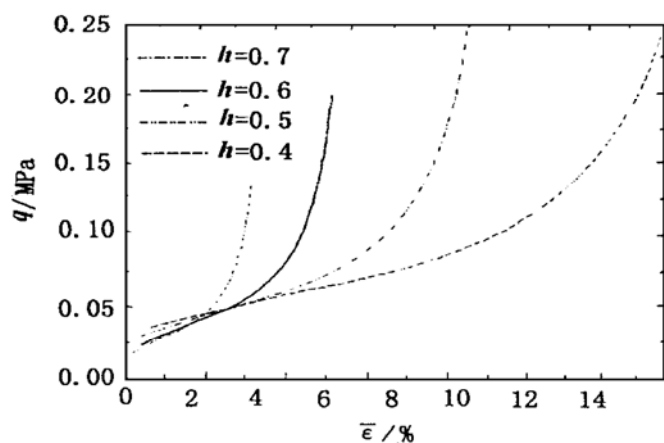


图5 $h = \text{const}$ 饱和黄土 $q - \bar{\epsilon}$ 计算曲线

Fig. 5 calculated $q - \bar{\epsilon}$ curves of saturated loess ($h = \text{const}$) 10^{-6}MN/rad 。据此我们按上述本构关系进行了计算, 计算结果见图(4, 5)。二者进行比较可发现, 曲线的趋势大致吻合。

5 对湿陷变形有关问题的讨论

5.1 变形曲线的特征

众所周知, 湿陷性黄土的应力-应变曲线大致分为三段: 第一段较陡, 应变随应力增大较慢; 第二段较平缓, 应变随应力增长较快; 第三段曲线往上拐, 应变随应力增长再次变慢。这可从土体微结构失稳破坏和孔隙分布角度加以解释。因为大孔隙数量很小, 所以当外荷载较小时, 不足以使孔隙结构失稳破坏或发生失稳破坏的孔隙很少, 此阶段变形量较小; 而中间孔径的孔隙体积含量很大, 当外荷载增加到一定程度后, 发生失稳破坏的孔隙体积迅速增加, 此阶段变形量增长迅速; 但当外荷载再继续增加时, 由于小孔隙体积含量很小, 故变形量增长速度越来越小, 换句话说, 由于原孔隙结构失稳破坏后形成的较稳定的结构越来越多, 即使应力增加的幅度较大, 发生失稳破坏的孔隙体积却越来越小, 反映在变形曲线上就是应变随应力增长变缓的第三阶段。

5.2 剪切与压缩的交叉影响

剪切与压缩的交叉效应, 是土介质所共有的一般性质。湿陷性黄土属于欠压密土, 剪应力作用下将发生体缩效应, 且剪应力越大体缩效应越显著。这种现象属于剪应力与体应变的交叉效应, 可由失稳模型很好地加以解释。当土中应力 p_s, q_s 满足条件(9)时, 半径大于 R 的孔隙结构将失稳崩塌, 其程度由 $\theta(p, q)$ 确定。因此, 体积变形既取决于 p 又取决于 q , 剪切变形也一样。由式(9)可以看出, 若 $q_s = 0$, 则当 $p_s \geq 2K/R^2$ 时, 半径 $\geq R$ 的孔隙结构将失稳崩塌; 若 $q_s \neq 0$, 则对任一 $p_s \geq 2K/R^2$, q_s 越大, (p_s, q_s) 就越接近

分歧点集, 即该结构所受荷载就越接近其临界荷载, 可能发生失稳破坏的孔隙半径 R 就越小, 而发生破坏的孔隙数目及体积就越大。另外, 由 θ 的计算式可看出, 固定 p_s 时, q_s 越大, θ 就越大, 从而 ϵ_v 就越大。总之, 不论是发生失稳破坏的孔隙数目还是孔隙的崩塌程度都增大了。所以变形曲线对同一 p_s , ϵ_v 随着 q_s 的增大而增大。

注意到实验及计算剪切曲线(图3和图5)上存在交叉现象, 这也可由失稳模型加以解释。由前面可知, 孔隙失稳崩塌的必要条件是 $p_s \geq 2K/R^2$ 和 (p_s, q_s) 满足方程(9)。在等应力比情况下, 对同一 q_s , h 越大, p_s 也越大。当 q_s 较小时, 较小的 h 所对应的满足必要条件的 R 可能很大, 发生失稳破坏的孔隙体积却不大; 而较大的 h 对应的 R 则较小, 发生失稳破坏的孔隙体积就较大。因此在变形曲线的开始阶段, 对同一剪应力 q , h 越大对应的剪应变 $\bar{\epsilon}$ 就越大。但当剪应力增大到一定程度后, 类似的分析可知, 对同一 q , h 越大对应的剪应变 $\bar{\epsilon}$ 就越小, 这必然导致剪应变曲线上的交叉现象。这种交叉现象在本文和文献[4, 9]的实验中都可以观察到, 只是实验曲线上交叉点的位置分布不明显。据此可以肯定“交叉”现象是湿陷性黄土的物理特征之一, 它是由其变形机制决定的确凿无疑的客观事实。

5.3 湿陷起始条件

黄土规范^[10]建议取相应于湿陷系数 $\delta_s = 0.015$ 时的压力作为湿陷起始压力, 这只是对侧限压缩实验而言的, 对一般情况, 文献[4]建议取三轴实验的轴向湿陷应变 $\epsilon_s^h = 1.5\%$ 对应的应力状态 p_{sh}, q_{sh} 作为湿陷初始的应力状态, 这实际上是隐含着 p, q 同应变 ϵ_s 和 ϵ_l 存在耦合效应。湿陷发生时, p, q 应满足一定的关系, 该关系也可由本文的理论导出。

对浸水饱和黄土, 在三轴排水实验中, 由于 $dp_p = 0$, 则由(11)和(12)式可取 $p_s = P/(1 - \Phi)$, $q_s = q/(1 - \Phi)$ 。一般湿陷性黄土的天然孔隙率 $\Phi \approx 50\%$, 设湿陷起始对应的孔隙半径为 R_B , 根据式(9), 忽略高阶小量, 可得 (p, q) 在湿陷发生时近似满足:

$$(p - (K/2) \cdot R_B^2)^2 + (9/8) q^2 = (K^2/4) \cdot R_B^4 \quad (23)$$

即在 $p - q$ 坐标系中, 湿陷起始条件为一接近于圆的椭圆在第一象限中的部分。这与文献[4]的实验结果基本相符。

6 主要结论

(1) 理论计算和实验结果表明, 利用微结构突变失

稳理论来研究黄土的湿陷变形是可行的, 该理论可以解释湿陷变形的许多特性。

(2) 理论计算表明, 湿陷变形对参数具有很强的敏感性。浸水后, 即使 $K(w)$ 有微小削弱, 也会引起湿陷量大大地增加, 这本质上为微结构对缺陷敏感的一种具体表现。

(3) 体应变与八面体剪应变都受球应力与八面体剪应力的交叉影响。不同应力比对应的剪切曲线的交叉现象是湿陷性黄土的物理本质之一。

(4) 湿陷起始条件在 $p - q$ 坐标系中可表示为一接近于圆的椭圆方程。

参 考 文 献

- 1 Rogers C D F, Digkstra T, Smalley I J. Hydroconsolidation and subsidence of loess: Studies From China, Russia, North America and Europe. *Engineering Geology*, 1994, **37**: 83~ 113
- 2 苗天德, 王正贵. 考虑微结构失稳的湿陷性黄土变形机理. *中国科学(B 辑)*, 1990(1): 86~ 96
- 3 Miao T D, Wang Z G. Deformation mechanism of collapsible loess in consideration of the microstructure instability. *Catena Suppl*, 1991, **20**: 93~ 105
- 4 陈正汉, 许镇鸿, 刘祖典. 关于黄土湿陷的若干问题. *土木工程学报*, 1986, **19**(3): 86~ 94
- 5 Matsuoka H. Stress-strain relationships of sands based on the mobilized plane. *Soils and Foundations*, 1974, **14**(2): 78~ 89
- 6 刘忠玉. 湿陷性黄土的变形机理与本构理论: [硕士学位论文]. 兰州: 兰州大学, 1993
- 7 任九生. 湿陷性黄土的力学特性与实验研究: [硕士学位论文]. 兰州: 兰州大学, 1995
- 8 Poston T, Stewart I N. *Catastrophe theory and its applications*. Pitman Landon, 1978
- 9 陈正汉, 刘祖典. 黄土的湿陷变形机理. *岩土工程学报*, 1986, **8**(2): 1~ 12
- 10 湿陷性黄土地区建筑规范 GBJ25- 90. 北京: 中国计划出版社, 1992