

粘性土的弹粘塑性本构方程及其应用*

Elasto-viscoplastic constitutive equation of cohesive soils and its application

廖红建 俞茂宏

(西安交通大学建筑工程与力学学院, 西安, 710049)

赤石 胜

朱博鸿

(东海大学, 日本神奈川, 257-12) (西安建筑科技大学, 西安, 710055)

文 摘 从常规试验成果出发, 用弹粘塑性应力-应变-时间本构方程来描述粘性土的剪胀特性和时间效应。并采用 Perzyna 的粘塑性方程, 结合关联和不关联流动法则, 建立应力-应变-时间关系, 对粘性土的有效应力路径特别是塑性区的剪胀特性和应力-应变关系的时间依存性进行了数值模拟计算, 得出了与试验相近的结果。通过计算结果和试验结果的对比分析, 探讨了该计算模型的合理性和可行性。

关键词 剪胀性, 弹粘塑性模型, 本构方程, 时间效应, 火山灰粘性土。

中图法分类号 TU 411.3

作者简介 廖红建, 女, 1962年生, 1985年毕业于西安建筑科技大学, 1996年在日本东海大学获工学博士学位。现任职西安交通大学力学博士后流动站, 博士后, 副教授。主要从事岩土工程材料的强度变形特性数值解析和应用研究。

Liao Hongjian Yu Maohong

(School of Civil Engineering & Mechanics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 710049)

Masaru Akaishi

Zhu Bohong

(Tokai University, Japan Kanagawa, 257-12) (Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an, 710055)

Abstract In this paper, on the basis of conventional test results, an elasto-viscoplastic constitutive equation is used to simulate the dilatancy behaviour and time effect for cohesive soils. The treatment of the dilatancy behaviour and time dependent stress-strain relation according to the Perzyna's viscoplastic equation and the non-associative flow rule is discussed and the computed results appear to be consistent with laboratory observations. The validity of proposed constitutive relations is confirmed by comparisons of the experimental observations with results of numerically simulated undrained triaxial tests.

Key words dilatancy behaviour, elasto-viscoplastic model, constitutive equation, time effect, volcanic cohesive soils.

1 前 言

当前, 高边坡稳定性分析以及高填土工程的稳定和变形特性研究在国内外引起很大的重视。边坡不稳定造成的工程问题, 如横贯公路塌方、高速公路沿线的边坡滑动等, 不仅造成巨大经济损失而且危及人民的安全。对于高填土工程, 不仅施工中或施工后的稳定性十分重要, 而且填土材料本身的变形量大小也十分重要。在日本东名(东京-名古屋)高速道路建设时, 某地区必须采用高含水量的火山灰粘性土进行高填土工程的施工。施工前, 先进行现场填土试验, 观测变形量。并以此为重要依据进行施工^[1]。可是, 填土试验观测变形量的时间往往有限, 且局限于某个工程。因而, 对变形量的预测和实证, 还需研究填土材料本身复杂的应力-应变关系等力学特性, 结合数值解析法和工程实例来进行探讨^[2]。

目前, 随着计算技术的不断提高, 许多数值解析法已应用于实际工程的边坡稳定分析和变形特性研究。

运用有限元等数值解析法, 根据土的本构关系可以确定土体的应力分布和破坏区范围, 从而推导土体的抗滑能力等。加之土体介质受荷载作用后有时具有明显的时间效应, 进行弹粘塑性有限元分析时土的应力-应变-时间本构关系显得十分必要^[2, 3, 4]。因此, 本文在试验研究的基础上, 运用剑桥模型和 Perzyna 粘塑性方程, 结合关联和不关联流动法则, 提出考虑时间效应、剪胀性的弹粘塑性模型, 模拟粘性土在固结不排水三轴压缩试验下的应力-应变关系, 特别是由剪缩到剪胀的特性。通过与试验结果的对比分析, 探讨了该计算模型的合理性和可行性。

2 试验概况和讨论

2.1 试样和试验方法

本研究中采用的土样是日本神奈川县平冢市内开

* 国家教委留学回国人员科研启动基金资助项目(教外司[1997]436号)。

挖现场采取的火山灰粘性土(Kanto Loam)^[4,5,6]。该土样的主要物性指标如表1所示。将采取的土样装在击实容器中,以50kPa的压力压密,然后制作成直径5cm,高10cm的试样进行试验。由于土样的含水量高,采取的土样均保存于水中。进行固结不排水三轴压缩试验前,测得试样的孔隙压力系数 B 值均接近于1。

表1 土样的主要物性指标
Table 1 Main Physical properties of samples

土样名称	比重 d_s	天然含水量 $w_n(\%)$	液限 $w_L(\%)$	塑限 $w_p(\%)$
火山灰粘性土	2.841	120.0	123.2	81.3

试验是在常规三轴仪上进行的,不仅进行了应变控制式试验,而且为了研究应力-应变关系的时间依存性,还进行了轴向加载时间间隔不同的应力控制式固结不排水压缩试验。无论是应变控制式还是应力控制式试验,均采用了100kPa的反压力。

2.2 试验结果和讨论

图1是在不同围压下,应变控制式固结不排水三轴压缩试验的有效应力路径的实测值(图中黑点),及基于修正剑桥模型得出的有效应力路径的计算值(图中实线)。从图中的比较可以看出,剪切开始后,由计算得到的有效应力路径和试验结果相近。而当接近临界状态线CSL时,试验结果为体应变增量由正逆转为负,即体积由剪缩转为剪胀,而后有效应力路径沿着临界状态线CSL达到较高的最大偏应力。而基于相关流动法则的修正剑桥模型的计算结果未能反映这一变化过程,计算得到的最大偏应力比实测值小得多。图中由试验结果给出了变相线PTL及其斜率 N ,也就是体应变由剪缩到剪胀的临界应力比。

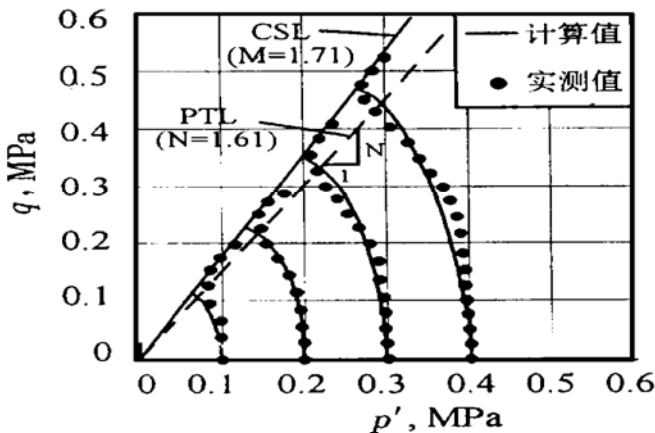
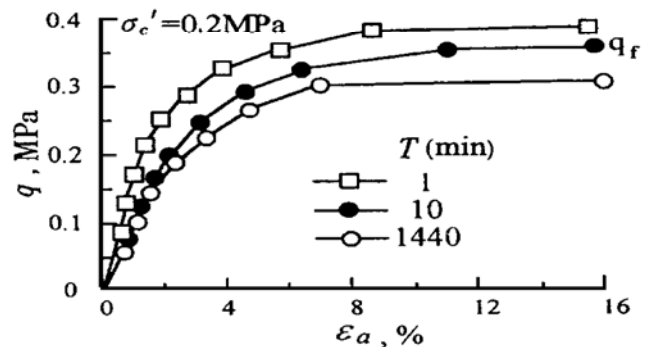


图1 有效应力路径

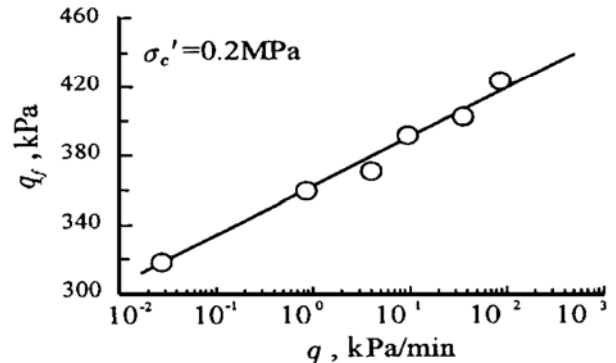
Fig. 1 Effective stress path

进一步研究该粘性土应力-应变关系的时间依存性,又进行了轴向加载时间间隔不同的应力控制式固结不排水三轴压缩试验。图2(a)是由试验得到的应

力-应变关系曲线。可以看出,各载荷阶段的加载时间间隔 T 越长即加载速率越小,在小的偏应力下产生的轴向应变越大。再将不同时间间隔下,最终加载阶段的偏应力 q_f 与加载速率 $\dot{q}$ (轴向应力增量和加载时间间隔之比)的对数关系整理在图2(b)中。可以看出, q_f 随着加载速率的增加而增加,反映了该粘性土的加载速度效应。进一步由加载时间间隔 T 为1440min的试验结果,整理出各加载阶段的轴向应变随对数时间的变化关系(如图3所示)。可以看出,各加载阶段的轴向应变均随时间的增加而有增大的趋势。接近破坏时变形迅速增大,反映了该粘性土的时间效应。



(a) 应力-应变关系



(b) $q_f - \dot{q}$ 关系

图2 应力控制式三轴试验结果

Fig. 2 Results of stress controlled triaxial tests

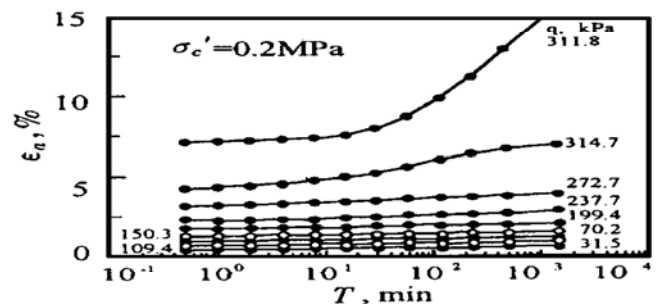


图3 轴向应变随加载时间的变化

Fig. 3 Change of axial strain with loading time

3 本构关系计算

3.1 弹粘塑性本构方程

土的本构关系是土的力学特性即应力-应变-强度-时间等关系的数学表达式。若将土的总应变 $\{\epsilon\}$ 分为弹性应变 $\{\epsilon^e\}$ 、塑性应变 $\{\epsilon^p\}$ 和粘性应变 $\{\epsilon^v\}$, 则总应变为

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon^e\} + \{\epsilon^p\} + \{\epsilon^v\} \quad (1)$$

其中 弹性应变 $\{\epsilon^e\}$ 由式(2)根据弹性矩阵 $[D]$ 决定; 塑性应变 $\{\epsilon^p\}$ 和粘性应变 $\{\epsilon^v\}$, 根据 Perzyna 粘塑性流动方程, 由式(3)确定^[7]。

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon^e\} \quad (2)$$

$$\{\dot{\epsilon}^p\} \text{ 和 } \{\dot{\epsilon}^v\} = \sum_{i=1}^n r_i < F_i > \frac{\partial Q_i}{\partial \{\sigma\}} \quad (3)$$

式中 $\{\dot{\epsilon}^p\}$ 和 $\{\dot{\epsilon}^v\}$ 分别表示塑性应变速率和粘性应变速率; r_i 为粘性系数; F_i 表示屈服面函数; Q_i 表示塑性势函数。

由前面的试验结果表明, 火山灰粘性土的固结不排水三轴压缩试验为, 在剪切过程中有效应力路径当应力比 $\eta(q/p')$ 到达一定值后, 体积变化由收缩变成膨胀即体应变增量由正逆转为负, 体现出剪胀特性。故本研究中将引入变相线 PTL 的斜率 N 作为表现土的剪胀特性参数。

式(3)中, 当 $i=1$ 时计算塑性应变速率 $\{\dot{\epsilon}^p\}$ 。这时的屈服面函数 F_1 和塑性势函数 Q_1 分别采用修正的剑桥模型, 即

$$F_1 = 3\bar{\sigma}^2 + M^2 p (2p'c + p) \quad (4)$$

$$Q_1 = 3\bar{\sigma}^2 + N^2 p (2p'c + p) \quad (5)$$

式中 $\bar{\sigma}$ 是偏应力第二不变量; p 是平均有效应力; $p'c$ 和 p' 分别是屈服面和塑性势面的形状参数; M 和 N 分别为临界状态线 CSL 和变相线 PTL 的斜率。

在进行数值模拟计算中, 当应力比 $\eta \leq N$ 时, 由图 1 可知道, 基于修正剑桥模型计算的有效应力路径可以用来模拟试验结果。故式(5)中取 $N=M$, $p'c = p'c$ 计算。这时屈服面函数 F_1 和塑性势函数 Q_1 相等, 采用相关联流动法则进行计算。当应力比 $\eta > N$ 时, 由于塑性体积应变增量由正逆转为负, 运用相关联流动法则的剑桥模型未能描述应力-应变关系由剪缩到剪胀的过程。所以采用式(4)和(5)引进变相线的斜率 N 分别进行计算。这时屈服面函数 F_1 和塑性势函数 Q_1 不相等, 采用不相关联流动法则进行计算。

式(3)中, 当 $i=2$ 时计算粘性应变速率 $\{\dot{\epsilon}^v\}$ 。为了考虑时间效应和蠕变特性, 本研究中假定屈服面函

数 F_2 和粘性系数 r_2 分别为式(6)和式(7)。塑性势函数 Q_2 仍采用式(5)计算。当 $\eta \leq N$ 时, 取 $N=M$, $p'c = p'c$; 当 $\eta > N$ 时, 取 N 和 $p'c$ 进行计算。

$$F_2 = \sqrt{3}(\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0)/(M - \eta)^3 \quad (6)$$

$$r_2 = c \cdot \dot{q}^d / t \quad (7)$$

其中 $\bar{\sigma}_0$ 是加载前偏应力第二不变量; t 是加载后经过的时间; $\dot{q}$ 是加载速率; c 和 d 是常数^[8]。

3.2 计算参数的确定

上述弹粘塑性本构方程中所包含的有关参数可由试验确定。其中, 与剑桥模型相关的参数, 通过试验确定, 得到的结果列于表 2 中^[9]。由式(7)计算粘性系数 r_2 时, 式中的参数 c 和 d 目前还没有明确的确定方法。这里通过改变参数 c 和 d 拟合试验结果来进行确定。图 4 是在加载速率 $\dot{q} = 10 \text{ kPa/cm}^2/\text{min}$ 下, 改变参数 c 值得到的计算结果和试验结果的比较。随着参数 c 值的变化, 有效应力路径也发生较大的变化, 当 $c = 3 \times 10^{-6}$ 时, 计算结果和试验结果相接近; 继续减小 c 值, 有效应力路径变化并不大。故本研究中取参数 c 为 3×10^{-6} 。同样, 参数 d 也由拟合试验结果确定为 -0.45。

表 2 剑桥模型的计算参数

Table 2 Parameters of Cam Clay Model

λ	κ	M	N	ν	e_o^*
0.147	0.054	1.71	1.61	0.25	3.24

* $p'_0 = 100 \text{ kPa}$

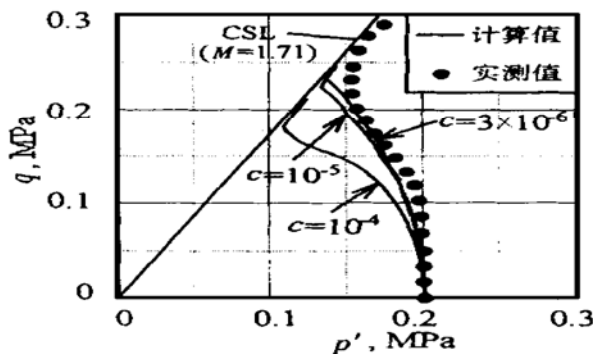


图 4 有效应力路径随参数 c 值的变化

Fig. 4 Change of effective stress path due to the value of parameter c

4 计算结果的验证与分析

图 5 是运用式(4)和式(5), 结合关联和不关联流动法则, 以弹塑性模型计算得到的有效应力路径。为了比较起见, 图中还给出了应变控制式固结不排水三轴压缩试验的实测结果。将该计算结果和图 1 的计算结果相比较, 可以明显地看出, 在应力比 $\eta \leq N$ 时,

两者完全一致; 当 $\eta > N$ 后, 根据本文提出的计算方法, 可以模拟有效应力路径在超过变相线后塑性体积应变由剪缩到剪胀的特性, 改进了图 1 中的不足, 使计算结果和试验结果更加接近。

为了进一步说明粘性土的应力-应变关系的时间效应(如图 3 所示)和图 2 中所示的加载速度效应, 再运用式(6)和(7), 考虑粘性应变, 以弹粘塑性模型进行数值计算。图 6 是在不同的加载速率 $\dot{q}$ 下, 对应力控制式固结不排水三轴压缩试验进行模拟计算的结果。可以看出, 加载速率越小, 即加载的时间间隔越长, 在小的偏应力下产生的轴向应变越大, 与图 2 所示的试验结果一致。同样, 由计算还得到了各加载阶段轴向应变的即时变化, 描述了粘性土的蠕变破坏现象。由此可见, 基于粘塑性流动方程, 由本文提出的弹粘塑性本构模型, 可以用来描述粘性土的应力-应变-时间效应和加载速度作用。如果模型中的参数根据不同土性进行合理确定的话, 进行边坡稳定分析和填土工程设计时, 用来考虑粘性土的剪胀特性和应力-应变-时间效应是可能的。

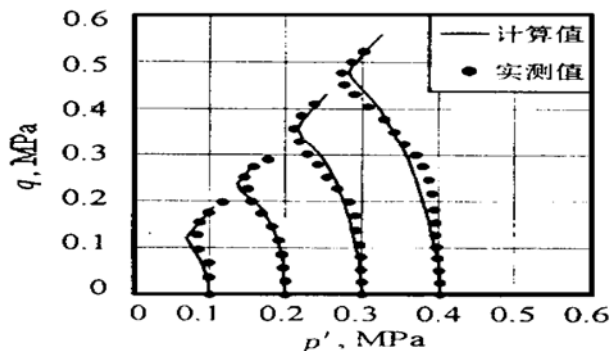


图 5 有效应力路径

Fig. 5 Effective stress path

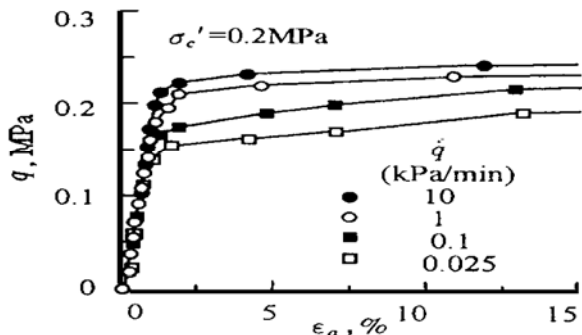


图 6 不同加载速率下计算的应力-应变曲线

Fig. 6 Calculated stress-strain curves with different loading rates

5 结 论

(1) 本文提出了将修正剑桥模型的塑性势函数, 用不相关联流动法则, 引入变相线参数, 来描述粘性土的有效应力路径在应力比超过变相线后的剪胀特性。并采用不相关联的粘塑性流动法则, 提出了考虑粘性应变的应力-应变-时间本构方程, 可以用来描述粘性土的应力-应变-时间效应和加载速度作用。

(2) 对本文提出的计算方法和本构模型进行了试验验证。采用的土样是在日本广泛应用于填土工程, 具有高含水量的火山灰粘性土。由固结不排水三轴压缩试验得到, 该粘性土呈剪胀特性, 且具有较明显的加载速度作用和时间效应。

(3) 通过计算结果和试验结果的对比分析, 验证了该计算模型不仅能模拟有效应力路径由剪缩到剪胀的特性, 而且能够反映加载速度作用和应力-应变关系的时间依存性。得到的计算结果和试验结果相接近。

致谢 本研究得到了日本金泽工业大学外崎 明助教授, 东海大学杉山太宏讲师的指导和帮助, 在此致以衷心的感谢。

参 考 文 献

- 1 稻田倍穗. 土质工学- 基础知识と例题. 改订版. 日本东京: 鹿岛出版会, 1988. 31~ 37.
- 2 稻田倍穗. 软弱地盤の土质工学(予測と实际). 日本东京: 鹿岛出版会, 1994. 108~ 106.
- 3 俞茂宏, 李跃明. 强度理论新进展. 西安: 西安交通大学出版社, 1993. 106~ 116.
- 4 廖红建, 井波文明, 外崎 明, 赤石 胜. 关东ロー ムの应力~ ひずみ~ 时间关系. 土木学会第 21 回关东支部技术研究报告会讲演概要集. 日本东京: 日本土木学会, 1994. 314~ 315.
- 5 廖红建. 软岩 および粘性土の强度变形特性に関する基础的研究[博士学位论文]. 日本神奈川: 东海大学, 1996.
- 6 久野悟郎. 土の締固め. 日本东京: 技报堂出版, 1968. 85~ 100.
- 7 Owen D R J, Hinton E. 塑性有限要素法. 山田嘉昭译. 日本东京: 科学技术出版社, 1988.
- 8 Liao H J, Sugiyama M, Akaishi M. Constitutive equations of saturated Kanto Loam. Proceedings of the school of engineering Tokai university, Japan Kanagawa: Tokai university, 1995, 35(2): 91~ 97.
- 9 Britto A M, Gunn M J. Critical state soil mechanics via finite elements. England: Ellis horwood linlimited, 1987. 52~ 80.