

# 压实膨润土水化膨胀力的跨尺度理论预测模型

陈永贵<sup>\*1,2</sup>, 李泽焱<sup>1</sup>, 孙墨<sup>1</sup>, 叶为民<sup>1,2</sup>, 王琼<sup>1,2</sup>

(1. 同济大学土木工程学院地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 土木工程防灾减灾全国重点实验室(同济大学), 上海 200092)

**摘要:** 压实膨润土是高放废物深地质处置理想的缓冲回填材料, 其水化膨胀力是缓冲性能评价的重要指标。为理论解析具有多重孔隙结构压实膨润土的膨胀力产生和发展机制, 本文开展针对其水化膨胀力跨尺度传递的理论建模。首先依据压实膨润土的颗粒特征和结构特点为土体结构划分微结构元, 并计算微结构元的等效物理力学参量; 其次基于最小能量、最大熵等原理, 求解土体完全水化时微结构元的分布概率; 然后在颗粒-微结构元、微结构元-土体间膨胀力传递关系的力学分析基础上, 建立微观力学参数与宏观膨胀力之间的联系, 从而形成完整的膨润土水化膨胀力跨尺度理论预测模型。同时, 以高庙子膨润土为研究对象, 通过开展不同干密度、温度条件下宏观土体水化膨胀试验, 对理论模型进行适用性检验。结果表明, 预测值与试验结果之间的误差不超过 16%, 模型适用性较好。理论模型诠释了膨润土膨胀力跨尺度传递机制, 为膨润土跨尺度结构性研究提供了新思路, 可用于支持我国高放废物深地质处置库工程屏障系统的设计和性能评估。

**关键词:** 压实膨润土; 膨胀力; 跨尺度; 理论模型; 结构性研究

**中图分类号:** TU473 **文献标识码:** A

**作者简介:** 陈永贵(1976—), 男, 教授, 博士生导师, 从事环境工程地质及非饱和土力学研究工作。E-mail: cyg@tongji.edu.cn。

## Cross-scale theoretical prediction model for the hydration swelling pressure of compacted bentonite

CHEN Yonggui<sup>\*1,2</sup>, LI Zeyao<sup>1</sup>, SUN Zhao<sup>1</sup>, YE Weimin<sup>1,2</sup>, WANG Qiong<sup>1,2</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092; 2. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092)

**Abstract:** Compacted bentonite is an ideal buffer/backfill material for high-level waste repositories, and its hydration swelling pressure is critical to the structural stability of the repository. This work is devoted to a cross-scale theoretical model of the hydration swelling pressure in bentonite. Firstly, the structure of bentonite is divided into microstructure units with their equivalent physical-mechanical properties calculated; secondly, the probability distribution of each microstructure units in soil structures is solved based on the principle of minimum energy and maximum entropy; then, by analyzing the mechanical connection between the particles and the microstructure units, and the microstructure units and the structure of soil, the cross-scale connection between the aggregate particles and the structure of bentonite in terms of physical-mechanical properties is realized. At last, the theoretical prediction model for the hydration swelling pressure of soil is established. At the same time, the hydration swelling test was performed on Gaomiaozi bentonite to measure its hydration swelling pressure. The applicability and accuracy of this theoretical model were examined by comparing the measured values with the predicted values. The results showed that the model applicability was well, the error between the predicted value and the experimental result is less than 16 %. The theoretical model also provides a new idea for the research on the cross-scale structural properties of bentonite. It could be used for the prediction and evaluation of the hydration swelling characteristics of buffer materials, which would contribute to the design and construction of repositories.

**Keywords:** compacted bentonite; swelling pressure; cross-scale; theoretical modeling; structural studies

## 0 引言

压实膨润土具有低渗性、高膨胀性、强核素吸附性和良好导热性, 是高放废物处置库最理想的缓

**基金项目:** 国家杰出青年科学基金(42125701); 国家自然科学基金项目(42430713); 上海市教委科研创新计划项目(2023ZKZD26)

**通讯作者:** 陈永贵 (E-mail: cyg@tongji.edu.cn)

**收稿日期:**

冲/回填材料<sup>[1,2]</sup>。在处置库建设与运营过程中, 压实膨润土会吸收水分产生膨胀, 填充膨润土块体之间、块体与围岩之间以及围岩开挖引起的施工缝隙, 以维持处置库的结构稳定<sup>[3,4]</sup>。因此, 膨胀力是工程屏障设计和建造的重要指标参数<sup>[5]</sup>。

压实膨润土是膨润土矿经过开采、去渣、晾晒和筛分, 通过粉磨机加工成 200 目的膨润土粉末再静力压实制作而成, 具有典型的多尺度结构特征<sup>[6]</sup>。如图 1 所示, 膨润土粉末具有粒状形态, 压实后多转化成了集合体, 而压实膨润土块在细观尺度上显示出集合体堆积特征<sup>[7]</sup>。这种结构特征对压实膨润土水化膨胀力的产生、发展、传递有着至关重要的影响<sup>[8]</sup>。

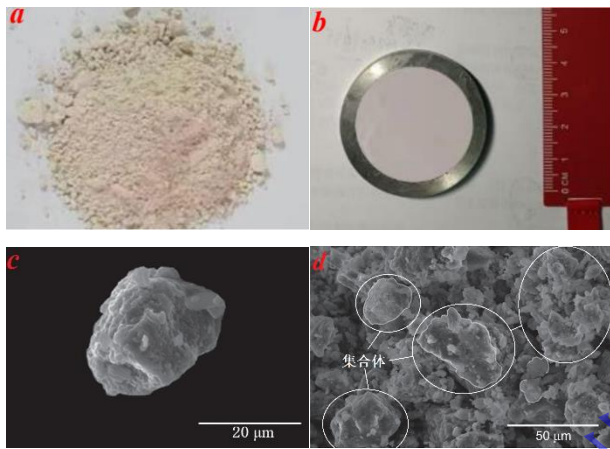


图 1 压实膨润土及其微观结构 (a, 膨润土粉末; b, 压实膨润土块; c, 压实膨润土中集合体<sup>[7]</sup>; d, 压实膨润土土体结构<sup>[8]</sup>)

Fig.1 Physical and microstructural of compacted bentonite (a, bentonite powder; b, compacted bentonite; c, aggregates in compacted bentonite; d, soil structure of compacted bentonite)

学者们针对压实膨润土水化膨胀特性及膨胀力预测模型开展了深入研究。宏观尺度上, Tripathy 等<sup>[9]</sup>、Chen 等<sup>[10]</sup>通过水化渗透装置测定了膨润土水化膨胀力, 定量分析了膨胀力演化特性, 并建立了膨胀力预测经验模型。微观尺度上, Laird 等<sup>[11]</sup>基于胶体物理学, 从能量角度预测膨润土矿物之间的膨胀力, 构建了 Laird 模型。Liu<sup>[12]</sup>、Della 和 Musso 等<sup>[13]</sup>通过分析膨润土矿物表面特性, 认为 DLVO 理论适用于膨润土晶层间双电层膨胀力预测; Wei 等<sup>[14]</sup>通过分子动力学模拟探究了不同层间阳离子膨润土矿物的微观力学性能, 构建了微观膨胀力预测经验模型。可以看出, 现有研究多局限于探究单一尺度膨胀性能, 尚未建立跨尺度关联的统一理论体系, 压实膨润土不同尺度间的膨胀力传递模型有待完善。

实际上, 宏观膨胀力是集合体膨胀和土体结构调整共同作用的结果。处置库复杂环境会使集合体力学特性发生改变、土体结构也会变化。为准确预测环境因素对膨润土膨胀力的影响, 需要在理论上诠释膨润

土膨胀力的跨尺度传递机制, 进一步构建基于集合体微观力学参数的宏观膨胀力预测模型。目前, 该理论模型研究还相对较少。Mollins<sup>[15]</sup>认为膨润土宏观膨胀力与微观膨胀力完全相同。Xu 等<sup>[16]</sup>、项国圣等<sup>[17,18]</sup>基于胶体物理的等温吸附原理提出了集合体分形吸附预测理论, 认为宏观土体膨胀力和集合体周围吸附压力相同。Mairin 等<sup>[19]</sup>将压实膨润土土体结构概化成夹杂圆形或椭圆形孔隙的均质材料, 认为连续介质力学的夹杂理论可用于膨润土膨胀力跨尺度传递计算。这些模型对膨润土土体结构的概化过于简单和理想化, 未能充分考虑集合体堆积结构特点, 不能有效评价干密度、温度等因素对宏观膨胀力的影响。因此, 开展膨润土膨胀力跨尺度理论模型研究十分必要。

膨润土土体力学特性的跨尺度关联是解析土体膨胀力产生和发展规律的基础, 是土体结构性研究的关键。本文依据压实膨润土细观尺度结构特点, 对土体结构进行概化, 在结合材料力学、结构力学、统计力学、连续介质力学等概念基础上, 构建压实膨润土集合体-土体之间的膨胀力跨尺度传递模型, 有助于预测处置库中缓冲材料膨胀力的发展与演化规律, 以期工程屏障系统设计提供科学依据。

## 1 核心思想和基本假定

压实膨润土由集合体颗粒通过一定空间架构堆积而成<sup>[7]</sup>。相较于孔隙, 集合体颗粒的形状更为规则和简单。为此, 依据集合体颗粒形状概化微结构元, 将土体结构抽象概化为特定种类具有一定空间架构微结构单元的连续堆积, 通过分析集合体颗粒与微结构元之间的力学联系、土体中微结构元的分布特征、微结构元与土体之间的力学联系, 构建集合体与土体之间力学特性的跨尺度关联。模型构建思路见图 2。

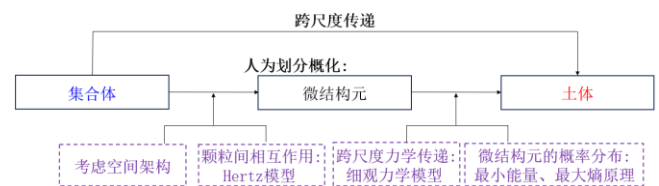


图 2 模型构建思路图

Fig. 2 Model construction overview

### 1.1 土体结构特征概化

(1) 集合体颗粒概化为有限组不同大小的球形颗粒。

(2) 包含一定数量集合体颗粒且具有特定空间架构的土体微结构可视为一种微结构元。土体结构中仅包含几种特定的微结构元。微结构元是人为划分的, 用于集合体颗粒与土体之间的过渡与联系。微结构元

包括集合体颗粒和集合体颗粒间的孔隙<sup>[20]</sup>。

(3) 工程中压实膨润土块体的几何尺寸普遍大于 0.5 cm, 因此宏观土体中集合体颗粒 (10~75 μm) 数量足够多, 土体中微结构元的数量也特别大。

(4) 土体结构可视为微结构元以一定分布概率随机堆积而成的连续介质。

### 1.2 土体应力应变的微观机理

土体应力应变可解释为各微结构元发生变形以及微结构元分布概率发生调整共同作用的结果<sup>[20, 21]</sup>。其中, 微结构元内的变形可视为弹性变形, 微结构元分布概率的变化则视为塑性变形。

### 1.3 土体中微结构元的分布特征

若已知土体每一种微结构元的应力应变状态及其分布概率, 则可准确解得土体整体结构的应力应变状态。然而, 当仅了解土体整体结构的物理力学状态时, 则可能存在多种微结构元的力学状态和概率分布与之对应, 即存在多解性。为明确跨尺度力学状态之间的对应关系, 跨尺度理论认为微结构元概率分布的调整应遵循整体结构的最小能量和最大熵原理<sup>[21, 22]</sup>。

(1) 最小能量原理源于结构力学。结构性材料发生弹性应变会储存应变能, 发生塑性变形会消耗能量并使整体结构总能量减小。当整体结构从一种状态过渡到另一种状态时, 总是以能量消耗最小的方式进行。同时, 整体结构稳定状态下所具有的弹性应变能总是处于最低水平。即:

$$\delta U = \delta(\sum f_{\lambda} U_{\lambda}) = 0 \quad (1)$$

式中,  $U$  为土体应变能 (J);  $f_{\lambda}$  为某种微结构元的分布概率;  $U_{\lambda}$  为某种微结构元所蕴含的应变能 (J)。

(2) 最大熵原理源于统计力学<sup>[23]</sup>。天然集合体颗粒的排布足够混乱, 可认为每个颗粒出现在特定类型微结构元中的可能性与该微结构元的分布概率相同。因此, 特定宏观状态下, 土体的某种微结构元概率分布可能出现的“状态数”可表示为<sup>[24]</sup>:

$$W = \frac{N!}{\prod a_{\lambda}!} \quad (2)$$

式中,  $a_{\lambda}$  为某种微结构元的出现次数;  $N$  为整体结构的总微结构元的数量,  $N = \sum a_{\lambda}$ ,  $a_{\lambda} = f_{\lambda} N$ 。

当土体包含足够多微结构元时, 总有一种微观状态的分布远远多于其他所有的状态分布 (可称为最概然分布, 如图 3 所示)。那么, 可以认为该分布就是土体中最可能出现的微结构元概率分布状态<sup>[20, 21, 24]</sup>。这种状态分布下, 微观状态数最大, 可表示为:

$$\delta W = \delta(\ln W) = \delta(N \ln N - N - \sum (a_{\lambda} \ln a_{\lambda} - a_{\lambda})) = \delta(-\sum \frac{a_{\lambda}}{N} \ln \frac{a_{\lambda}}{N}) = \delta(-\sum f_{\lambda} \ln f_{\lambda}) = 0 \quad (3)$$

因此, 最大熵原理可表示为:

$$\delta S = \delta(-\sum f_{\lambda} \ln f_{\lambda}) = 0 \quad (4)$$

式中,  $S$  定义为结构熵,  $S = -\sum f_{\lambda} \ln f_{\lambda}$ 。

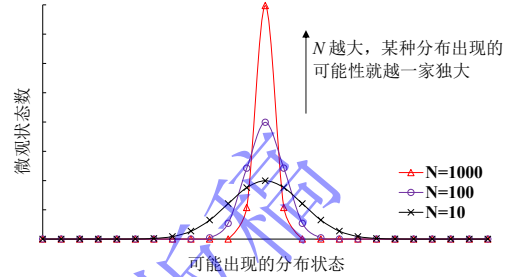


图 3 最概然分布概念图

Fig.3 The concept of the most probable distribution

### 1.4 微结构元与土体的应力应变关系

将土体结构视为由微结构元以一定分布概率堆积而成的连续介质, 则微结构元与土体的应力应变关系应符合 Hill 引理<sup>[25]</sup>:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V} \int \sigma_{\lambda} dV \quad (5)$$

式中,  $\bar{\sigma}$  为土体结构的宏观应力 (Pa);  $\sigma_{\lambda}$  为微结构元的应力 (Pa);  $V$  为土体结构的体积 (m<sup>3</sup>)。

## 2 材料模型

本模型考虑干密度、颗粒级配等因素对土体水化膨胀力的影响。集合体颗粒的形状被抽象为球形, 不考虑颗粒间的咬合力, 并忽略应力对颗粒的机械破碎。

### 2.1 集合体颗粒的抽象与概化

集合体颗粒级配可概化为有限组不同大小球形颗粒的集合:

$$\Phi \rightarrow \{R_i, R_j, R_k \dots R_n\} \quad (6)$$

式中,  $\Phi$  表示土体颗粒级配累积曲线;  $R_i \sim R_n$  分别表示概化后某种颗粒的粒径 (mm);  $n$  为颗粒级配组数。

### 2.2 微结构元的划分

根据集合体堆积特征, 选择由相邻 4 个颗粒中心所围成的四面体空间作为集合体的微结构元较为合理。构成土体结构的微结构元可分为 4 种大类空间架构, 每种架构中包含 4 个集合体颗粒, 即: A 六方堆积、B 立方紧密堆积、C 简单立方堆积、D 体心立方堆积, 如图 4 所示。



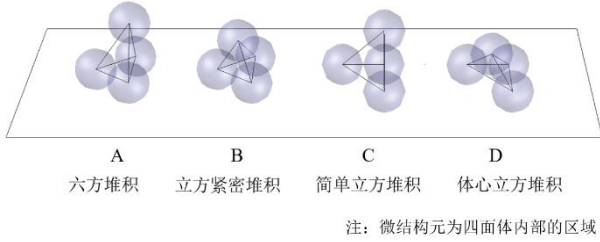


图4 微结构元的空间架构

Fig.4 Spatial architecture of microstructure units

同时, 颗粒级配也会对微结构元的细分种类产生影响。每种大类空间架构应根据颗粒级配概化的组数细分为  $n^4$  种小类。例如, 当颗粒级配概化为 2 组颗粒时, 六方堆积架构 A 微结构元的种类为 16 个, 如图 5 所示。假设土体中集合体颗粒分布均匀, 则每种大类下各小类的分布概率应与颗粒级配相适应:

$$f_{i,j,k,l}^I = f^I D_i D_j D_k D_l \quad (7)$$

式中,  $f_{i,j,k,l}^I$  为由 4 种颗粒 ( $i, j, k, l$ ) 以 I 类型空间架构所组成的微结构元的分布概率;  $f^I$  为 I 类型空间架构所有微结构元分布概率的总和;  $D_i, D_j, D_k, D_l$  分别为微结构元中集合体颗粒  $i, j, k, l$  的数量密度。

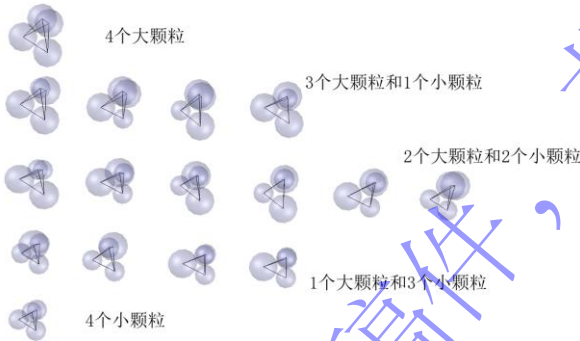


图5 两组颗粒大小时的微结构元种类 (示例)

Fig.5 Case species of microstructure units at two particle sizes

### 2.3 微结构元的物理力学特性

#### (1) 微结构元的等效密度

对于每种微结构元来说, 可定义等效密度来表征其单位体积中含有的颗粒质量:

$$\rho_{i,j,k,l}^I = \rho_s \frac{V_i + V_j + V_k + V_l}{V_{i,j,k,l}^I} \quad (8)$$

式中,  $\rho_{i,j,k,l}^I$  为 4 种颗粒 ( $i, j, k, l$ ) 以 I 类型空间架构所组成微结构元的等效密度 ( $\text{g/cm}^3$ );  $\rho_s$  为集合体颗粒的密度 ( $\text{g/cm}^3$ );  $V_i, V_j, V_k, V_l$  分别为 I 类型空间架构微结构元中集合体颗粒  $i, j, k, l$  所占的体积 ( $\text{cm}^3$ );  $V_{i,j,k,l}^I$  为 4 种颗粒 ( $i, j, k, l$ ) 以 I 类型空间架构所组成微结构元的体积 ( $\text{cm}^3$ )。

#### (2) 微结构元的应变能

若微结构元中的所有颗粒都发生膨胀应变  $\varepsilon$  时两颗粒间的相互作用力可表示为:

$$F = \chi(\varepsilon) \quad (9)$$

那么, 这两个颗粒间所蕴含的应变能应为:

$$U_{ij}^I = L_{ij}^I \int_0^\varepsilon F_{ij}^I d\varepsilon \quad (10)$$

式中,  $F$  为微结构元中不同颗粒之间相互作用力;  $\chi(\varepsilon)$  表示颗粒之间的力-应变关系;  $U_{ij}^I$  表示 I 类型空间架构微结构元中颗粒  $i$  与颗粒  $j$  之间所蕴含的应变能 ( $\text{J}$ );  $L_{ij}^I$  表示 I 类型空间架构微结构元中颗粒  $i$  中心位置与颗粒  $j$  中心位置之间的距离 ( $\text{m}$ );  $F_{ij}^I$  为 I 类型空间架构微结构元中颗粒  $i$  与颗粒  $j$  之间的相互作用力 ( $\text{N}$ )。

则, 整个微结构元所具有的应变能可表示为:

$$U_{i,j,k,l}^I = U_{ij}^I + U_{ik}^I + U_{il}^I + U_{jk}^I + U_{jl}^I + U_{kl}^I \quad (11)$$

式中,  $U_{i,j,k,l}^I$  表示 I 类型空间架构微结构元所蕴含的应变能 ( $\text{J}$ ); 角标  $i, j, k, l$  分别代表微结构元中的特定位置的颗粒。

### 2.4 微结构元的概率分布约束条件

#### (1) 密度约束条件

土体宏观密度应与所有微结构元等效密度的加权平均值相等:

$$\rho = \frac{\sum_{A,B,C,D} \sum_{l=1}^{l=n} \sum_{k=1}^{k=n} \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=n} \rho_{i,j,k,l}^I V_{i,j,k,l}^I f_{i,j,k,l}^I}{\sum_{A,B,C,D} \sum_{l=1}^{l=n} \sum_{k=1}^{k=n} \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=n} V_{i,j,k,l}^I f_{i,j,k,l}^I} \quad (12)$$

式中,  $\rho$  为宏观土体密度 ( $\text{g/cm}^3$ )。

由于每种空间架构下各微结构元种类的分布概率与颗粒级配相适应, 故可定义两个常量参数:

$$\overline{\rho}^I = \frac{\sum_{l=1}^{l=n} \sum_{k=1}^{k=n} \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=n} \rho_{i,j,k,l}^I V_{i,j,k,l}^I D_i D_j D_k D_l}{\sum_{l=1}^{l=n} \sum_{k=1}^{k=n} \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=n} V_{i,j,k,l}^I D_i D_j D_k D_l} \quad (13)$$

$$\overline{V}^I = \sum_{l=1}^{l=n} \sum_{k=1}^{k=n} \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=n} V_{i,j,k,l}^I D_i D_j D_k D_l \quad (14)$$

式中,  $\overline{\rho}^I$  表示所有 I 型空间架构微结构元的平均等效密度 ( $\text{g/cm}^3$ );  $\overline{V}^I$  为所有 I 型空间架构微结构元平均等效体积 ( $\text{cm}^3$ )。

则土体宏细观密度约束条件可简化为:

$$\rho = \frac{\sum_{A,B,C,D} \overline{\rho}^I \overline{V}^I f^I}{\sum_{A,B,C,D} \overline{V}^I f^I} \quad (15)$$

#### (2) 概率分布约束条件

各大类空间架构微结构元的分布概率之和应为全概率事件:

$$\sum_{A,B,C,D} f^I = 1 \quad (16)$$

(3) 能量最小原理约束条件

土体结构所蕴含的应变能应满足最小能量原理:

$$\delta(\sum_{A,B,C,D} \sum_{l=1}^{l=n} \sum_{k=1}^{k=n} \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=n} U_{i,j,k,l}^I V_{i,j,k,l}^I f_{i,j,k,l}^I) = 0 \quad (17)$$

同样,也可定义常量参数—空间架构平均等效应变能:

$$\bar{U}^I = \frac{\sum_{l=1}^{l=n} \sum_{k=1}^{k=n} \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=n} U_{i,j,k,l}^I V_{i,j,k,l}^I D_l D_j D_k D_l}{\sum_{l=1}^{l=n} \sum_{k=1}^{k=n} \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=n} V_{i,j,k,l}^I D_l D_j D_k D_l} \quad (18)$$

则最小能量原理可简化为:

$$\delta(\sum_{A,B,C,D} \bar{U}^I V^I f^I) = 0 \quad (19)$$

(4) 熵最大约束条件

土体内微结构元的概率分布应满足最大熵原理:

$$\delta(-\sum_{A,B,C,D} f^I \ln(f^I)) = 0 \quad (20)$$

## 2.5 微结构元的分布概率

根据微结构元概率分布约束条件,联立式(15)

(16)(19)(20),可求解得到各空间架构的分布概率  $f^I$ ;依式(7)即可得到各微结构元分布概率  $f_{i,j,k,l}^I$ 。

## 2.6 膨润土膨胀力的传递

(1) 集合体颗粒间的膨胀力

膨润土矿物遇水后发生膨胀,产生膨胀力。水化膨胀力会在土体结构中传递,使土体产生膨胀趋势。膨胀力的宏观表现与土体结构密切相关<sup>[34]</sup>。

尽管膨润土具有晶层膨胀和双电层膨胀两种膨胀机制,但晶层膨胀适用于不超过 4 nm 的层叠体间隙<sup>[27]</sup>,双电层膨胀适用于不超过 50 nm 的集合体内孔隙<sup>[28]</sup>。针对集合体-土体跨尺度传递,集合体间孔隙普遍介于 10~100  $\mu\text{m}$ <sup>[8]</sup>,远远超过了晶层膨胀和双电层膨胀的适用范围。为此,本模型忽略晶层膨胀和双电层膨胀的微观力学传递机制,仅考虑集合体间因接触所产生的宏观力学传递机制。

土体水化过程中,约束条件会对水化膨胀力与膨胀变形产生影响<sup>[29]</sup>,如矿物材料在完全约束条件下水化后会具有一定的应力(可称为“集合体的水化膨胀力  $P_a$ ”);在自由边界条件下膨胀力会完全消散(0 MPa),并保留一定的膨胀变形。对于土体结构中的集合体颗粒,水化时不仅会在颗粒之间产生膨胀力,还会产生膨胀应变填充孔隙。相邻接触的球形集合体颗粒之间力-应变的相互关系可使用 Hertz 模型<sup>[30,31]</sup>表

示(图6):

$$F_{ij}' = \frac{4}{3} k^* \sqrt{\frac{R_i + R_j}{R_i R_j}} [(R_i + R_j) \varepsilon_a]^{3/2} \quad (21)$$

式中,  $F_{ij}'$  为颗粒  $i$  与颗粒  $j$  之间的膨胀压力 (N);  $k^*$  为颗粒间的有效刚度 (kPa),  $\frac{1}{k^*} = (\frac{2-2\nu}{E_a})^2$ ;  $E_a$  为集合体颗粒的微观模量 (kPa);  $\nu$  为集合体颗粒的微观泊松比,可取  $\nu = 0.35$ ;  $\varepsilon_a$  为压实膨润土中集合体水化完成时的最大膨胀变形,  $\varepsilon_a = P_a / E_a$ 。

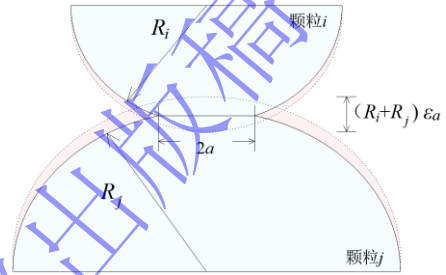


图6 集合体颗粒间膨胀的 Hertz 模型

Fig.6 Hertz model for aggregate intergranular swelling

在 I 类型空间架构的微结构元中,倘若两颗粒接触 ( $L_{ij}^I - R_i - R_j < 0$ ),则颗粒间的接触面为半圆形,其半径可表示为<sup>[30,31]</sup>:

$$a = (R_i + R_j) \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{R_i R_j}} \quad (22)$$

膨胀压力应为两个完整颗粒产生膨胀压力  $F_{ij}'$  的一半:

$$F_{ij}^I = \chi(\varepsilon) = \frac{F_{ij}'}{2} \quad (23)$$

则两颗粒间产生的膨胀应力可表示为(图7):

$$\sigma_p = \frac{2F_{ij}^I}{\pi a^2} \quad (24)$$

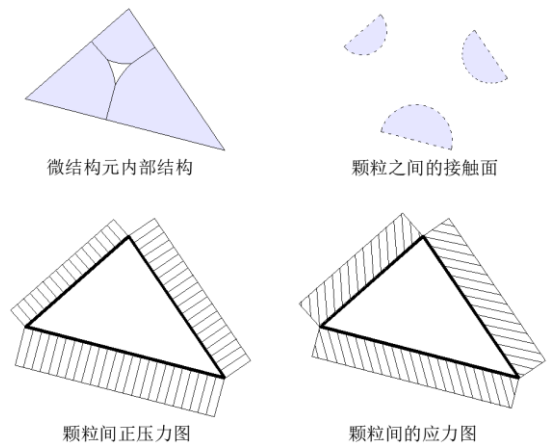


图7 微结构元的膨胀特性

Fig.7 Swelling properties of microstructure units

倘若两集合体颗粒水化前未接触, 而水化后发生了接触, 此时同样会产生膨胀力。即当  $L_{ij}^I - R_i - R_j > 0$  且  $L_{ij}^I - (R_i + R_j)(1 + \varepsilon_a) < 0$  时, 膨胀压力可表示为:

$$F_{ij}^I = \chi(\varepsilon) = \frac{2}{3} k^* \sqrt{\frac{R_i + R_j}{R_i R_j}} [(R_i + R_j)(1 + \varepsilon_a) - L_{ij}^I]^{3/2} \quad (25)$$

此时接触面的半径为:

$$a = \sqrt{\frac{R_i + R_j}{R_i R_j} [(R_i + R_j)(1 + \varepsilon_a) - L_{ij}^I]} \quad (26)$$

接触面上的膨胀应力与式 (24) 相同。

倘若两集合体颗粒未接触且颗粒间的接触距离大于颗粒膨胀变形所需的长度, 则这两个颗粒不会产生膨胀压力。即, 当  $L_{ij}^I - (R_i + R_j)(1 + \varepsilon_a) > 0$  时:

$$F_{ij}^I = \chi(\varepsilon) = 0 \quad (27)$$

此时, 集合体颗粒间无接触面, 不会产生膨胀应力。

## (2) 微结构元-土体之间的膨胀力传递

膨润土的土体结构由集合体堆积而成。根据颗粒间膨胀力特征, 土体结构可概化为具有应力属性的微结构元 (图 8)。根据有限单元法的能量等效原理, 可求得微结构元的等效应力 [32, 33]:

$$\sigma_{i,j,k,l}^I = \frac{U_{i,j,k,l}^I}{2V_{i,j,k,l}^I} \quad (28)$$

由于土体结构可被视为由微结构元以一定分布概率堆积而成的连续介质, 则土体宏观膨胀应力应与所有微结构元等效应力的平均值相等, 可表示为:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum_{A,B,C,D} \sum_{l=1}^{l=n} \sum_{k=1}^{k=n} \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=n} \sigma_{i,j,k,l}^I V_{i,j,k,l}^I f_{i,j,k,l}^I}{\sum_{A,B,C,D} \sum_{l=1}^{l=n} \sum_{k=1}^{k=n} \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{i=1}^{i=n} V_{i,j,k,l}^I f_{i,j,k,l}^I} \quad (29)$$

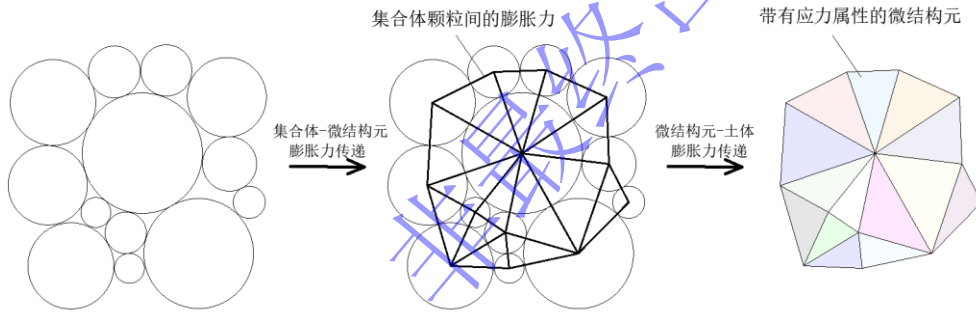


图 8 膨润土膨胀力跨尺度传递模型概念图

Fig.8 Bentonite swelling stress transfer across scale modeling concepts

## 3 模型适用性检验

### 3.1 检验方案

以我国高放废物深地质处置缓冲材料—高庙子 (GMZ) 膨润土为例, 通过开展压实 GMZ 膨润土水化膨胀试验, 对比分析宏观膨胀力理论预测结果与试验测试结果之间的差异, 来检验理论模型的适用性。

考虑膨润土阳离子类型、试样干密度和环境温度等因素对膨胀力的影响, 检验方案见表 1。

表 1 检验方案

Table.1 Inspection Program

编号	阳离子类型	干密度 (g/cm <sup>3</sup> )	温度 (°C)
A1	Na	1.6	20
A2	Na	1.7	20
A3	Na	1.8	20
A4	Na	1.7	40
A5	Na	1.7	60
B1	Ca	1.6	20
B2	Ca	1.7	20

B3	Ca	1.8	20
B4	Ca	1.7	40
B5	Ca	1.7	60

### 3.2 试验方法

#### (1) 试验材料

试验材料为 GMZ 膨润土粉末。膨润土矿石开采自内蒙古兴和县, 经去渣、晾晒和筛分后, 通过粉磨机加工成 200 目的膨润土粉末, 呈灰白色 [34, 35]。

#### (2) 试样制备

首先, 使用湿法提纯工艺对膨润土粉末进行提纯, 消除杂质矿物 [36]。主要流程为: ①配制液固比为 10:1 的膨润土悬浊液, 充分搅拌; ②将悬浊液置于 5 L 的烧杯中自然沉降; 约 24 h 后, 除去液面上漂浮的杂质, 使用虹吸管收集液面至液面以下 16 cm 处的悬浊液, 余下部分弃置; ③对虹吸得到的膨润土悬浊液进行离心分离处理, 收集胶体沉淀物; ④重复上述步骤 2~3 次。

其次, 通过盐溶液离子交换法制备单一可交换阳



离子的膨润土<sup>[37]</sup>。主要流程为：①配置液固比为 10:1 的膨润土悬浊液，称取一定质量 NaCl（钠化剂）加入悬浊液，使悬浊液  $\text{Na}^+$  浓度达到 5%；②对悬浊液进行充分搅拌，静置 72 h；③使用高速离心机对膨润土悬浊液进行离心分离处理，收集胶体沉淀物；④重复上述步骤 2~3 次，确保膨润土中蒙脱石矿物充分钠化；⑤使用去离子水对膨润土胶体进行离心洗涤；⑥使用 -52℃ 冷冻干燥机对膨润土胶体进行冷冻干燥。钙基膨润土的制备与钠基膨润土类似，将 NaCl 替换成  $\text{CaCl}_2$  即可。

然后，将膨润土粉碎并过 200 目分析筛备用。

最后，采用位移控制法以 0.5 mm/min 压制速率将膨润土粉末静力压制成直径 35 mm×高 10 mm 的圆饼状试样。试样制备前后照片见图 1.a、1.b。

### (3) 测试方法

采用恒体积膨胀法<sup>[35, 38]</sup>测定压实膨润土水化膨胀力。试验装置见图 9，将试样放置在膨胀力渗透仪内，通过恒温水箱控制环境温度。测试时，采用蠕动泵将去离子水渗入试样腔，使膨润土试样水化产生膨胀力，并利用传感器实时记录膨胀力时程曲线。当 48 h 内膨胀力变化小于 0.01 MPa 时，可认定膨润土水化完成<sup>[35, 39]</sup>，记录此时的膨胀力并结束试验。

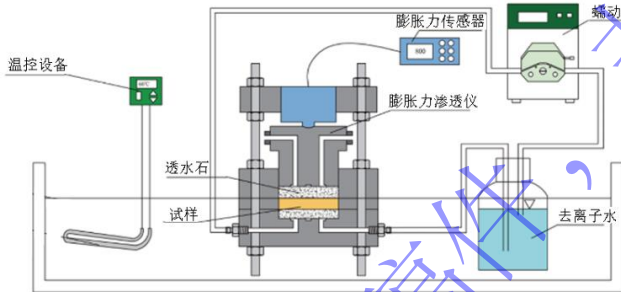


图 9 膨润土膨胀力测试装置

Fig.9 Swelling pressure test device for compacted bentonite

## 3.3 材料特性与模型参数取值

### (1) 颗粒大小

采用激光粒度仪测量膨润土粉末的颗粒级配<sup>[40]</sup>，颗粒大小测量精度为 2  $\mu\text{m}$ ，颗粒质量测量精度为 0.1  $\text{g}/\text{cm}^3$ ，测量结果见图 10。由图可知，钠基膨润土粉末和钙基膨润土粉末的颗粒级配累积曲线大致相同。

理论模型忽略钠基和钙基膨润土粉末颗粒级配之间的细微差异，且不考虑温度对颗粒级配的影响。理论模型将两者的颗粒级配均概化为 30  $\mu\text{m}$ 、40  $\mu\text{m}$ 、50  $\mu\text{m}$ 、60  $\mu\text{m}$  和 70  $\mu\text{m}$  共 5 种粒径的集合体 ( $n=5$ )，质量占比分别为 8.7%、16.3%、25.9%、25.1% 和 22.9%，颗粒数量密度  $D$  分别为 22.8%、24.1%、25.4%、16.6% 和 11.1%。

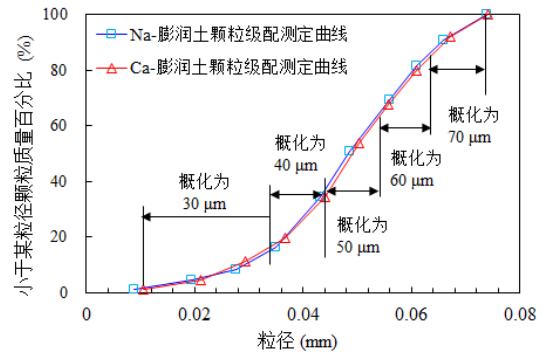


图 10 膨润土粉末的颗粒累积级配曲线

Fig.10 Particle grading curves of bentonite powder

### (2) 颗粒密度

由于水溶液会造成集合体颗粒吸水膨胀并裂解，改变其物理性质，与压实状态下集合体颗粒的物理状态不符。为此，采用二甲苯溶液测量经 105℃ 干燥后钠基膨润土和钙基膨润土的集合体密度<sup>[41]</sup>，测量精度为 0.01  $\text{g}/\text{cm}^3$ ，结果（表 2）表明阳离子类型和温度对颗粒密度影响不大。因此，忽略阳离子类型和温度造成的差异，集合体颗粒密度  $\rho_s$  皆取 2.49  $\text{g}/\text{cm}^3$ 。

表 2 集合体密度测试结果

Table.2 The test results of bentonite aggregate density

阳离子类型	温度 (°C)	颗粒密度 ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )
Na	20	2.49
Na	40	2.50
Na	60	2.49
Ca	20	2.50
Ca	40	2.49
Ca	60	2.48

### (3) 集合体微观模量

采用纳米压痕试验测量钠基膨润土和钙基膨润土的微观模量，测量精度为 1 MPa<sup>[42, 43]</sup>，结果见表 3。因此，理论模型中集合体微观模量  $E_a$  参数可采用纳米压痕测试结果。

表 3 集合体微观模量测试结果

Table.3 The test results of aggregates micro-modulus

阳离子类型	温度 (°C)	微观模量 (MPa)
Na	20	357
Na	40	340
Na	60	328
Ca	20	505
Ca	40	485
Ca	60	479

### (4) 集合体的水化膨胀力

采用二甲苯溶液测量不同水化程度集合体的密度<sup>[41]</sup>，测量精度为 0.01  $\text{g}/\text{cm}^3$ ；采用烘干法测量含水率，测量精度为 0.01%。根据不同水化程度集合体的颗粒

密度及含水率, 可测算集合体水化膨胀力:

$$P_a = E_a \left( \frac{\rho_a(1+w)}{\rho_s} - 1 \right) \quad (30)$$

式中,  $\rho_a$  为饱和水蒸气湿润过膨润土粉末的颗粒密度 ( $\text{g/cm}^3$ );  $w$  为饱和水蒸气湿润过膨润土粉末所达到的最大含水率。

集合体水化膨胀力测算结果见表 4, 该膨胀力即为理论模型采用的集合体水化膨胀力  $P_a$  参数。

表 4 集合体膨胀力测试结果

Table.4 Test results of aggregate swelling pressure

阳离子 类型	温度 ( $^{\circ}\text{C}$ )	颗粒密度 ( $\text{g/cm}^3$ )	最大含 水率	膨胀力 (MPa)
Na	20	2.35	12.97%	23.6
Na	40	2.35	13.02%	22.7
Na	60	2.35	13.08%	22.0
Ca	20	2.32	14.23%	31.8
Ca	40	2.31	14.32%	29.9
Ca	60	2.31	14.33%	28.9

## 4 模型适用性检验结果

### 4.1 干密度对膨润土水化膨胀力的影响

将膨润土集合体的微观物理力学参数代入理论模型, 即可预测土体宏观膨胀力。不同干密度土体的水化膨胀力理论模型预测结果与试验结果见图 11。预测结果表明, 压实膨润土干密度越大, 水化膨胀力越大, 与试验结果趋势一致。不同干密度 ( $1.6 \text{ g/cm}^3$ 、 $1.7 \text{ g/cm}^3$ 、 $1.8 \text{ g/cm}^3$ ) 条件下, 钠基膨润土膨胀力预测结果分别为 4.2 MPa、5.3 MPa 和 7.1 MPa, 略低于试验结果, 误差率为 11%~13%; 钙基膨润土膨胀力预测结果分别为 5.2 MPa、6.2 MPa 和 8.4 MPa, 同样略低于试验结果, 误差率为 11%~14%。

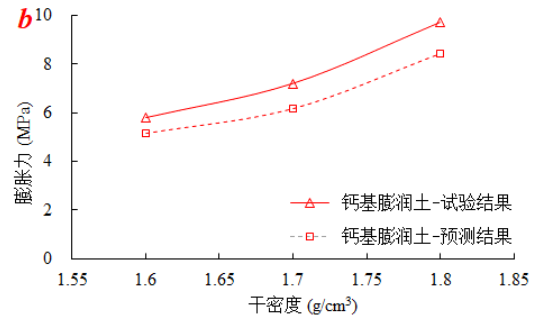
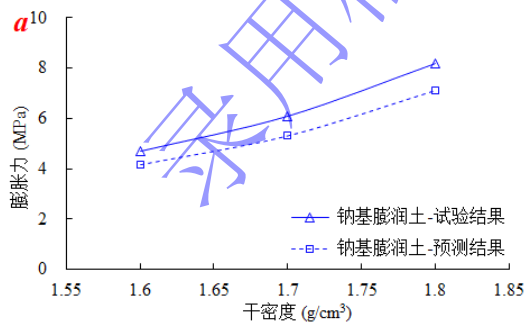


图 11 不同干密度土体水化膨胀力理论预测与试验结果 (a, 钠基膨润土; b, 钙基膨润土)

Fig.11 Prediction and test results for swelling pressure of compacted bentonite with different dry densities (a, Na-bentonite; b, Ca-bentonite)

### 4.2 温度对膨润土水化膨胀力的影响

不同环境温度下土体水化膨胀力的理论模型预测结果和试验结果见图 12。预测结果表明, 温度越高, 压实膨润土水化膨胀力越小, 与试验结果趋势一致。不同温度 ( $20^{\circ}\text{C}$ 、 $40^{\circ}\text{C}$ 、 $60^{\circ}\text{C}$ ) 条件下, 钠基膨润土膨胀力预测结果分别为 5.3 MPa、4.9 MPa 和 4.8 MPa, 略低于试验结果, 误差率为 12%~16%; 钙基膨润土膨胀力预测结果分别为 6.2 MPa、6.0 MPa 和 5.9 MPa, 同样略低于试验结果, 误差率为 12%~14%。

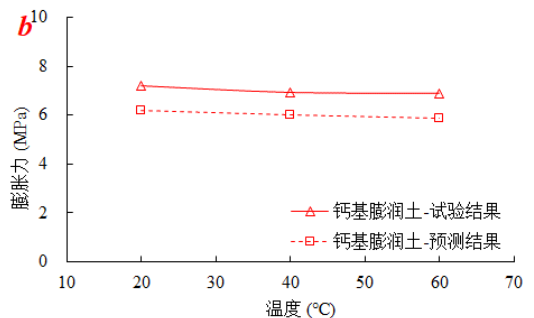
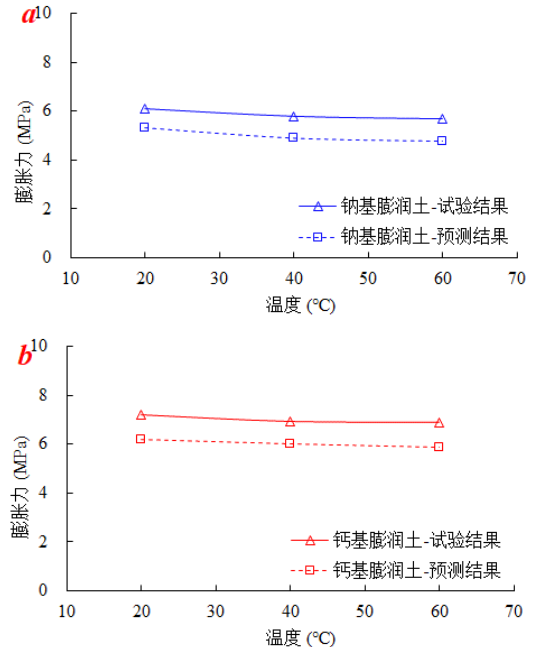


图 12 不同温度下土体水化膨胀力理论预测与试验结果 (a, 钠基膨润土; b, 钙基膨润土)

Fig.12 Prediction and test results for swelling pressure of compacted bentonite under different temperature conditions (a, Na-bentonite; b, Ca-bentonite)

## 5 讨论



相比于 Mollins 等<sup>[15]</sup>、Mairin 等<sup>[19]</sup>理论模型未能考虑集合体堆积结构特点的不足,本模型充分考虑了集合体颗粒的大小形状及土体堆积结构特点,从跨尺度力学传递的角度建立了集合体水化膨胀力理论预测模型。图 13 反映了该模型具有更好的预测效果,弥补了压实膨润土水化膨胀力理论预测能力不足的缺陷。同时,该模型良好的预测能力也描述和证明了土体膨胀力跨尺度传递机制,为膨润土细微观尺度的结构性研究奠定了理论基础。

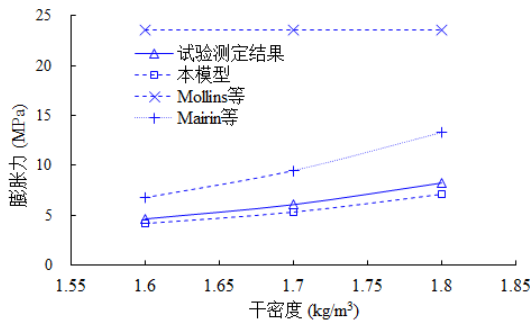


图 13 膨润土水化膨胀力理论预测与试验结果

Fig.13 Experimental and theoretical results of soil hydration swelling pressure

虽然理论模型预测结果与试验结果大体一致,但仍存在 11%~16%误差,主要原因可能是:

(1) 模型对土体颗粒级配进行概化时,忽略了粒径小于 10  $\mu\text{m}$  的集合体颗粒。虽然这些颗粒的含量很低,但忽略这些小颗粒会使颗粒间膨胀力传递时的应力集中加剧,从而影响土体宏观膨胀力的表现。

(2) 模型忽略了集合体颗粒的不规则形状特征。在压实制样的过程中,具有棱角的集合体颗粒可能会更加紧密地排列,使得土体水化过程中结构调整更加困难,从而引起宏观膨胀力增大。

(3) 模型忽略了颗粒间的咬合力。颗粒间的咬合一定程度上会阻碍土体结构调整。这使得土体完全水化膨胀时,颗粒本身所具有的弹性应变能并不处于最低状态,从而增大宏观膨胀力表现。

(4) 模型将颗粒级配累积曲线概化为有限种不同大小集合体颗粒的集合,导致颗粒级配的连续分布特征对膨胀力的影响没有完全体现,从而产生了预测误差。集合体颗粒级配的概化数量越多,模型精度越高,故可通过增加集合体概化数量提高模型预测精度。

(5) 模型需通过激光粒度测试、纳米压痕试验、颗粒密度试验等方法获取颗粒级配、刚度和密度等参数。这些测试手段不可避免具有测试误差,从而造成膨胀力预测结果准确性下降。

本文构建了压实膨润土膨胀力跨尺度传递理论预测模型,并通过宏观膨胀力试验结果对模型适用性进行了检验,可以得到以下结论:

(1) 本模型充分考虑了集合体颗粒的大小形状及土体堆积结构特点,从跨尺度力学传递的角度建立了宏观压实膨润土力学特性之间的联系,系统诠释了膨润土水化膨胀力的跨尺度传递机制,为膨润土结构性研究奠定了理论基础。

(2) 本模型可对不同干密度、环境温度、阳离子类型膨润土的水化膨胀力进行预测。宏观膨胀力试验检验表明,理论模型适用性较好,弥补了现有压实膨润土水化膨胀力理论预测能力不足的缺陷。

(3) 压实膨润土干密度越大、环境温度越低,水化膨胀力越低。钙基膨润土水化膨胀力高于钠基膨润土。

(4) 依据膨润土微观物理力学参数预测的宏观膨胀力略低于实测值约 11%~16%,预测结果为工程实践提供了较好借鉴作用。

#### 参考文献:

- [1] 王驹. 中国高放废物地质处置 21 世纪进展[J]. 原子能科学技术. 2019, **53**(10): 2072-2082. (WANG Ju. Progress of geological disposal of high-level waste in China in the 21st century[J]. Atomic Energy Science and Technology. 2019, **53**(10): 2072-2082. (in Chinese))
- [2] 王驹, 陈伟明, 苏锐, 等. 高放废物地质处置及其若干关键科学问题[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **01**(04): 801-812. (WANG Ju, CHEN Wei-ming, SU Rui, et al. Geological disposal of high-level waste and some key scientific issues[J]. Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **01**(04): 801-812. (in Chinese))
- [3] SUN Z, CHEN Y G, CUI Y J, et al. Effect of synthetic water and cement solutions on the swelling pressure of compacted Gaomiaozi(GMZ) bentonite: The Beishan site case, Gansu, China[J]. Engineering Geology, 2018, **244**: 66-74.
- [4] KIM M, LEE S, CHEON E, et al. Thermochemical changes on swelling pressure of compacted bentonite[J]. Annals of Nuclear Energy, 2021, **151**: 107882.
- [5] CHEN YG, CAI YQ, PAN K, et al. Influence of dry density and water salinity on the swelling pressure and hydraulic conductivity of compacted GMZ01 bentonite-sand mixtures[J]. Acta Geotechnica. 2022, **17**(5): 1879-1896.
- [6] 李昆鹏, 陈永贵, 叶为民, 等. 高压实膨润土孔隙结构特征研究进展[J]. 岩土工程学报. 2022, **44**(3): 399-408. (LI Kun-

## 6 结论

- peng, CHEN Yong-gui, YE Wei-min, et al. Advances on studies on pore structure of highly compacted bentonite[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering. 2022, **44**(3): 399-408. (in Chinese))
- [7] SUN H, MAŠÍN D, NAJSER J, et al. Bentonite microstructure and saturation evolution in wetting-drying cycles evaluated using ESEM, MIP and WRC measurements[J]. Géotechnique. 2019, **69**(8): 713-726.
- [8] WANG Q, CUI Y, TANG A M, et al. Time- and density-dependent microstructure features of compacted bentonite[J]. Soils and Foundations. 2014, **54**(4): 657-666.
- [9] TRIPATHY S, SRIDHARAN A, SCHANZ T. Swelling pressures of compacted bentonites from diffuse double layer[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2004, **41**(3): 437-450.
- [10] CHEN Y G, DONG X X, ZHANG X D, et al. Cyclic thermal and saline effects on the swelling pressure of densely compacted Gaomiaozi bentonite[J]. Engineering Geology, 2019, **255**: 37-47.
- [11] LAIRD D A. Model for crystalline swelling of 2:1 phyllosilicate[J]. Clays & Clay Minerals, 1996, **44**(4): 553-559.
- [12] LIU L. Prediction of swelling pressures of different types of bentonites in dilute solutions[J]. Colloids & Surfaces A Physicochemical & Engineering Aspects, 2013, **434**(19): 303-318.
- [13] DELLA V G, MUSSO G. Some remarks on single- and double-porosity modeling of coupled chemo-hydro-mechanical processes in clays[J]. Soils and Foundations, 2016, **56**(5): 779-789.
- [14] WEI P, ZHENG Y Y, XIONG Y, et al. Effect of water content and structural anisotropy on tensile mechanical properties of montmorillonite using molecular dynamics[J]. Applied Clay Science, 2022, **228**: 106622.
- [15] MOLLINS L H, STEWART D I, COUSENS T W. Predicting the properties of bentonite- sand mixtures[J]. Clay Miner, 1996, **31**, 243-252.
- [16] XU Y F, SUN D A, YAO Y P. Surface fractal dimension of bentonite and its application to determination of swelling properties[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2004, **19**(2): 347-356.
- [17] 项国圣, 姜昊, 徐永福. 压实膨润土膨胀变形的分形计算方法[J]. 岩土力学, 2015, **36**(4): 1009-1014. (XIANG Guo-sheng, JIANG Hao, XU Yong-fu. Fractal calculation method for swelling deformation of compacted bentonite[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(4): 1009-1014. (in Chinese))
- [18] 项国圣, 吕立勇, 葛磊, 等. 温度对 GMZ 膨润土的膨胀性能影响研究[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(01): 77-84. (XIANG Guo-sheng, LU Li-yong, GE Lei, et al. Study on the effect of temperature on the swelling property of GMZ bentonite[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(01): 77-84. (in Chinese))
- [19] MAINKA J, MURAD M A, MOYNE C, et al. A modified effective stress principle for unsaturated swelling clays derived from microstructure[J]. Vadose Zone Journal, 2014, **2**: 708.
- [20] 卫振海, 王梦恕, 张顶立. 基于微结构元集合的结构材料模型[C]//第 26 届全国结构工程学术会议论文集(第II册), 2017: 296-303. (WEI Zhen-hai, WANG Meng-shu, ZHANG Ding-li. Structural material modelling based on microstructural element ensemble[C]//. Proceedings of the 26th National Academic Conference on Structural Engineering (Volume II), 2017: 296-303. (in Chinese))
- [21] 王梦恕, 卫振海, 张顶立. 材料结构状态集合分析理论[J]. 工程力学, 2016, **33**(10): 1-23. (WANG Meng-shu, WEI Zhen-hai, ZHANG Ding-li. Theory of state ensemble analysis of material structures[J]. Engineering Mechanics, 2016, **33**(10): 1-23. (in Chinese))
- [22] WEI Z H, WANG M S, ZHANG D L. A research on the full state function constitutive relation model[C]//The Second International Symposium on Constitutive Modeling of Geomaterials: Advances and New Applications, 2012, **10**: 641-647.
- [23] ERCAN G, TAMER E S. A variational multiscale constitutive model for nanocrystalline materials [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2011, **59**(1): 732-749.
- [24] 李政道. 统计物理学[M]. 北京: 北京师范大学出版, 1984. (LI Zheng-dao. Statistical Physics [M]. Beijing: Beijing Normal University Publication, 1984. (in Chinese))
- [25] 刘其鹏, 武文华. 颗粒材料平均场理论的多尺度方法: 理论方面[J]. 岩土力学, 2009, **30**(04): 879-884. (LIU Qi-Peng, WU Wen-Hua. A multiscale approach to mean-field theory of granular materials: theoretical aspects[J]. Geotechnics, 2009, **30**(04): 879-884. (in Chinese))
- [26] EGHBALIAN M, WAN R, POURAGHA M. Multi-scale description of hydro-mechanical coupling in swelling clays. Part II: Poroplasticity[J]. Mechanics of Materials, 2022, **171**: 10437.
- [27] WANG H, YAMAMOTO Y, KYOKAWA H, et al. Water and soil particle movement in unsaturated bentonite with constrained and free swelling boundaries[J]. Soils and Foundations, 2023, **63**(4): 101350

- [28] CEHN Y G, LI Z Y, YE W M, et al. Swelling characteristics of montmorillonite mineral particles in Gaomiaozi bentonite [J]. *Construction and Building Materials*, 2024, **439**(16): 137335.
- [29] 鲁文玥, 刘月妙, 谢敬礼, 等. 高庙子钠基膨润土的膨胀性能研究[J]. *中国矿业*, 2020, **29**(03): 177-182. (LU Wen-yue, LIU Yue-miao, XIE Jing-li, et al. Study on the swelling property of Gaomiaozi sodium bentonite[J]. *China Mining Industry*, 2020, **29**(03): 177-182. (in Chinese))
- [30] 彭政, 厚美瑛, 史庆藩, 等. 颗粒介质的离散态特性研究[J]. *物理学报*, 2007, **56**(02): 1195-1202. (PENG Zheng, HOU Mei-ying, SHI Qing-fan, et al. Characterization of discrete states in granular media[J]. *Physics Letters*, 2007, **56**(02): 1195-1202. (in Chinese))
- [31] 杨红平, 傅卫平, 王雯, 等. 基于分形几何与接触力学理论的结合面法向接触刚度计算模型[J]. *机械工程学报*, 2013, **49**(01): 102-107. (YANG Hong-ping, FU Wei-ping, WANG Wen, et al. Calculation model of normal contact stiffness of bonding surface based on fractal geometry and contact mechanics theory[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, **49**(01): 102-107. (in Chinese))
- [32] 孙洪铁. 有限单元法概述及其基本概念的分析[J]. *山西建筑*, 2012, **38**(14): 37-39. (SUN Hong-tie. Overview of finite unit method and analysis of its basic concepts[J]. *Shanxi Construction*, 2012, **38**(14): 37-39. (in Chinese))
- [33] 李磊, 窦昕捷. 有限单元法数值模拟研究现状及其发展综述 [C]//北京力学学会. 北京力学学会第 30 届学术年会论文集. 中国矿业大学(北京); 2024: 2. (LI Lei, DOU Xin-jie. A review of the current status of numerical simulation research and its development of the finite unit method[C]//Beijing Mechanics Society. Proceedings of the 30th Annual Conference of the Beijing Mechanics Society. China University of Mining and Technology (Beijing); 2024: 2. (in Chinese))
- [34] 刘月妙, 陈璋如. 内蒙古高庙子膨润土作为高放废物处置库回填材料的可行性[J]. *矿物学报*, 2001, **21**(03): 541-543. (LIU Yue-miao, CHEN Zhang-ru. Bentonite from Gaomiaozi inner mongolia as an ideal buffer / backfilling material in handling highly radioactive wastes-a feasibility study[J]. *Journal of Mineralogy*, 2001, **21**(03): 541-543. (in Chinese))
- [35] 刘月妙, 徐国庆, 刘淑芬, 等. 我国高放废物处置库缓冲/回填材料压实膨胀特性研究[J]. *铀矿地质*, 2001, **17**(01): 44-47. (LIU Yue-miao, XU Guo-qing, LIU Shu-fen, et al. Compaction and expansion characteristics of buffer/backfill materials for high-level waste repositories in China[J]. *Uranium Geology*, 2001, **17**(01): 44-47. (in Chinese))
- [36] 郑玉琴, 郑梦子. 辽宁朝阳膨润土选矿提纯试验研究[J]. *化工矿物与加工*, 2020, **49**(05): 18-21. (ZHENG Yu-qin, JIA Meng-zi. Experimental study on the beneficiation and purification of Liaoning Chaoyang bentonite[J]. *Chemical Minerals and Processing*, 2020, **49**(05): 18-21. (in Chinese))
- [37] FENG J Y, YU Q, HE A F, et al. Variations in the hydraulic conductivity of montmorillonite as determined by the composition of electrolyte cations in solution. *Bulletin of Environmental Contamination and Toxicology*. 2022, **109**(2): 358-363
- [38] 谈云志, 胡新江, 喻波, 等. 压实红黏土的恒体积膨胀力与微观机制研究[J]. *岩土力学*, 2014, **35**(03): 653-658. (TAN Yun-zhi, HU Xin-jiang, YU Bo, et al. Study on constant volume expansion force and fine-scale mechanism of compacted red clay[J]. *Geotechnics*, 2014, **35**(03): 653-658. (in Chinese))
- [39] 叶为民, SCHANZ T, 钱丽鑫, 等. 高压实高庙子膨润土 GMZ01 的膨胀力特征[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, (S2): 3861-3865. (YE Wei-min, SCHANZ T, QIAN Lixin, et al. Characteristics of swelling pressure of densely compacted Gaomiaozi bentonite GMZ01 [J]. *Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, (S2): 3861-3865. (in Chinese))
- [40] 丁国权, 陈凯. 激光粒度仪在特殊土颗粒分析试验中的应用 [J]. *长江科学院院报*, 2024, **41**(09): 123-129. (DING Guo-quan, CHEN Kai. Application of laser particle sizer in the analysis of special soil particles[J]. *Journal of Changjiang Academy of Sciences*, 2024, **41**(09): 123-129. (in Chinese))
- [41] 刘昊, 何涌. 矿物材料真密度测定方法的改进[J]. *矿物学报*, 2005, **25**(04): 321-324. (LIU Hao, HE Yong. Improvement of the method for determining the true density of mineral materials[J]. *Journal of Mineralogy*, 2005, **25**(04): 321-324. (in Chinese))
- [42] VALDES C C, HEIDARI Z. Application of nanoindentation for uncertainty assessment of elastic properties in mudrocks from micro-to well-log scales[J]. *Geophysics*, 2017, **82**(6): 327-339.
- [43] SUN C L, LI G C, ZHANG S H, et al. Mechanical and heterogeneous properties of coal and rock quantified and mapped at the microscale[J]. *Applied Sciences*, 2020, **10**(1): 342.