

爆破震动信号的小波分析*

Wavelet analysis for blasting seismic signals

何 军 于亚伦

(北京科技大学资源工程学院, 100083)

梁文基

(广西地矿局, 南宁, 530023)

文 摘 首先将小波分析(wavelet analysis)理论应用到爆破震动信号分析中,以期促进这一理论在工程爆破领域内的发展;小波分析在时域和频域同时具有良好的局部化性质,而且对高频成分采用逐渐精细的时域和空域取样步长,可以聚焦到对象的任意细节,因此利用小波分析和处理像爆破震动这样具有突变特征的随机信号较富氏频谱分析更为适合。并对目前小波分析理论和应用进行了较为全面的总结,建立了适合于爆破震动信号分析的基小波,同时进行了实例分析。

关键词 爆破震动信号,小波分析,信号分解和重构。

中图法分类号 TD235

作者简介 何 军,男,1970年生,北京科技大学资源工程学院博士研究生,现研究课题:控制爆破的计算机模拟。

He Jun Yu Yalun

(School of Resources Engineering, Univeristy of Sci. & Tech. Beijing, Beijing, 100083)

Liang Wenji

(Guangxi Burea of Minerals & Geology, Nanning, 530023)

Abstract This paper applies the theory of wavelet analysis to the field of blasting seismic signals processing, for promoting the application of wavelet analysis in the blasting engineering. As well as in the frequency domain, wavelet has good local character in the time domain, its step of time-frequency domain becomes fine little by little while the high frequency is analyzed, so it is better to process the high-varying signals such as blasting seismic signals by the wavelet analysis than by the Fourier analysis. The authors summarize the theory and application of wavelet analysis, find the basic wavelet for blasting seismic signal analysis, and analyze a concrete engineering example.

Key words blasting seismic signal, wavelet analysis, representation & reconstruction of signal.

1 引 言

小波分析(wavelet analysis)是一种时域-频域分析,介于纯时域的方波分析和纯频域的传统富氏分析之间。同时具有时域和频域的良好局部化性质,这是它优于方波和富氏分析的特性,而且随着信号不同频率成分在时间(空间)域取样的疏密自动调节(频高者密,频低者疏),可达到效率高,质量佳的效果^[1]。

近年来,小波分析在法、美、意等西方发达国家成为众多科学的热点。法国物理研究中心的 Garoline Gonnet, Bruno Torresani 利用二维小波变换进行局部频率分析,并把它应用于计算机图像处理上,获得了良好的图像分解和重构效果^[2]。美国威斯康星大学电子与计算机工程系的 John A. Gubner, Weibing Chang 进一步发展了离散时间周期信号的小波变换理论,使快速小波变换的复杂性大大降低^[3]。意大利那不勒斯大学物理系的 Gianpaolo Evangelista 则利用小波理论进行了语言和音乐方面的信号处理研究^[4]。这些例子都说明小波分析广泛应用于信号处理、图像处理、量子理论、地震勘探、语音识别与合成、音乐、雷达、CT 成像、彩色复印、流体湍流、天体识别、机器视觉、机械故障诊

断与监控、分形以及数字电视等科技领域的前途十分宽广。

国内也有不少的专家、学者开始了这一方面的研究。如北京大学的邓东皋教授等从理论的角度对小波分析进行了深入研究^[5], 武汉大学的陈辛萌等则进行了并行小波滤波器的设计研究^[6]。笔者只想说明小波分析在国内外众多学科研究中有越来越重要的地位,将小波分析理论引入爆破震动信号的处理是当今爆破科技工作者的一项重要课题。

2 小波分析

2.1 定义

小波是由满足下述条件的一组函数组成

$$C_{\Psi} = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\Psi}(\omega)|^2 \frac{1}{\omega} d\omega \quad (1)$$

满足式(1)的 $\Psi(t)$ 称为母小波函数或基本小波函数, $\Psi(t)$ 通过平移和缩放衍生出一组函数

* 博士学科点专项科研基金项目(No. 9500813)

$$\Psi_{m,n}(t) = m^{-\frac{1}{2}} \Psi\left(\frac{t-n}{m}\right) \quad (2)$$

其中 $m \in R^+$, $n \in R$, 这样的一组函数, 我们称之为小波。

2.2 小波与富氏变换

富氏变换的基本形式如下:

$$S_F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3)$$

$S(t)$ 是一连续时间信号函数; $e^{-i\omega t}$ 是富氏变换的基函数。由积分变换式, 可发现任何时间信号的突变都会影响到整个函数频率域上。基于这种认识, Gabor 引入了短时富氏变换的概念, 短时富氏变换称之为窗口富氏变换, 其基本形式是

$$S_{WF}(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} \omega(t-\tau) S(t) dt \quad (4)$$

其中 $\omega(t-\tau)$ 称之为窗口函数, 在信号分析和处理中, 人们常采用高斯窗口函数。这种窗口变换或短时富氏变换的优点在于, 在给定的时间和频率域范围内, 具有最大能量信号的富氏变换有良好的局部化特征; 在其他时频段能量较小信号的富氏变换系数则接近于零。但这种变换的局限性就在于窗口的形状无法做到随频率和时间的变化而任意缩放。如图 1 所示, 窗口形状在时-频域上是不变的。

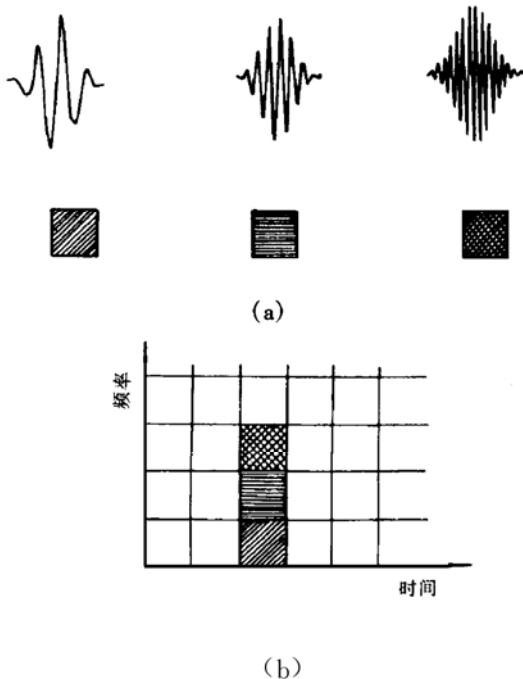


图 1 短时富氏时频分解和函数基

Fig. 1 Basic functions & time frequency resolution of the short-time Fourier transform (STFT)

为了克服这种缺陷, 人们设想一种函数在低频域时间域较宽, 在高频域时间域较窄的可缩放函数作为变换基函数, 这种函数就是我们现在称为小波的函数簇:

$$\Psi_{m,n} = m^{-\frac{1}{2}} \Psi\left(\frac{t-n}{m}\right) \quad (5)$$

信号 $S(t)$ 的连续小波变换形式为

$$S_W(m, n) = m \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi\left(\frac{t-n}{m}\right) S(t) dt \quad (6)$$

如图 2 所示连续小波(或分析小波)不仅具有良好的局部化特征, 而且还具有伸缩的优点, 这非常有利于像爆破震动一类随机信号的分析 and 处理。

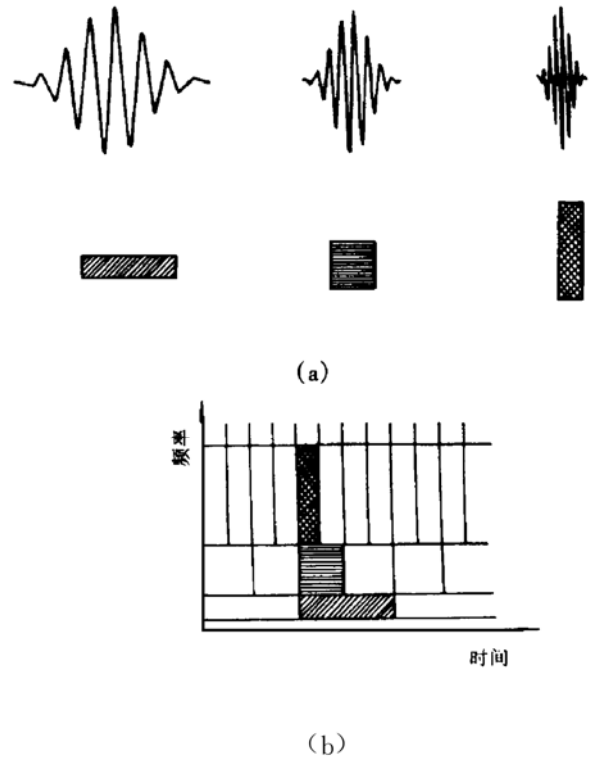


图 2 连续小波时频分解和小波基

Fig. 2 Basic functions & time frequency resolution of the wavelet transform (WT)

2.3 小波基构造

小波基构造是小波变换的核心内容之一。经典的小波是 Haar 小波^[7]

$$h(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1/2 \\ -1 & 1/2 \leq t < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

它符合小波定义且在定义域上是正交的, 但由于不连续, 在信号处理中不适用; 人们又建立了 Daubechies 小波^[8], 由于它不具有线性相; 又有人建立了基于样条的小波^[9]。随后人们又在各自不同的工程实践中建立了如 Meyer、非正交、双正交、小波包等小波^[1,10]。

2.4 信号的小波分解和重构

在进行信号的小波分解和重构之前, 对一些将采用的符号作如下说明:

$l^2(R)$ 是指平方可积函数空间, V_j 是 $l^2(R)$ 空间的子空间, W_j 是 V_j 的正交补空间。它们满足

- ① $\cdots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset \cdots$ 递增序列;
- ② $\bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = l^2(R), \bigcap_{j=-\infty}^{+\infty} (V_j) = \{0\}$;
- ③ $S(t) \in V_j \Leftrightarrow S(2t) \in V_{j+1}$;
- ④ $S(t) \in V_0 \Leftrightarrow S(t-k) \in V_0$;
- ⑤ $l^2(R) = \bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = V_{j_0} \oplus \bigcup_{j>j_0}^{+\infty} V_j = V_{j_0} \oplus \bigcup_{j=j_0}^{+\infty} W_j$.

实际信号分解和重构中,常采用二进尺度的多分辨分析方式。

$$\text{由 } l^2(R) = \bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = V_{j_0} \oplus \bigcup_{j>j_0}^{+\infty} V_j = V_{j_0} \oplus \bigcup_{j=j_0}^{+\infty} W_j$$

$$f \cong f_N \in V_N = V_{N-1} \oplus W_N \quad (8)$$

$$\text{分解 } f_N = f_{N-1} + g_{N-1}$$

$$\text{由 } f_{N-1}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k^{N-1} \varphi(2^{N-1}t - k)$$

$$g_{N-1}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_k^{N-1} \Psi(2^{N-1}t - k)$$

$$f_N(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k^N \varphi(2^N t - k)$$

知

$$f \cong f_N = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k^{N-1} \varphi(2^{N-1}t - k) + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_k^{N-1} \Psi(2^{N-1}t - k) \quad (9)$$

$$V_1 = V_0 \oplus W_0$$

$$\varphi(2t - l) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[a_{l-2k} \varphi(t - k) + b_{l-2k} \Psi(t - k) \right]$$

$$\begin{aligned} \therefore f_N &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_l^N \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[a_{l-2k} \varphi(2^{N-1}t - k) + b_{l-2k} \Psi(2^{N-1}t - k) \right] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left\{ \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \left[C_l^N a_{l-2k} \varphi(2^{N-1}t - k) + b_{l-2k} \Psi(2^{N-1}t - k) \right] \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

比较式(9)与式(10)的系数得到

$$\left. \begin{aligned} C_k^{N-1} &= \sum_{l=-\infty}^{+\infty} C_l^N a_{l-2k} \\ d_k^{N-1} &= \sum_{l=-\infty}^{+\infty} C_l^N b_{l-2k} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\text{其中 } f_0(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k^0 \varphi(t - k)$$

$$\text{确定 } C_k^0 = \langle f_0, \varphi(t - k) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \varphi(t - k) dt \quad (12)$$

由 C_k^0 可以推算出 C_k^N, d_k^N , 信号分解和重构得以完成。由于二进尺度函数与小波函数存在如下关系:

$$\Psi(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} q_k \varphi(2t - k) \quad (13)$$

故信号分解与重构算法的关键是建立适合于工程实践的小波基。

3 爆破地震信号的小波分析初步

3.1 爆破地震信号分析小波基的构造

爆破地震信号具有持续时间短、信号突变快的特点,要求小波变换基在时间域上函数值衰减快、局部特征好,因此寻找具有指数衰减特征的小波函数则能满足这一要求。

为此,在参考文献[11]的基础上,对 Morlet 小波进行了改进,提出了满足这一特征的复小波

$$\Psi_t = e^{ibt} e^{-at^2} \quad (14)$$

根据小波定义和规范化条件,得到系数 $a = \pi/2$, $b = 3.6\pi$ 。可以证明该小波是正交的,其函数图形如图3所示(图中数字1表示复小波的实部,数字2则表示复小波的虚部)。进一步确定基小波频率中心 $\omega = 3.6\pi$, 频带宽度 $\Delta\omega = 1.2\pi$, 时间中心 $t = 0s$, 时间宽度 $\Delta t = 1s$ 。

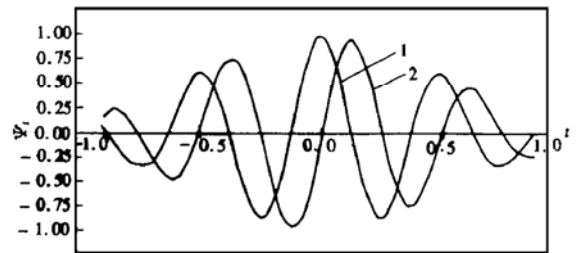


图3 爆破地震信号分解基小波

Fig.3 Basic wavelet for blasting seismic signal representation

3.2 爆破地震信号的小波多尺度分解

利用小波基函数可以将爆破地震信号进行连续小波变换的二进尺度分解。图4中的原始信号是在广西天生桥换流站某次峒室大爆破中利用 NCSC5000 地震仪实际测得的,现以它为例进行信号的二进尺度分解,设分解尺度为7。

由图4发现该爆破地震信号的主振频带处于 $j=3$ 的分解尺度上,进一步确定信号主振频带 $\Delta f = [9.6, 19.2] \text{Hz}$, 主振中心 $f = 14.4 \text{Hz}$, 主振频带上最大振幅 $A = 2.08 \text{cm/s}$; 利用 NCSC5000 地震仪对该信号进行富氏频谱分析,其结果为主振中心 $f = 12.3 \text{Hz}$ 。该值与小波分析方法的结果相比较偏低,原因在于富氏分析方法在处理象爆破地震信号那样具有突变快、衰减也快的特征信号时,不能象小波分析方法那样可以进行灵活的可伸缩时频变换,缺少信号的局部特征造成

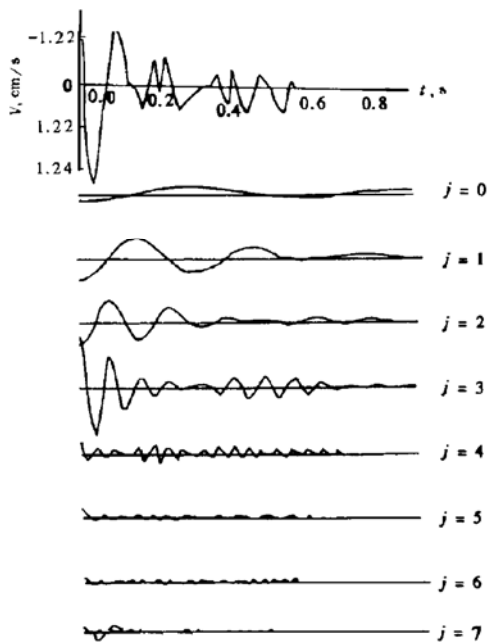


图4 爆破地震信号的小波分解

Fig.4 Wavelet representation of blasting seismic signal 的。这也是小波分析方法优于富氏分析方法的地方。同时,可以利用爆破信号的小波分解结果进行爆破地震动的时、频分析。从图上不仅可以清晰地找到信号的频率谱,同时也可以找到时间域上的对应关系,而富氏分析方法只能提供频率谱图,缺少这一特点。现利用这一特点,采用统计的方法在信号的主振频率 f 、主振频带上信号能量及建、构筑物破坏程度之间建立一种统计关系,为目前地震工程中的多种判据方法提供统一的尺度开辟新的思路。

为了说明小波分解的可靠性,对分解信号进行了重构,重构结果见图5。由图可知,重构信号与原始信号基本一致,只存在一些微小误差。而产生误差的主要原因,是只分析了频带宽度为 $0.6 \sim 307.2\text{Hz}$ 范围内的信息,存在截断误差。

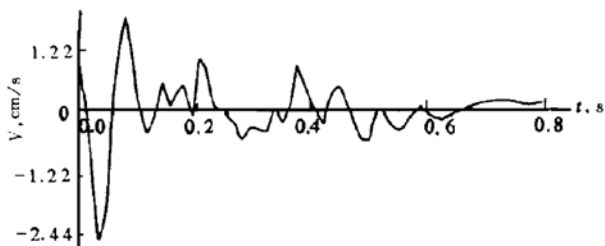


图5 分解信号的小波重构

Fig.5 Wavelet reconstruction of signal

基于上面论述,小波分析方法应用于爆破震动信号的分析较富氏分析方法更能适应信号突变快、衰减也快的特征;同时也为我们进一步认识爆破地震破坏的原因,统一目前地震工程中多种判据同时存在的情况提供了可能。

4 结 语

爆破地震信号是具有突变特征的随机信号,采用无局部特征的富氏分析或窗口形状不能改变的加窗富氏分析方法显然无法准确描述此类信号的局部特征。本文只是对小波分析方法应用到爆破震动信号的处理上进行了初步的验证,找到了适合于该信号分析的小波函数,并进行了实例分析,结果表明采用小波分析方法能准确地描述爆破地震信号特征。下一步的工作就是将信号在各分解尺度中的参数定量确定,并加以计算机处理,实现爆破地震信号处理三维化、软件化。

参 考 文 献

- 1 刘贵忠,邸双亮.小波分析及其应用.西安电子科技大学出版社,1995.
- 2 Garoline Gonnet, Bruno Torresani. Local frequency analysis with two-dimensional wavelet transform. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, **37**: 389~404.
- 3 Gubner John A, Chang Weibing. Wavelet transforms for discrete-time periodic signals. 1995, **42**: 167~180.
- 4 Gianpaolo Evangelista. Comb and multiplexed wavelet transforms and their applications to signal processig. IEEE Transactions on Signal Processing. 1994, **42**(2): 292~303.
- 5 邓东皋,彭立中.小波分析.数学进展,1991, **20**(3): 674~693.
- 6 陈辛萌,肖文辉.并行小波滤波器.武汉大学学报(自然科学版),1995, **41**(1): 32~36.
- 7 Martin Vetterli, Cormac Herley. Wavelets and filter banks theory and design. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, **40**(9): 2207~2232.
- 8 Daubechies I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. Commun Pure and Applied Math, 1988, **XLI**(7): 909~996.
- 9 崔锦泰[美]著,小波分析导论.程正兴译.西安交通大学出版社,1995.
- 10 Meyer Y. Wavelets and applications. 见:1990年京都国际数学家会议报告.1990.1~11.
- 11 Gonpilland P, Grossman A. Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis. Geoplsoration, (1984/1985), **23**: 85~102.