

DOI: 10.11779/CJGE2024S10012

# 基于胞元模型的土体应变局部化试验与机理研究

侯世伟<sup>1</sup>, 侯金招<sup>1</sup>, 杜修力<sup>2</sup>, 孟素云<sup>1</sup>, 曲金红<sup>3</sup>

(1. 沈阳建筑大学土木工程学院, 辽宁 沈阳 110168; 2. 北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124;

3. 中国能源建设集团辽宁电力勘测设计院, 辽宁 沈阳 110179)

**摘要:** 土体的碎散性和天然性使其变形和强度特性具有明显的尺度效应, 所以研究土体应变局部化过程, 不能忽略级配颗粒的分布和比例关系, 须从多个尺度层面表征宏观力学特性。基于胞元模型理论, 将土体视作由加强颗粒和基质组成的散体材料, 通过三轴压缩试验研究不同加强颗粒粒径试样的内禀尺度规律, 并通过数值模拟方法研究了细观层面剪切带的形成过程和启动机理; 引入平均应变能释放系数, 量化了土体在到达峰值应力之后试样整体的应变能转化情况, 再现了多带的启动和渐进竞争过程。结果表明: 不同尺度的加强颗粒强度试验说明颗粒的非连续性使土体具有尺寸效应, 内禀尺度与粒径之比随加强颗粒尺度增大而减小。在应力峰值前非弹性耗散能增加, 引发应变局部化; 峰值后, 剪切带内应变急速增大, 带外发生回弹。

**关键词:** 尺度效应; 内禀尺度; 剪切带; 三轴压缩试验

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2024)S1-0064-05

**作者简介:** 侯世伟(1982—), 女, 博士, 副教授, 主要从事岩土防灾减灾等方面研究。E-mail: hsw1375@126.com。

## Strain localization tests of soils and mechanism based on cell model

HOU Shiwei<sup>1</sup>, HOU Jinzhao<sup>1</sup>, DU Xiuli<sup>2</sup>, MENG Suyun<sup>1</sup>, QU Jinhong<sup>3</sup>

(1. School of Civil Engineering, Shenyang Jianzhu University, Liaoning 110168, China; 2. The Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering of Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 3. China Energy Engineering

Group Liaoning Electric Power Survey & Design Institute, Shenyang 110179, China)

**Abstract:** The fragmentation and naturalness of soils make their deformation and strength characteristics have obvious scale effects. Therefore, in order to study the strain localization process of the soils, the distribution and proportional relationship of graded particles cannot be ignored, and the macroscopic mechanical properties must be characterized from multiple scales. Based on the theory of cell model, the soils are regarded as a granular material composed of reinforced particles and matrix. The intrinsic scale law of the samples with different reinforced particle sizes is studied through the triaxial compression tests, and the formation process and initiation mechanism of shear band at meso level are studied through the numerical simulation. The average strain energy release coefficient is introduced to quantitatively verify the strain energy conversion of the soils after reaching the peak stress, and the multi-band initiation and progressive competition process are reproduced. The results show that the strength tests of reinforced particles with different size scales indicate that the discontinuity of particles makes the soils have size effects, and the ratio of intrinsic scale to particle size decreases with the increase of the reinforced particle size. Before the stress peak, the non-elastic dissipative energy increases, leading to strain localization. After the peak, the strain rapidly increases within the shear band, while there is a rebound outside the band.

**Key words:** scale effect; intrinsic scale; shear band; triaxial compression test

## 0 引言

土体是非均匀介质, 其固相颗粒从黏粒到块石的尺度变化范围很大, 且形状和接触关系复杂, 其强度与变形特性与土体内部的微观结构有密切关系, 其破坏表现为形成明显的应变局部化区域, 即剪切带。无论是传统的土力学理论, 还是现代的试验和模拟方法<sup>[1]</sup>, 在解释土体多尺度力学特性及变形物理机制方

面均有待深入研究。考虑土体的尺度效应, 可以更准确地理解其散体特性, 为工程设计提供可靠的力学参数, 对预测土体变形和破坏过程具有重要理论意义。

房莹光等<sup>[2]</sup>提出具有多尺度理论框架的基体-加

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(52208356); 北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室项目(2022B08)

**收稿日期:** 2024-05-01

强颗粒模型, 深入研究土体强度特性的尺度效应现象。Shi 等<sup>[3]</sup>研究了剪切过程中颗粒压碎, 探讨了潜在的宏观-微观联系。Hu 等<sup>[4]</sup>使用代表体积单元 (RVE) 的响应对冲刷和非冲刷试样的宏观剪切响应进行了基准测试。Luo 等<sup>[5]</sup>计算不同应力水平下的峰前输入应变能、弹性应变能和耗散应变能。Dong 等<sup>[6]</sup>将地质材料各向异性与应力的方向和大小联系, 考虑主应力影响给出各向异性强度的一般描述。Tang 等<sup>[7]</sup>实现并研究一种依赖于等效塑性应变的内部特征长度演化关系。

本文基于系列土工试验结果, 探讨土体介质基于有效应力的强度与变形的颗粒尺度效应规律。首先以不同尺度的石英砂作为加强颗粒, 进行三轴压缩试验研究, 验证土体的尺度效应, 以土体胞元模型理论为基础求得不同尺度加强颗粒内禀尺度; 其次, 通过数值模拟的方法对土体破坏过程及强度进行计算与试验对比验证; 最后, 引入宏观参数平均能量释放系数来描述土体宏观的能量转换情况。为量化土体尺寸效应及代表性单元确定提供理论和实践参考。

## 1 土体内禀尺度

参考土体胞元模型<sup>[8]</sup>, 将粒径小于 0.075 mm 的颗粒作为基体, 大于 0.075 mm 的颗粒作为加强颗粒, 假设基体材料形成均匀连续的介质, 则不同大小的加强颗粒可视为球体均布在基体中, 与水结合构成土体骨架的细观单元——土体胞元。在三维应力状态条件下, 剪切带上流动剪应力可表示为

$$\tau_s = \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin(45^\circ + \varphi/2) \quad (1)$$

式中,  $\varphi$  为土体的内摩擦角。

通过应变梯度理论来描述土体胞元内部因加强颗粒与其邻近基体变形性状差异引起的细观性状畸变。土体胞元的应变梯度可由应变的一阶差分近似表示, 即

$$\eta_k = \frac{\Delta \varepsilon}{L/2} = \frac{2}{L} (\varepsilon|_{x=L/2} - \varepsilon|_{x=0}) = \frac{2}{L} \left( \varepsilon - \frac{A_{\text{sce}} - A_D}{A_{\text{sce}}} \varepsilon \right) = \frac{3\alpha\varepsilon}{D_k} \quad (2)$$

式中:  $\eta_k$  为对应加强颗粒粒径为  $D_k$  的土体胞元的应变梯度;  $A_{\text{sce}}$  为土体胞元的面积,  $A_{\text{sce}} = L^2$ ;  $A_D$  为加强颗粒的面积,  $A_D = \pi D_k^2/4$ 。

假设在复杂应力状态下, 屈服应力可以表示为:

$$\sigma_s = \sigma_{\text{ref}} \sqrt{f^2(\varepsilon) + l_e \eta} \quad (3)$$

$$l_e = \left[ \frac{\sigma_s^2}{\sigma_{\text{ref}}^2} - f^2(\varepsilon) \right] / \eta \quad (4)$$

式中:  $l_e$  为内禀尺度;  $\sigma_s$  为含有加强颗粒试件的屈服应力;  $\sigma_{\text{ref}}$  为基体试件的屈服应力;  $f(\varepsilon)$  为基体试件应变函数。

由式 (3), (4) 可知, 只需基体材料的应力-应变关系以及加强颗粒的粒径、级配和体分比, 则可计算出包含加强颗粒的土体的内禀尺度。

## 2 三轴试验研究

### 2.1 试验方案

采用 TAW-2000 微机控制三轴试验机开展三轴压缩试验, 以 3 mm/min 的加载速率施加轴向荷载直至试样破坏。基体颗粒材料采用钠基膨润土, 加强颗粒材料为商用石英砂。以相似级配的原则对加强颗粒进行配比, 其中加强颗粒粒径分为 5 组, 分别为 0.1~0.2 mm、0.4~0.8 mm、1~2 mm、2~4 mm、5~10 mm。制样过程参照土工试验方法标准 (GB/T50123—2019), 试样为 50 mm×100 mm 的圆柱体, 围压条件分别为 0, 0.1, 0.5, 1 MPa。

### 2.2 试验结果

本组试验有效试样共 20 个, 破坏模式中剪切带为单一型 5 个、X 型 3 个、平行型 3 个、V 型 3 个, 鼓胀型 2 个, 其他型 4 个。

根据理论公式 (4) 以及试验结果, 可以求得内禀尺度如表 1 所示, 从屈服强度结果可见含有石英砂加强颗粒的土体强度均大于基体的强度, 说明掺入的石英砂对膨润土基质有加强作用; 石英砂粒径越小, 对膨润土基质的强化作用越大。内禀尺度与最大粒径呈正相关趋势, 而内禀尺度与试样最大粒径之比随加强颗粒尺度增大而减小。

表 1 内禀尺度计算及参数

Table 1 Intrinsic scale calculation and parameters

| 围压/<br>kPa | 加强粒<br>径/mm | 基体强<br>度/MPa | 屈服强<br>度/MPa | 内禀尺<br>度/mm | 内禀尺度<br>与粒径比 |
|------------|-------------|--------------|--------------|-------------|--------------|
| 100        | 0.1~0.2     | 1.54         | 4.58         | 16.81       | 84.05        |
|            | 0.4~0.8     |              | 2.73         | 18.36       | 22.95        |
|            | 1.0~2.0     |              | 2.35         | 28.45       | 14.23        |
|            | 2.0~4.0     |              | 2.18         | 43.08       | 10.77        |
|            | 5.0~10      |              | 1.88         | 52.20       | 5.20         |
| 500        | 0.1~0.2     | 2.18         | 6.08         | 14.52       | 72.60        |
|            | 0.4~0.8     |              | 4.24         | 23.84       | 29.80        |
|            | 1.0~2.0     |              | 3.88         | 46.42       | 23.21        |
|            | 2.0~4.0     |              | 3.21         | 50.36       | 12.59        |
|            | 5.0~10      |              | 3.21         | 125.61      | 12.50        |
| 1000       | 0.1~0.2     | 2.91         | 6.81         | 9.59        | 6.99         |
|            | 0.4~0.8     |              | 4.82         | 14.94       | 18.68        |
|            | 1.0~2.0     |              | 4.78         | 36.36       | 18.18        |
|            | 2.0~4.0     |              | 4.72         | 69.99       | 17.49        |
|            | 5.0~10      |              | 4.68         | 170.59      | 17.10        |

## 3 数值模拟研究

模拟试样的尺寸为 50 mm×100 mm, 单元尺寸为

粒径的  $1/3 \sim 1/2$ , 最小为  $0.05 \text{ mm}$ , 类型为 CEP4R, 应力加载, 端部约束, 计算参数依据试验结果, 本构模型分别使用摩尔-库伦 (M-C) 和塑性损伤模型 (CDP)。

多尺度试验的模拟与试验结果对比如图 1 所示, 图例中 T 表示试验结果, 不同模型计算与试验结果基本吻合。从不同尺寸加强颗粒试验的应力应变曲线结果可见均表现出明显压硬性, 且同一围压条件下应力峰值随加强颗粒粒径增大而减小。加强颗粒粒径  $0.1 \sim 0.2 \text{ mm}$  的 CDP 模型计算优于 M-C 模型, 随着粒径增大, M-C 模型与试验吻合更好。

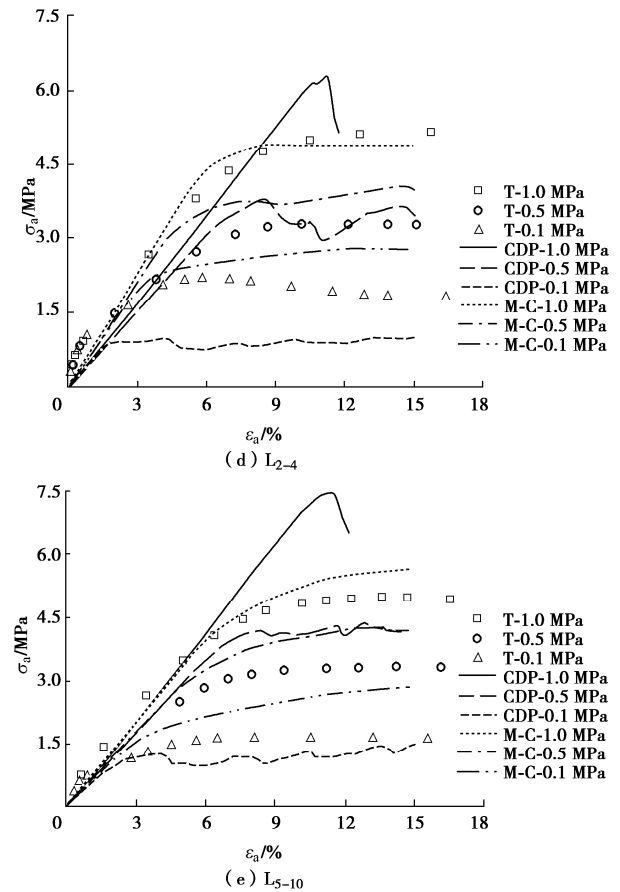
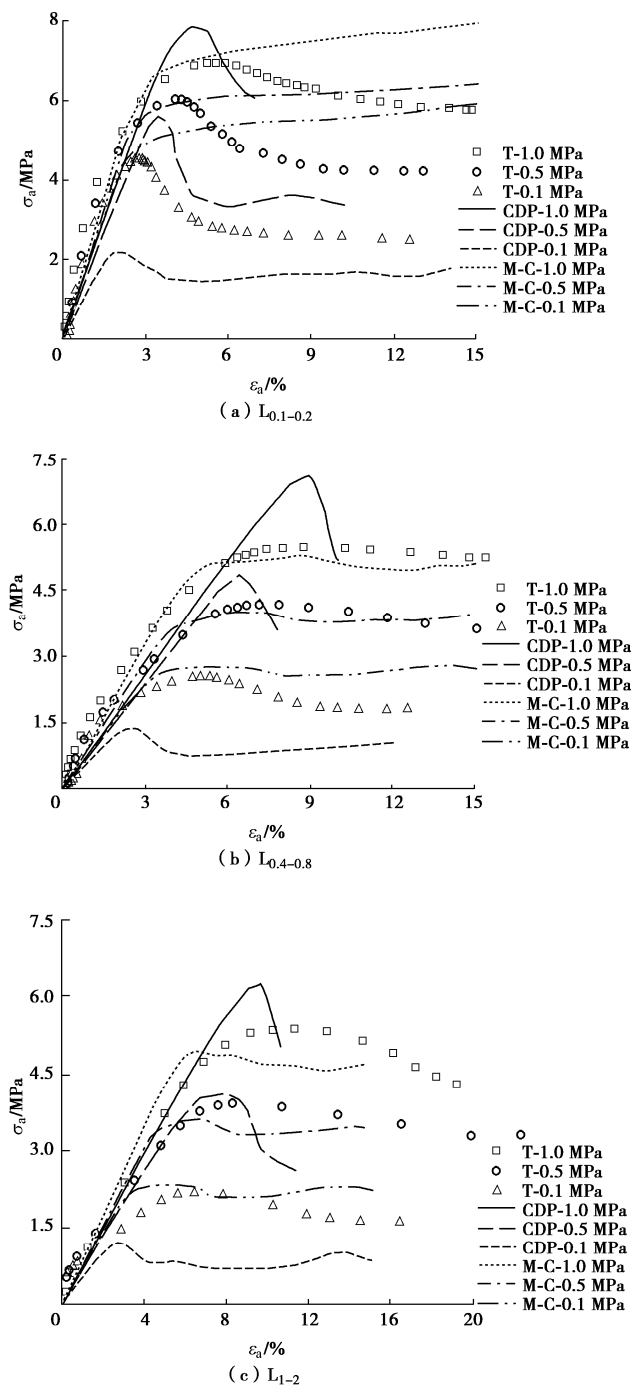
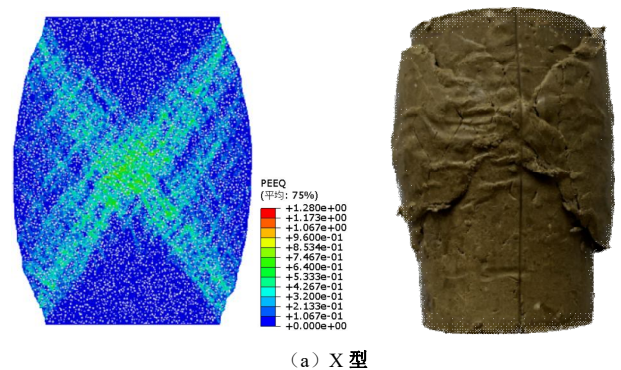


图 1 数值模拟与试验竖向应力-竖向应变曲线对比

Fig. 1 Comparison of vertical stress-vertical strain curves between numerical simulations and tests

数值模拟及试验破坏模式如图 2 所示, 剪切带的形成和发展是土体剪胀特性、孔隙水在土体内的移动、边界约束的联合作用, 通过试验和数值模拟可见, 端部约束为主导的情况下倾向于形成两条剪切带, 端部约束相对较弱的情况下倾向于形成一条, 如图 2 (a) 所示; 图 2 (b) 和 (c) 形成了非对称的双带, 一条主导剪切带, 另一条与主导剪切带平行或者相交的次要剪切带; 图 2 (d) 的破坏模式为 V 型, 是没有形成试样内部上下贯通的一种局部剪切带模式。



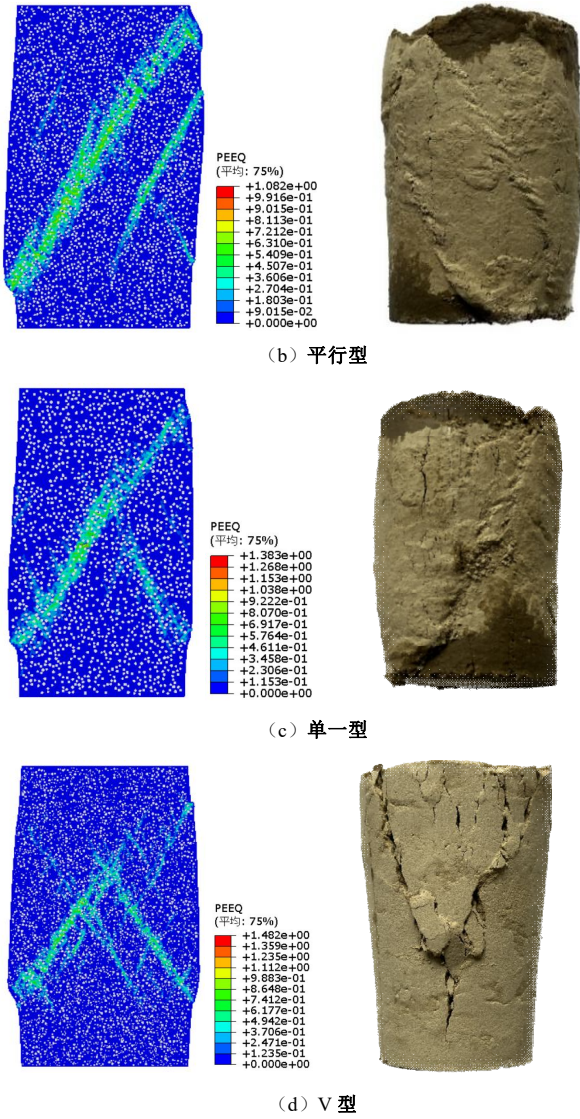


图 2 试样破坏模式

Fig. 2 Damage modes of samples

#### 4 剪切带形成机理讨论

图 3 为应变能及非弹性耗散能占土体总体能量的比例。第一阶段为弹性压缩阶段, 非弹性耗散能基本为 0, 即外力做的功全部转化为应变能, 在细观层中胞元的基体仅发生弹性压缩; 第二阶段, 应变到达 1.6% 后, 非弹性耗散能开始增长, 应变能占比开始下降, 说明土体发生塑性变形, 剪切带开始形成, 细观层面中胞元中的协调微裂纹开始产生不可逆的扩张; 第三阶段, 应变到达 7.3% 后, 应变能、非弹性耗散能占比趋于稳定, 随着应变增加会产生更多协调微裂纹及均匀微裂纹, 进而形成宏观层面的完整剪切带。

基体与加强颗粒交界处存在原生协调微裂纹。加强颗粒的弹性模量比基体大, 压缩过程中加强颗粒周围易产生应力集中现象, 胞元内基体和加强颗粒界面发生变形的不均匀导致产生应变梯度, 直至塑性变

形区域扩张。加强颗粒较为集中的区域交界面较多, 密集的原生协调微裂纹更易吸收能量而进一步扩展, 若干相邻土体胞元即产生连续的塑性变形。

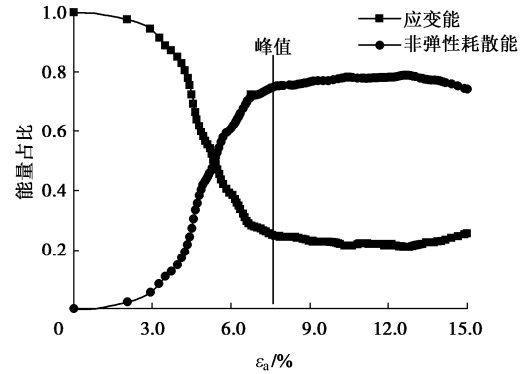


图 3 能量与占比曲线

Fig. 3 Curves of energy and percentage

土体变形过程中涉及土颗粒的黏聚、碰撞、摩擦等与能量释放和耗散相关的微细观变形和运动细节, 即:

$$U = \xi S = \beta u = \frac{a}{2G} \beta \tau_s^2 \quad (5)$$

式中:  $U$  为产生单位面积微裂纹脆性固体释放的应变能;  $\xi$  为产生单位面积微裂纹土体释放的能量;  $S$  为剪应力达到剪切流动应力时裂纹密度;  $\tau_s$  为土体的流动剪应力;  $\beta$  为能量释放系数,  $a$  为非线性系数。

从宏观层面引入平均应变能释放系数, 该系数表征试样在到达峰值应力之后试样整体的应变能转化情况, 如式 (6) 所示。在试样整体能量到达峰值之后所释放的能量占峰值应变能的比例, 如式 (7) 所示。

$$\bar{\eta} = \bar{\eta}_0 + 2\kappa(1 - e^{-t/t}) \quad (6)$$

$$\sigma_c = (1 - \bar{\eta})\sigma_{\max} \quad (7)$$

式中:  $\kappa$  为围压影响系数,  $\kappa = 26.21 + 19.14\sigma\chi$ ;  $\bar{\eta}_0 = 44.81 + 7.48\sigma\chi - 4.36(\sigma\chi)^2$ , 其中  $\bar{\eta}_0$  为初始释放系数,  $\chi = 26.21 + 19.14\sigma$ ,  $\chi$  取为  $1 \text{ kPa}^{-1}$ ,  $t$  为粒径影响系数, 一般取  $1 \sim 4 \text{ mm}^{-1}$  之间;  $\sigma_c$  为残余应力;  $\sigma_{\max}$  为应力峰值。

平均应变能系数计算结果如图 4 所示,  $F$  表示计算结果,  $T$  表示试验结果, 两者相符。随着加强颗粒粒径和围压的增大, 计算得到的值呈现减小趋势, 值越小表示软化效果越明显, 为负值时, 应力应变曲线为硬化型。其原因是加强颗粒较小时, 接触面的协调微裂纹较多, 土体进入塑性应变时, 较多的协调微裂纹扩张, 从而在加载过程中引发更多的局部破坏, 释放能量大于吸收能量, 试样整体表现为释放能量, 所以其强度曲线表现为软化。在较高的围压条件下, 各处主应力均增加, 导致接触面上的协调微裂纹被压缩减小, 土体具有更强的储存弹性应变能力, 不容易发

生较多的局部破坏。在这种情况下,土体吸收大于释放的能量,使得试样整体呈现为吸收外界能量的状态,所以强度曲线更倾向于硬化型。

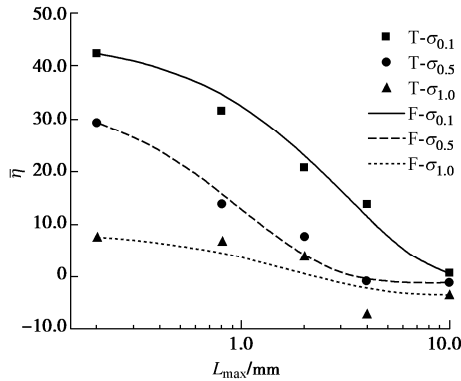


图4 计算结果与试验结果对比

Fig. 4 Comparison between calculated and test results

## 5 结 论

本文针对土体内部特征参数对宏观变形和强度的影响,开展了基于胞元模型思想的系列试验,主要得到以下3点结论:

(1)不同尺度加强颗粒试样的三轴试验破坏模式出现了单一型、“X”型、“V”型、平行型等多种剪切带模式,并在数值模拟中得到验证。不同尺寸的加强颗粒试验说明土体具有尺寸效应,土体强度与粒径呈现反比趋势;在加强颗粒粒径较小时,土体表现为应变软化,且粒径越小软化效果越明显;与数值模拟结论一致。通过胞元模型理论计算出内禀尺度与土体最大粒径呈现正相关。

(2)从能量角度验证了剪切带的竞争过程。土体剪切带的形成是一个渐进的过程,弹性压缩阶段,外力做的功全部转化为应变能;在到达应力峰值点之前非弹性耗散能开始增长,土体发生塑性变形,扩展成应变局部化区域,在土体达到应力峰值之前,多条局部化区域启动,竞争过程产生应力峰值,过峰值后主导形式确定,宏观剪切带形成并贯通。

(3)在胞元模型理论的基础上从宏观层面引入平均应变能释放系数,该系数表征试样在到达峰值应力之后试样整体的应变能转化情况,经试验验证合理。

## 参考文献:

[1] 加 瑞,李逸群,雷华阳,等. 基于三轴不排水有效应力路

径的结构性剑桥模型的修正研究[J]. 岩土工程学报(录用待发). DOI:10.11779/CJGE20231243. (JIA Rui, LI Yiqun, LEI Huayang, et al. Revision of structural cambridge model based on triaxial undrained effective stress path[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering (accepted). DOI:10.11779/CJGE20231243. (in Chinese))

[2] 房营光. 土体力学特性尺度效应的三轴抗剪试验分析[J]. 水利学报, 2014, 45(6): 742-748, 755. (FANG Yingguang. Three-axial shear test analysis of scale effects on soil mechanical properties[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 45(6): 742-748, 755. (in Chinese))

[3] SHI D, NIU J, ZHANG J, et al. Effects of particle breakage on the mechanical characteristics of geogrid-reinforced granular soils under triaxial shear: A DEM investigation[J]. Geomechanics for Energy and the Environment, 2023, 34(4): 100446.

[4] HU Z, GUO N, YANG Z X. Effect of fines loss on the microstructure and shear behaviors of gap-graded soils: A multiscale perspective[J]. Computers and Geotechnics, 2023, 162: 105711.

[5] LUO S, GONG F, LI L, et al. Linear energy storage and dissipation laws and damage evolution characteristics of rock under triaxial cyclic compression with different confining pressures[J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2023, 33(7): 2168-2182.

[6] DONG T, ZHENG Y, LIANG K, et al. Shear strength and shear bands of anisotropic sand[J]. Acta Geotechnica, 2022, 17: 2841-2853.

[7] TANG J, WANG X, CHEN X, et al. Geotechnical Strain Localization Analysis Based on Micropolar Continuum Theory Considering Evolution of Internal Characteristic Length[J]. International Journal of Geomechanics, 2022, 22(8): 06022016.

[8] 刘 嘉,冯德鑫. 考虑土颗粒微观运动的多尺度耦合有限元分析方法[J]. 岩土力学, 2021, 42(4): 1186-1199. (LIU Jia, FENG Deluan. Multiscale coupled finite element analysis considering microscopic movement of soil particles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, 42(4): 1186-1199. (in Chinese))

(编校: 明经平)