

考虑层状岩体强度异向性的地下洞室平面有限元分析*

2-D FEM analysis for an underground opening considering the strength-anisotropy of the layered rock mass

张玉军 唐仪兴

中国科学院武汉岩土力学研究所, 武汉, 430071)

文 摘 由于层状岩体在平行和垂直层面的方向上具有不同的强度特性, 故进行非线性分析时必须考虑岩体强度的异向性。据此, 笔者研制了一个可以处理层状岩体强度异向性的弹塑性及无拉分析的平面有限元程序, 并举例进行了计算和结果分析, 得到了一些有益的认识。

关键词 层状岩体, 强度异向性, 地下洞室, 平面有限元

中图法分类号 TU 457

作者简介 张玉军, 男, 1956年生, 工学博士, 副研究员, 主要从事岩石力学与工程方面的科研工作。

Zhang Yujun Tang Yixing

Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071)

Abstract Because of the differences between the strength-characteristics of the layered rock mass in parallel and perpendicular directions with respect to the bedding plane, the strength-anisotropy must be considered in the nonlinear analysis. Basing on this consideration, the authors developed a 2-D no-tension and elasto-plastic FEM program, which can deal with the strength-anisotropy of a layered rock mass. Some knowledge was achieved according to the calculated results of some examples.

Key words layered rock mass, strength-anisotropy, underground opening, 2-D FEM

1 引 言 *

对于层状岩体, 在有限元方法中可将其当成横观各向同性的连续介质进行计算。因为层状岩体在平行与垂直层面的方向上具有不同的强度特性, 故进行非线性分析时岩体强度的异向性必须考虑。据此笔者研制了一个可以处理层状岩体强度异向性的弹塑性及无拉分析的平面有限元程序。其特点是:

①岩体单元在平行和垂直于层面的方向上具有不同的抗拉强度, 当其中一个方向上的拉应力达到其抗拉强度时, 岩体单元即沿该方向被拉破坏。

②岩体单元在平行与垂直层面的方向上分别具有最小与最大的抗剪强度, 其间呈线性过渡。计算时, 首先校核平行于层面方向上的剪切滑移条件, 如果该条件满足, 则岩体单元沿平行于层面方向剪切破坏。否则, 由程序自动搜索介于平行与垂直方向上的某个最不利剪切滑移面, 如果该滑移面存在, 则认为岩体单元沿该面剪切破坏。

2 计算原理

2.1 本构关系

假设层状岩体的层面走向与纸面垂直。对于如图1所示的层状岩体, 在局部坐标系 $x'oy'$ 中有 [1]

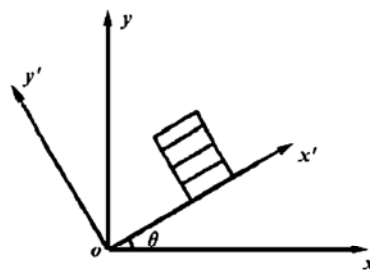


图1 层状岩体及坐标

Fig.1 Layered rock mass and coordinate system

$$\{\sigma'\} = [D'] \{\epsilon'\} \quad (1)$$

式中 $\{\sigma'\} = \{\sigma'_x, \sigma'_y, \tau'_{xy}\}^T$; $\{\epsilon'\} = \{\epsilon'_x, \epsilon'_y, \gamma'_{xy}\}^T$:

$$[D'] = \frac{E_2}{m} \begin{bmatrix} n(1 - n\mu_2^2) & n(1 + \mu_1)\mu_2 & 0 \\ n(1 + \mu_1)\mu_2 & 1 - \mu_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Gm}{E_2} \end{bmatrix}$$

其中 $n = E_1/E_2$; $m = (1 + \mu_1)(1 - \mu_1 - 2n\mu_2^2)$; E_1, μ_1 为层面内的弹性模量及泊松比; E_2, G, μ_2 为垂直层面方向的弹性模量、剪切模量及泊松比。

应力、应变由局部坐标系 $x'oy'$ 转换到整体坐标

* 国家自然科学基金资助项目 (No.59879027)

到稿日期: 1998-05-28

xoy 中,有

$$\{\epsilon\} = [D] \{\epsilon\} \quad (2)$$

式中 $[D] = [L] [D'] [L]^T$;

$$[L] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

2.2 无拉分析

在各向同性岩体的有限元计算中,当进行无拉分析时,是在主应力方向上完成的,此时主应力方向与主应变方向一致;但在各向异性介质中,主应力方向与主应变方向不重合^[5]。这里为了简化问题,无拉分析分别在平行与垂直于层面的方向上进行,于是有如下破坏条件:

$$\text{平行于层面} \quad F_1 = \sigma_x' - R_1 \leq 0 \quad (3)$$

$$\text{垂直于层面} \quad F_2 = \sigma_y' - R_2 \leq 0 \quad (4)$$

塑性矩阵

$$[D'_p] = \frac{[D'] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D']}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D'] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}} \quad (5)$$

经推导可得弹塑性矩阵

平行于层面

$$\begin{aligned} [D'_{ep}]_1 &= [D'_e] - [D'_p]_1 \\ &= \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1 - \mu_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

垂直于层面

$$\begin{aligned} [D'_{ep}]_2 &= [D'_e] - [D'_p]_2 \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{E_2}{1 - n\mu_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

则在整体坐标系 xoy 中,有

$$[D'_{ep}]_i = [L] [D'_{ep}]_i [L]^T \quad (8)$$

2.3 剪切滑移条件

①平行于层面方向

剪切滑移条件:

$$F = |\tau_{xy}'| - c_1 + \sigma_y' + \tan\varphi_1 = 0 \quad (9)$$

式中 c_1, φ_1 分别为层面内的粘聚力和内摩擦角。

应用式 (5),可得

$$[D'_n] = \frac{1}{S_0} \begin{bmatrix} S_1^2 & S_1 S_2 & S_1 S_3 \\ S_2 S_1 & S_2^2 & S_2 S_3 \\ S_3 S_1 & S_3 S_2 & S_3^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中 $S_0 = S_2 \tan\varphi_1 + D'_{33}$; $S_1 = D'_{12} + \tan\varphi_1$; $S_2 = D'_{22} + \tan\varphi_1$; $S_3 = D'_{33}$ 。

②最不利滑移面方向

令 c_2, φ_2 是垂直于层面方向上的粘聚力和内摩擦角,假设由 c_1 到 c_2 及 φ_1 到 φ_2 呈线性增加^[6],即

$$c_\beta = \frac{2\beta}{\pi} (c_2 - c_1) + c_1$$

$$\varphi_\beta = \frac{2\beta}{\pi} (\varphi_2 - \varphi_1) + \varphi_1 \quad (11)$$

式中 $0 \leq \beta \leq \pi/2$, β 为潜在滑移面与 x 轴的夹角。

则有 $F = |\tau_\beta| - c_\beta + \sigma_\beta + \tan\varphi_\beta = 0 \quad (12)$

$$\text{而} \quad \tau_\beta = \tau_{xy}' \cos 2\beta - \frac{1}{2} (\sigma_x' - \sigma_y') \sin 2\beta$$

$$\sigma_\beta = \frac{1}{2} (\sigma_x' + \sigma_y') - \frac{1}{2} (\sigma_x' - \sigma_y') \cos 2\beta - \tau_{xy}' \sin 2\beta$$

原则上将式 (13)代入式 (12),求导后可得到最不利的 β 值,但实际上这样做后 β 值不能显式给出。这里使用搜索试算的方法,直接根据式 (11), (12), (13) 近似地定出 β 值。从而只要将式 (10) 中的 φ_1 改为 φ_β ,就可得到沿最不利潜在剪切破坏面的 $[D'_p]$ 。

3 分析步骤

对于所述的计算模型,非线性分析步骤如下:

①采用增量初应力法,对每一次荷载增量 $\Delta F_0\}_i$ 首先进行弹性计算,求得位移增量 $\Delta u\}_i$ 与应力增量 $\Delta \sigma\}_i$ 。

②将所得位移与应力增量与前次迭代终了时的位移与应力迭加,得

$$\{u\}_i = \{u\}_{i-1} + \Delta u\}_i$$

$$\{\sigma\}_i = \{\sigma\}_{i-1} + \Delta \sigma\}_i$$

③按坐标变换求得平行和垂直于层面方向的 $\{\sigma'\}_i$,然后应用受拉破坏与剪切滑移的条件进行强度校核。

④对于产生拉破坏和剪切滑移的单元用推导的弹塑性矩阵计算过量应力 $\Delta \sigma'_0\}_{i+1}$,并对 $\{\sigma'\}_i$ 进行调整。

⑤将 $\Delta \sigma'_0\}_{i+1}$ 变换到整体坐标,并求出等效节点力 $\Delta F_0\}_{i+1}$,在 $\Delta F_0\}_{i+1}$ 作用下重复步骤 ①)~ ⑤),直到收敛至所需的精确度为止。

4 计算实例

如图 2 所示,岩体层面走向与洞室轴线平行。层面与水平方向的夹角 $\theta = 45^\circ$,洞室的断面为矩形,其尺寸为 $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$,埋深 40 m 。分别将岩体当成横观各向同性体与各向同性体进行计算,岩体力学参数见表 1。计算域中有 2 500 个单元,2 601 个节点。

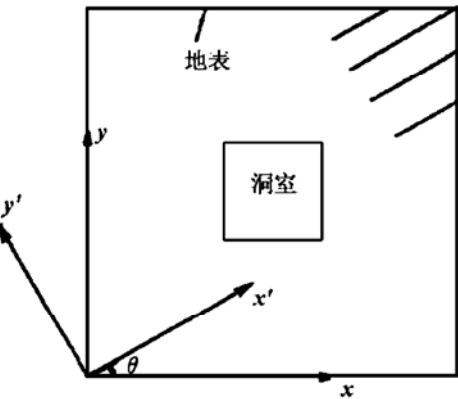


图 2 算例示意
Fig.2 Diagram of calculation example

计算所得围岩位移、塑性区、受拉区以及主应力等值线图见表 2 和图 3、4。从这些表、图上看,在特定的计算条件下,当岩体为横观各向同性体时,洞周左右边墙围岩中的位移、塑性区和受拉区以及主应力等值线图均为不对称分布,且与岩体为各向同性体时相比,有很大不同。

由此认识到,当层状岩体在平行与垂直于层面两个方向上的力学性质有明显差别时,如果只是简单地将两个方向的力学指标取平均值后进行各向同性体的计算,其结果可能与实际情况相差较大。

表 1 岩体力学参数

岩体类型	弹性模量		泊松比		剪切模量	容重	粘聚力		内摩擦角		抗拉强度	
	E_1	E_2	μ_1	μ_2	G	γ	c_1	c_2	φ_1	φ_2	σ_{t1}	σ_{t2}
	/MPa	/MPa			/MPa	/ (kN·m ⁻³)	/MPa	/MPa	/ (°)	/ (°)	/MPa	/MPa
各向同性*	350	350	0.25	0.25	140	2.6	0.7	0.7	37	37	0.03	0.03
横观各向同性	500	200	0.20	0.30	300	2.6	0.4	1.0	28	46	0.01	0.05

* 各向同性岩体的力学参数由横观各向同性岩体的力学参数平均得到。

表 2 洞周若干特征点的位移值

岩体类型	洞顶中点		洞底中点		左边墙中点		右边墙中点	
	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y
	cm							
各向同性	-0.01	-8.33	0.02	7.89	1.63	-0.87	-1.62	-0.85
横观各向同性	0.55	-7.97	-0.07	5.16	1.39	-0.13	-1.40	-1.82

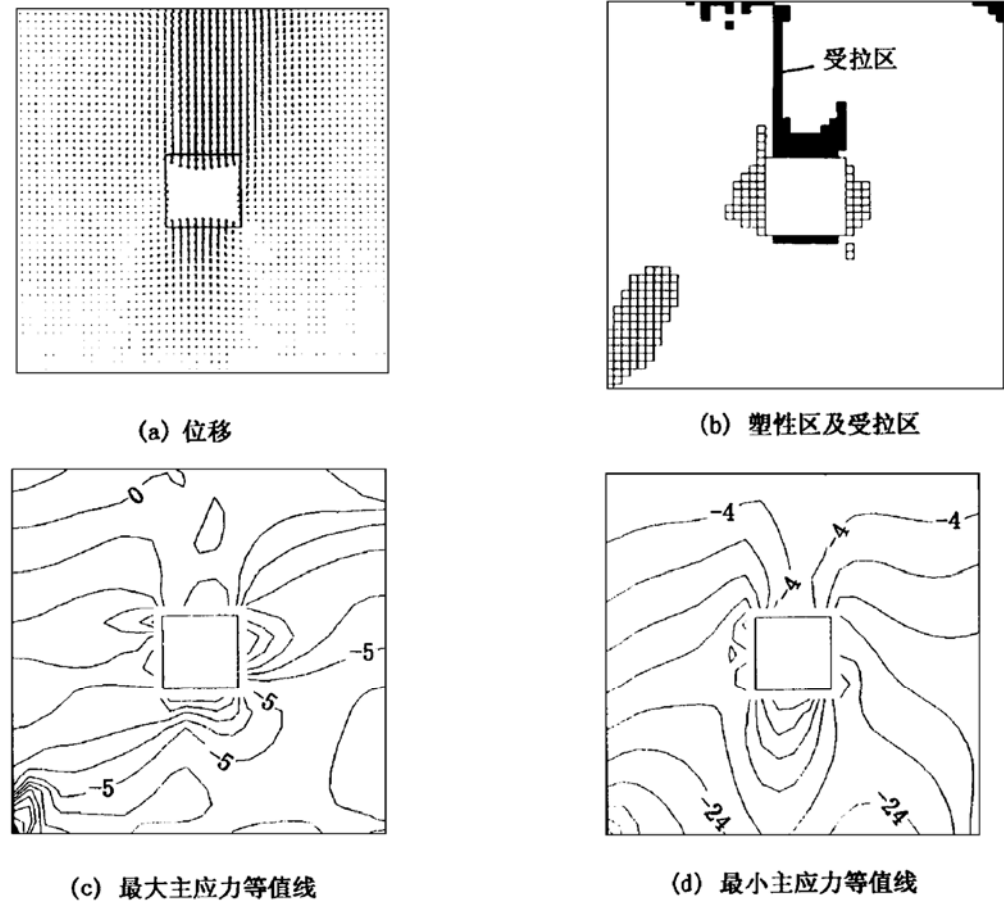


图 3 横观各向同性情况

Fig.3 Case of transversal isotropy

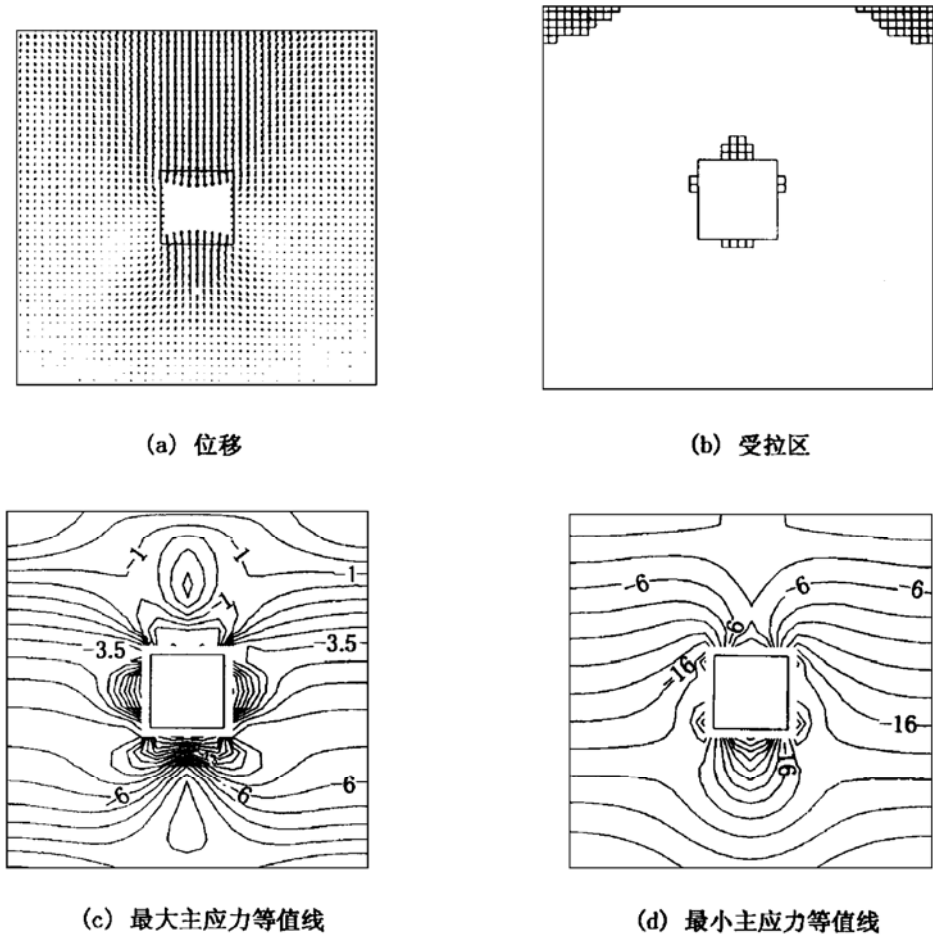


图 4 各向同性情况

Fig.4 Case of isotropy

进行计算, 否则会产生较大误差。

5 结 语

1) 本文叙述了用平面有限元程序对具有强度异向性的层状岩体进行无拉分析及剪切滑移分析的原理、公式及步骤。

2) 列举算例, 对岩体是各向同性体和横观各向同性体的情况进行了对比分析。

3) 层状岩体在平行与垂直于层面两个方向上的力学性质有明显差别时, 应将岩体当成横观各同性体

参 考 文 献

1 于学馥, 郑颖人, 刘怀恒, 方正昌. 地下工程围岩稳定分析. 北京: 煤炭工业出版社, 1983. 508 ~ 513

2 徐秉业. 弹性与塑性力学. 北京: 机械工业出版社, 1982. 49 ~ 52

3 陈越. 粒状材料强度异向性的物理实质和数学表现形式. 岩土工程学报, 1992, 14 (1): 1 ~ 13