

DOI: 10.11779/CJGE20241077

# 基于空间滑动面变化的横观各向同性非饱和黄土强度准则及验证

郭楠<sup>1</sup>, 杨校辉<sup>1</sup>, 贾世宁<sup>1</sup>, 陈正汉<sup>1,2</sup>

(1. 兰州理工大学土木工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 陆军勤务学院军事设施系, 重庆 401311)

**摘要:** 为了科学预测大面积填土地基的强度及变形特性, 通过理论分析、系统的室内试验等手段, 对横观各向同性非饱和重塑黄土的力学特性做了深入系统的研究。首先, 基于空间滑动面强度理论, 同时考虑成层地基的横观各向同性及非饱和特性, 将基质吸力及横观各向同性参数引入 Lade-Duncan 强度准则, 建立了横观各向同性非饱和黄土的强度准则; 其次, 设计了多种不同应力路径的非饱和三轴及真三轴试验, 测定了横观各向同性非饱和黄土三维强度准则中的相关参数; 然后, 揭示了横观各向同性非饱和重塑黄土的强度、变形及水量变化特性; 最后, 将本文提出的强度准则与验证试验结果及 Lade-Duncan 强度准则、Mohr-Coulomb 准则进行对比分析, 初步验证了基于空间滑动面变化的横观各向同性非饱和黄土强度准则的合理性及适用性。研究成果可为大面积填土地基工程的设计提供理论支持和科学依据, 对推动非饱和土力学的强度理论研究具有重要意义。

**关键词:** 空间滑动面; 横观各向同性; 非饱和土; 三维强度准则; 真三轴试验

中图分类号: TU432

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2025)10-2183-12

**作者简介:** 郭楠(1987—), 女, 博士, 副教授, 主要从事非饱和土与特殊土力学及地基处理等方面的教学和科研工作。E-mail: 355094754@qq.com。

## Strength criterion and verification of transversely isotropic unsaturated loess based on spatial sliding surface variation

GUO Nan<sup>1</sup>, YANG Xiaohui<sup>1</sup>, JIA Shining<sup>1</sup>, CHEN Zhenghan<sup>1,2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 2. Department of Military Installation, Army Service University, Chongqing 401311, China)

**Abstract:** In order to scientifically predict the strength and deformation characteristics of large-area fill foundations, a comprehensive and systematic study is conducted on mechanical properties of transversely isotropic unsaturated remolded loess through theoretical analysis and systematic indoor experiments. Firstly, based on the strength theory of spatial sliding surfaces and considering transverse isotropy, and unsaturated characteristics of layered foundations, matrix suction and transverse isotropy parameters are introduced into the Lade Duncan strength criterion, and the strength criterion for transverse isotropic unsaturated loess is established; Secondly, various unsaturated triaxial and true triaxial tests with different stress paths are designed to determine the relevant parameters in the three-dimensional strength criteria for transversely isotropic unsaturated loess; Thirdly, strength, deformation, and water content variation characteristics of transversely isotropic unsaturated remolded loess are revealed; Finally, the strength criterion proposed in this article is compared and analyzed with the verification test results, as well as the Lade Duncan strength criterion and Mohr Coulomb criterion, to preliminarily verify the rationality and applicability of the transverse isotropic unsaturated loess strength criterion based on spatial sliding surface variation. The research results can provide theoretical support and scientific basis for the design of large-scale fill engineering, and are of great significance for promoting the strength theory research of unsaturated soil mechanics.

**Key words:** space sliding surface; horizontally isotropic; unsaturated soil; three dimensional strength criterion; true triaxial test

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(52168051, 42462028, 52368049); 甘肃省杰出青年基金项目(25JRRA057); 兰州市青年科技人才创新项目(2023-QN-52、2023-QN-27); 兰州理工大学红柳优秀青年人才支持计划项目(04-062214) This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No.52168051, 42462028 and 52368049), Science Fund for Distinguished Young Scholars of Gansu Province (Grant No.25JRRA057), Innovation and Entrepreneurship Talent Project of Lanzhou (Grant No.2023-QN-52 and 2023-QN-27), and Lanzhou University of Technology Hongliu Excellent Young Talent Support Program Project (Grant No.04-062214).

收稿日期(Received): 2024-10-28 修回日期(Revised): 2025-06-03 接受日期(Accepted): 2025-06-13 网络出版日期(Online): 2025-06-14

© Editorial Office of Chinese Journal of Geotechnical Engineering. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license.

## 0 引言

岩土材料的强度破坏问题是岩土力学的一个重要课题。在复杂的三维应力场中,岩土材料的强度特性及破坏模式通常会随着应力状态的变化而发生改变。岩土材料强度的科学计算是实现工程安全设计及经济效益的关键问题。因此,建立能够准确反映地基土强度特性的强度准则显得尤为重要。

自然界中的天然岩土材料因受到外部因素与自身矿物成分的协同作用,通常表现为各向异性<sup>[1]</sup>,各向异性显著影响着材料的强度与变形。天然地基及大面积分层填筑的填土地基其各向异性在实际工程中可简化为横观各向同性,即地基土在某一特定平面范围内各方向力学特性相同,垂直于该平面方向的力学特性不同。

岩土材料的横观各向同性特性一直是国内外学者研究的焦点。Abelev 等<sup>[2]</sup>及 Kirkgard 等<sup>[3]</sup>针对不同主应力方向与沉积面呈不同夹角的试样进行了真三轴排水试验,揭示了不同主应力方向与沉积面方向的关系对试样应力比强度的影响规律。Nishimura 等<sup>[4]</sup>认为天然沉积黏土的强度对颗粒沉积方向有显著依赖性。张连卫等<sup>[5]</sup>以空间滑动面准则为基础,将不同平面的摩擦角视为随该平面与沉积面间夹角变化的相关变量,提出了能够反映材料在不同应力状态下强度变化规律的 ASMP 准则。姚仰平等<sup>[6]</sup>为描述各向异性对岩土材料强度及变形特性的影响,引入应力张量概念,提出了各向异性的破坏准则。高智伟等<sup>[7]</sup>、刘洋<sup>[8]</sup>、李学丰等<sup>[9]</sup>采用应力张量与微观组构张量联合的方法深入探究了岩土材料的各向异性特性。Yao 等<sup>[10]</sup>基于各向异性变换应力法,建立了各向异性土体 UH 模型。目前关于横观各向同性土体的强度准则的研究,大多偏向于揭示主应力轴与沉积面垂直情况下的强度变化规律(即方向角  $\delta=0^\circ$ ),而能够描述方向角  $\delta \neq 0^\circ$  时偏平面上强度变化规律的强度准则较少,且未考虑岩土材料的非饱和特性。

由于气候条件、地理位置等因素的影响,非饱和土在自然界中广泛存在。非饱和土中水分与气体共存,导致其表现出与饱和土不同的物理与力学特性。目前,基于 Mohr-Coulomb 准则主要有两类非饱和土强度公式被工程界公认:一类是如 Khalili 等<sup>[11]</sup>、Lu 等<sup>[12]</sup>、Alonso 等<sup>[13]</sup>提出的基于有效应力原理的抗剪强度公式,姚志华等<sup>[14-15]</sup>、韦雅之等<sup>[16]</sup>及王腾等<sup>[17]</sup>基于有效应力原理,通过一系列的宏观力学试验,提出了土体结构性对于非饱和土抗剪强度特性的影响规律;另一类是如 Fredlund<sup>[18]</sup>、Vanapalli 等<sup>[19]</sup>提出的基于双应力变量的抗剪强度公式,可综合考虑净应力和吸力交互

作用,共同定义非饱和土的力学特性。如郑国锋等<sup>[20]</sup>考虑体变对非饱和土土-水状态的影响,将状态曲面函数引入 Vanapalli 非饱和土强度公式得到考虑孔隙比  $e$  的非饱和土强度准则。Xu<sup>[21]</sup>、徐筱等<sup>[22]</sup>从多个分析角度推导出相应的强度公式,能够较好地反映非饱和土的强度变化规律。上述非饱和土强度公式忽视了材料的横观各向同性及沉积角度的影响,故可能会得到与实际不符的计算结果。

空间滑动面强度理论具有明确的物理意义<sup>[23]</sup>,能够准确地反映潜在滑动面与主应力方向的空间布局关系。Lade-Duncan 准则是在土力学领域中被广泛认可和应用的一种强度准则。首先,该准则经过大量不同应力路径的真三轴试验验证;其次,相对于双剪准则、松岗元准则等土的三维面破坏准则,Lade-Duncan 准则的形式简洁;第三,在  $\pi$  平面上是外界 M-C 准则的光滑曲线,能反应土的压缩强度高于挤长强度的基本特性,又没有角点,便于应用。因此,本文基于空间滑动面强度理论,同时考虑成层地基的沉积角度、横观各向同性及非饱和特性,将基质吸力及横观各向同性参数引入 Lade-Duncan 强度准则,建立了横观各向同性非饱和黄土的强度准则,并对其进行了初步验证。本文所建立的强度准则相比于其他各向异性土强度准则更适用于非饱和黄土地区,将基质吸力引入强度准则,更方便于研究非饱和土的孔隙水对强度及变形特性的影响。该准则的建立可为天然成层地基和大面积填土工程的设计提供理论支持和科学依据。

## 1 基于空间滑动面的横观各向同性非饱和黄土强度准则

### 1.1 横观各向同性非饱和黄土三维强度准则的构建

Lade 在 1977 年对 Lade-Duncan 准则进行了修正与完善<sup>[24]</sup>,破坏准则为

$$f_p(I_1, I_3, m, k) = \left( \frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^m - k = 0 \quad (1)$$

式中:  $p_a$  为标准大气压强;  $I_1, I_3$  为应力不变量,  $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ ;  $I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$ ;  $m, k$  为材料参数。

在分析横观各向同性土体的特性时,可以借用路德春等<sup>[1]</sup>通过微观结构张量在土体滑动面法线方向向量上投影的方法,定义基于滑动面三维横观各向同性参数  $\eta_n$ , 其计算公式为

$$\eta_n = \eta_0 \left[ 1 + \Omega_3 (1 - 3n_p^2) \right] \quad (2)$$

式中:  $\eta_0$  为横观各向同性参数  $\eta_n$  的平均数,反映了土体在整体上表现出的横观各向同性特性;  $\Omega_3$  为反映各向异性程度的材料参数,数值越大表示土体的各向异性越显著;  $n_p$  为方向相关项,反映了土体在不同方向上力学性质的差异。

为了综合考虑横观各向同性材料三维强度参数随沉积面与大主应力作用面之间的夹角  $\delta$  的变化规律, 定义

$$n_\rho = \rho\psi n_I + (1 - \rho\psi)n_{II} \quad (3)$$

式中:  $\rho\psi$  为强度分配项, 起着控制方向角  $\delta$  变化过程中偏平面上不同主应力方向强度参数变化规律的关键作用。其中  $\rho$  为分配系数, 决定了强度参数在不同主应力方向上的分配比例;  $n_I$  和  $n_{II}$  反映了方向角  $\delta$  变化过程中滑动面和沉积面之间两种不同的对应关系。其对应表达式如下:

$$\psi = \frac{(\sigma_z - \sigma_y)^2}{(\sigma_z - \sigma_x)^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} n_I &= n_z \cos \delta + n_y \sin \delta \\ n_{II} &= n_z \cos^2 \delta + n_y \sin^2 \delta \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中:  $n_z$  和  $n_y$  分别为滑动面法线相对于  $z$  轴和  $y$  轴方向的方向余弦, 对应表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} n_z &= \sqrt{\frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_z \sigma_x + \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z}} \\ n_y &= \sqrt{\frac{\sigma_z \sigma_x}{\sigma_z \sigma_x + \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z}} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中:  $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  为作用于试样上  $x, y, z$  方向上的 3 个主应力。

横观各向同性材料中, 三维强度参数  $\eta_n$  与方向角  $\delta$  之间的关系取决于方向相关项  $n_\rho$ , 这项参数综合考虑了  $n_I$  和  $n_{II}$  的影响, 即滑动面和沉积面之间两种不同的对应关系。方向角  $\delta$  变化时, 材料的强度参数在不同主应力方向上也会发生变化, 这种变化程度通过分配系数  $\rho$  来反映。

当  $\sigma_z = \sigma_y$  (即两个主应力方向上的应力相等) 时,  $\eta_n$  表示  $x$  轴方向的强度参数, 由式 (4) 可以提出  $\psi=0$ , 由式 (6) 得出  $n_z=n_y$ , 此时式 (2) 可以整理为

$$\eta_n = \eta_0 \left[ 1 + \Omega_3 \left( 1 - \frac{3\sigma_x}{2\sigma_x + \sigma_y} \right) \right] \quad (7)$$

显然, 式 (7) 与方向角  $\delta$  无关, 即应力在  $\sigma_z = \sigma_y$  时,  $\sigma_x$  方向的强度参数是一个恒定值, 不会随着方向角  $\delta$  的变化而变化。

在考虑横观各向同性材料时, 当  $\sigma_x = \sigma_y$  或  $\sigma_x = \sigma_z$  情况下,  $\eta_n$  表示  $z$  轴和  $y$  轴方向上的强度参数, 由式 (4) 可以求得  $\psi=1/2$ , 由式 (6) 求得  $n_z$  及  $n_y$ , 代入到等式 (2) 中可总结出对应  $z$  轴和  $y$  轴方向上的强度参数与方向角  $\delta$  之间的变化规律。以  $z$  轴上三轴剪切条件 ( $\sigma_z > \sigma_x = \sigma_y$ ) 为例,  $z$  轴方向上对应强度参数  $\eta_n$  表达式如下:

$$\eta_n = \eta_0 + \eta_0 \Omega_3 \left\{ 1 - 3 \left[ \frac{1}{2} \rho n_I + \left( 1 - \frac{1}{2} \rho \right) n_{II} \right]^2 \right\} \quad (8)$$

根据式 (5), (6) 整理出  $n_I$  和  $n_{II}$  的表达式

$$\left. \begin{aligned} n_I &= \sqrt{\frac{\sigma_x}{2\sigma_z + \sigma_x}} \cos \delta + \sqrt{\frac{\sigma_z}{2\sigma_z + \sigma_x}} \sin \delta \\ n_{II} &= \sqrt{\frac{\sigma_x}{2\sigma_z + \sigma_x}} \cos^2 \delta + \sqrt{\frac{\sigma_z}{2\sigma_z + \sigma_x}} \sin^2 \delta \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其次, 考虑净总应力和吸力的影响, 在 Lade 准则<sup>[25]</sup>及路德春等<sup>[1]</sup>提出的三维横观各向同性强度参数的基础上, 把其中的应力  $\sigma_{ij}$  由净总应力 ( $\sigma_{ij} - u_a$ ) 替代, 可得到横观各向同性非饱和黄土的三维强度准则。

由式 (1) 可得

$$k_f(s) = \left( \frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \left( \frac{I_1}{P_a} \right)^m \quad (10)$$

式中:  $k_f(s)$  为由试验确定的、与吸力  $s$  相关的反映材料强度特性的参数,  $k_f(s)$  随  $s$  变化的规律需通过试验求得。

联立式 (2), (10), 即可得到由参数  $\eta_n$  来反映不同沉积方向对材料摩擦特性影响的横观各向同性非饱和黄土的三维强度准则

$$k_f(s) = \left( \frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \left( \frac{I_1}{P_a} \right)^m = \eta_0 \left[ 1 + \Omega_3 (1 - 3n_\rho^2) \right] \quad (11)$$

## 1.2 强度准则的参数及其确定方法

参数  $m$  用于表征  $\sigma_1 - \sqrt{2}\sigma_3$  平面内剪切屈服曲线的曲率, 而  $k$  表示剪切屈服参数或应力水平。参数  $m$  和  $k_f$  可以由三轴固结排水剪切试验 (CD 试验) 或不排水剪切试验 (CU 试验) 来获得。利用这些试验得到的数据, 可绘制出  $\lg \left( \frac{I_3}{I_1^3} \right) - \lg \left( \frac{P_a}{I_1} \right)$  双对数坐标系下的曲线, 进而推导出  $m$  和  $k_f$  的具体数值或表达式。

参数  $\eta_0$  和  $\Omega_3$  的计算方法与 Lade 等<sup>[25]</sup>、Kong 等<sup>[26]</sup>所采用的强度参数计算方法相似, 可通过三轴剪切试验得到的内摩擦角  $\varphi_{cz}$  和  $\varphi_{cy}$  进行计算, 其中,  $\varphi_{cz}$  为大主应力方向与沉积面垂直的竖直试样 (图 1 (a)) 在三轴剪切条件下测得的内摩擦角;  $\varphi_{cy}$  为大主应力方向与沉积面平行的水平试样 (图 1 (b)) 在三轴剪切条件下测得的内摩擦角。

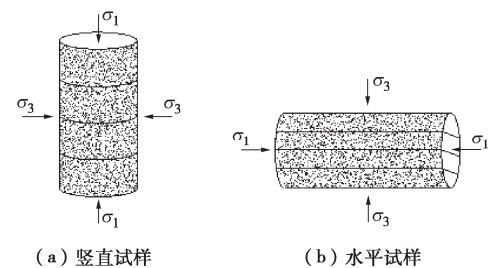


图 1 横观各向同性非饱和黄土的竖直试样和水平试样

Fig. 1 Vertical and horizontal specimens of transversely isotropic unsaturated loess



按照内摩擦角的概念, 三轴剪切条件下的峰值应力比  $R_f$  可用以下公式表达

$$R_f = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (12)$$

中主应力系数  $b$  可表示为

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (13)$$

将式 (12), (13) 代入式 (11) 中, 可得

$$k_f(s) = \left[ \frac{(R_f + bR_f - b + 2)^3}{R_f(bR_f - b + 1)} - 27 \right] \cdot \left[ \frac{(\sigma_3 - u_a)(R_f + bR_f - b + 2)}{P_a} \right]^m = \eta_0 \left[ 1 + \Omega_3 (1 - 3n_p^2) \right] \quad (14)$$

针对横观各向同性非饱和黄土强度准则公式 (14), 应综合分析沉积面与滑动面之间的相互作用。在真三轴试验条件下, 根据土体承受的主应力方向的不同, 偏平面被分为 3 个区域, 区域 I、区域 II 和区域 III, 每个区域都具有特定的应力条件和沉积面与滑动面之间的相互关系, 如图 2 所示。强度参数  $n_p$  的计算表达式取决于滑动面与沉积面方向之间的相对位置, 具体计算可参考文献[1]。

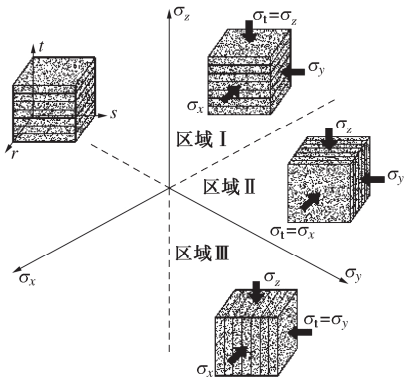


图 2 真三轴条件下偏平面上不同区域主应力分布情况  
Fig. 2 Distribution of principal stresses in different regions on off plane under true triaxial conditions

综合前文可知, 强度准则所需的全部参数均可通过三轴试验和真三轴试验求得。

## 2 横观各向同性非饱和黄土真三轴及三轴试验

### 2.1 横观各向同性非饱和黄土真三轴试验

#### (1) 试验方案及过程

本文试验所有非饱和重塑试样干密度均为  $1.51 \text{ g/cm}^3$ , 含水率均为 18.6%。试验用土为  $Q_3$  重塑黄土, 具体物理指标如表 1 所示。试验主要由  $K_0$  预固结和固

结剪切两个阶段组成。试验前对仪器进行了两次标定, 控制试样的吸力为 50, 100, 200 kPa, 净围压 ( $\sigma_3 - u_a$ ) 为 100, 200, 300 kPa, 中主应力系数  $b$  值取 0.25, 0.5, 0.75 三个不同的值, 空间 I 域内横向沉积面的真三轴试验共 27 个试样, 空间 II、III 域内竖向沉积面的真三轴试验共 54 个试样(由于区域 II 和区域 III 的真三轴试验原理相同, 故参考区域 II 试验数据来推测区域 III 处的试验数据), 试样制备方法及装样过程参考文献 [27]。

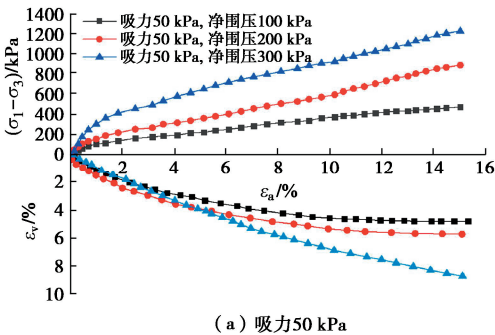
表 1  $Q_3$  黄土的基本物理指标

Table 1 Basic physical indicators of  $Q_3$  loess

土样	相对密度 $d_s$	塑限 $w_p/\%$	液限 $w_L/\%$	干密度 $\rho_d/(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$	含水率/ %
$Q_3$ 黄土	2.70	17.3	31.1	1.51	18.6

#### (2) 试验结果分析

图 3~5 分别为空间 I 域横向沉积面真三轴试样在中主应力系数  $b$  为 0.25, 0.5, 0.75 条件下  $q$ - $\varepsilon_a$  及  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  关系曲线。分析图 3 可知, 相同吸力下, 净围压 ( $\sigma_3 - u_a$ ) 越大, 试样的偏应力越大, 硬化趋势越显著。当净围压相同时, 吸力越大非饱和试样的偏应力越大, 硬化趋势相对越明显。试样在剪切过程中均存在剪缩现象。吸力与  $b$  值相同时, 净围压越大, 剪缩现象越显著。试样的体应变-轴向应变关系曲线变化趋势也较为规律, 即吸力越大, 净围压越大, 试样的体应变就越大。分析图 4, 5 可知, 应力-应变关系曲线均与图 3 有相似特征。由此可以分析出, 不同  $b$  值条件下各试样的应力-应变曲线皆为应变硬化型, 且满足双曲线形式, 无明显峰值点。同时对比图 3~5 可以看出, 在恒定的吸力和净围压条件下, 随着  $b$  值的增大, 试样偏应力逐级增加, 但试样的体应变并不总是随着中主应力系数  $b$  的增大而增加。试样在  $\sigma_2$  和  $\sigma_3$  方向上体积变化的不均匀性是导致这一现象产生的主要原因。在较大的  $b$  值条件下, 试样在  $\sigma_2$  方向的两个对立面受到挤压而发生凹陷, 而在  $\sigma_3$  方向的两个对立面由于受到气压施加的应力, 会出现凸起, 使得试样整体处于体缩状态。





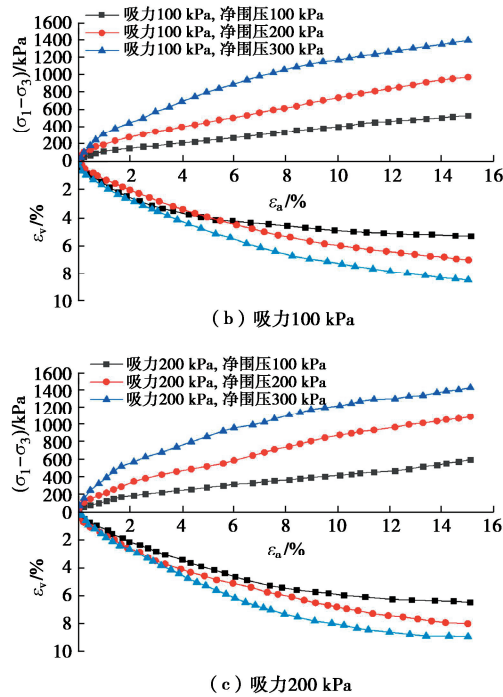


图3  $b$  为 0.25 时横向沉积面试样  $q$ - $\varepsilon_a$  及  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  关系曲线  
Fig. 3  $q$ - $\varepsilon_a$  and  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  relationship curves of laterally deposited surface specimen when  $b$  is 0.25

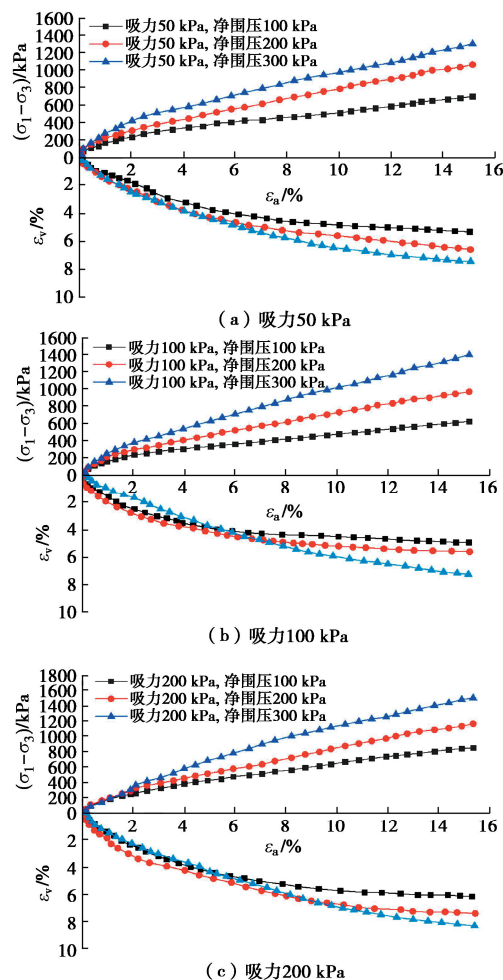


图4  $b$  为 0.5 时横向沉积面试样  $q$ - $\varepsilon_a$  及  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  关系曲线  
Fig. 4  $q$ - $\varepsilon_a$  and  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  relationship curves of laterally deposited surface specimen when  $b$  is 0.5

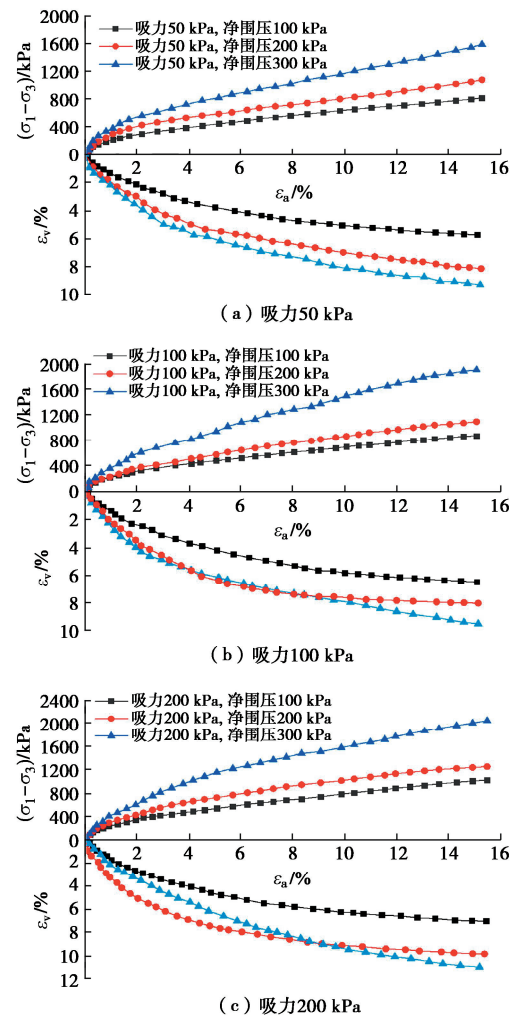


图5  $b$  为 0.75 时横向沉积面试样  $q$ - $\varepsilon_a$  及  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  关系曲线  
Fig. 5  $q$ - $\varepsilon_a$  and  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  relationship curves of laterally deposited surface specimen when  $b$  is 0.75

图 6~8 分别为空间Ⅱ域竖向沉积面真三轴试样在中主应力系数  $b$  为 0.25, 0.5, 0.75 条件下  $q$ - $\varepsilon_a$  及  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  关系曲线。由图 6~8 可知, 竖向沉积面试样与横向沉积面试样  $q$ - $\varepsilon_a$  及  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  关系曲线变化规律近似。不同  $b$  值条件下各试样的应力-应变曲线皆为应变硬化型, 且满足双曲线形式。在恒定的吸力和净围压条件下, 随着  $b$  值的增大, 试样偏应力逐级增加, 但试样的体应变并不总是随着中主应力系数  $b$  的增大而增加。相同  $b$  值条件下, 随着吸力和净围压的增加, 试样的体应变随之增大。所有试样在试验过程中均表现为剪缩状态。其他条件相同时, 净围压越大, 剪缩现象越显著。

图 9 为  $\lg(I_3/I_1^3)$ - $\lg(P_a/I_1)$  关系曲线, 是由试样破坏条件下所得到的主应力  $\sigma_1$  和  $\sigma_3$ , 换算所得  $I_1$  和  $I_3$ , 经过计算绘制而成。 $P_a$  为标准大气压 (取  $P_a=101.4$  kPa);  $m$ ,  $k_f$  分别代表  $\lg(I_3/I_1^3)$ - $\lg(P_a/I_1)$  关系曲线的斜率和截距。由图 9 可知, 吸力相同的一组数据几乎落在同一

条直线上, 且各试验的斜率大小规律为横向沉积面真三轴试验 > 竖向沉积面真三轴试验。将两组试验的破坏应力 ( $q_f$ ,  $p_f$ ) 及具体强度参数列于表 2。由表 2 可知, 不同沉积角度的两组非饱和土真三轴试验, 其  $q_f$  值、 $p_f$  值、 $m$  值及  $k_f$  值均随着吸力的增大而增大。相同条件下, 随着  $b$  值的增大, 试样  $q_f$  值、 $p_f$  值、 $m$  值及  $k_f$  值也逐渐增大。横向沉积面真三轴试样的  $m$  值和  $k_f$  值总是略大于竖向沉积面真三轴试样的  $m$  值和  $k_f$  值, 但差别很小, 计算时可取平均值。

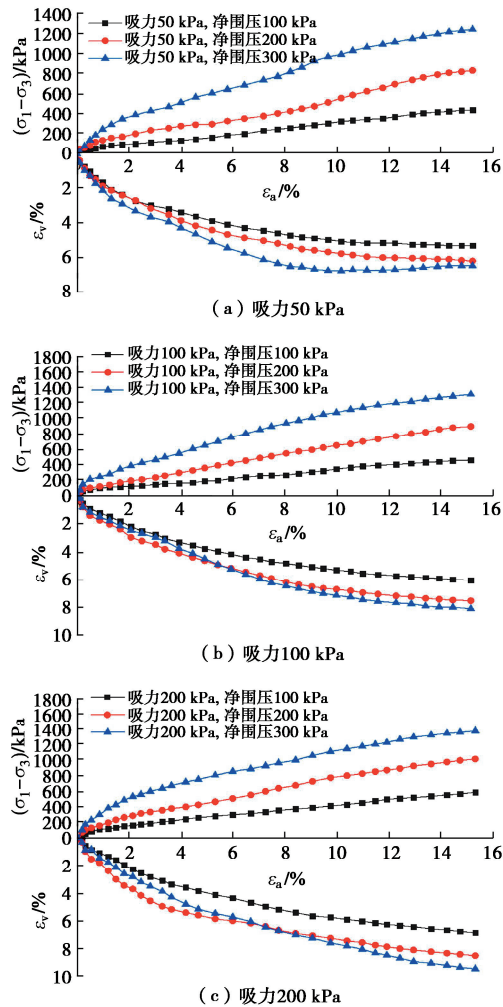


图 6  $b$  为 0.25 时竖向沉积面试样  $q$ - $\varepsilon_a$  及  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  关系曲线

Fig. 6  $q$ - $\varepsilon_a$  and  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  relationship curves of vertically deposited surface specimen when  $b$  is 0.25

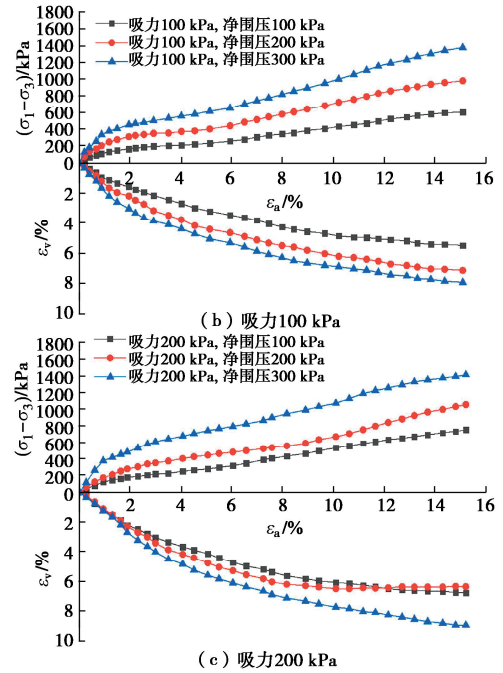
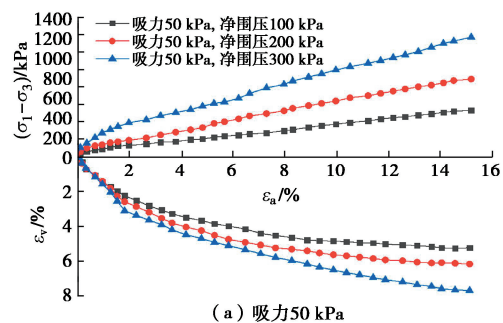


图 7  $b$  为 0.5 时竖向沉积面试样  $q$ - $\varepsilon_a$  及  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  关系曲线

Fig. 7  $q$ - $\varepsilon_a$  and  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  relationship curves of vertically deposited surface specimen when  $b$  is 0.5

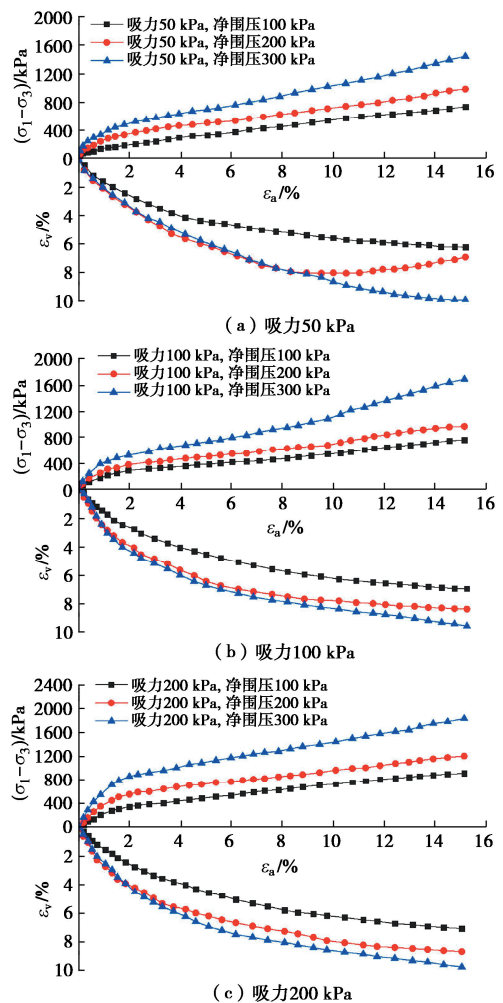


图 8  $b$  为 0.75 时竖向沉积面试样  $q$ - $\varepsilon_a$  及  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  关系曲线

Fig. 8  $q$ - $\varepsilon_a$  and  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  relationship curves of vertically deposited surface specimen when  $b$  is 0.75

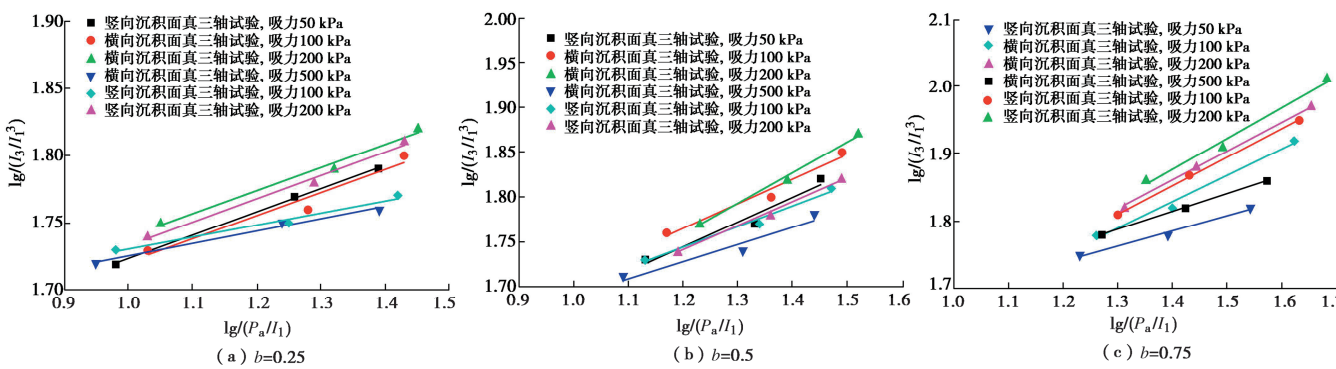


图 9  $\lg(I_3/I_1^3)$ - $\lg(P_a/I_1)$ 关系曲线  
Fig. 9  $\lg(I_3/I_1^3)$ - $\lg(P_a/I_1)$ relationship curve

表 2 真三轴试样强度参数

Table 2 Strength parameters of true triaxial specimens

中主应力系数 $b$	吸力 /kPa	净围压 /kPa	$q_f$ /kPa		$p_f$ /kPa		$m$		$m$ 均值	$k_f$		$k_f$ 均值
			横向沉积面真三轴试验	竖向沉积面真三轴试验	横向沉积面真三轴试验	竖向沉积面真三轴试验	横向沉积面真三轴试验	竖向沉积面真三轴试验		横向沉积面真三轴试验	竖向沉积面真三轴试验	
0.25	50	100	487.7	439.0	303.2	282.9						
		200	922.7	834.1	584.5	547.5	0.10	0.09		1.23	1.13	
		300	1268.1	1245.7	828.4	819.0						
	100	100	542.7	458.4	326.1	291.1						
		200	973.3	898.1	605.5	574.2	0.11	0.10	0.1067	1.24	1.14	1.21
		300	1372.5	1312.9	880.2	847.2						
	200	100	627.5	591.8	361.5	346.6						
		200	1105.6	1017.0	660.7	623.8	0.13	0.12		1.27	1.23	
0.5	50	100	625.8	531.5	412.9	365.8						
		200	970.7	887.2	685.4	643.6	0.39	0.24		1.26	1.22	
		300	1368.9	1358.1	899.5	884.0						
	100	100	704.0	601.5	452.0	400.8						
		200	1066.7	982.3	733.4	691.2	0.42	0.34	0.3712	1.32	1.31	1.32
		300	1398.6	1378.9	999.3	989.5						
	200	100	851.5	757.5	525.8	478.8						
		200	1164.8	1062.2	782.4	731.1	0.44	0.39		1.43	1.39	
0.75	50	100	820.9	737.9	578.9	530.4						
		200	1078.4	986.3	829.1	775.3	0.53	0.49		1.49	1.42	
		300	1587.3	1443.8	1125.9	1042.3						
	100	100	876.3	781.4	611.2	555.8						
		200	1100.6	979.2	842.0	771.2	0.57	0.52	0.5433	1.53	1.48	1.51
		300	1906.9	1698.5	1412.4	1290.5						
	200	100	1021.7	913.9	696.0	633.1						
		200	1251.5	1205.5	930.0	903.2	0.60	0.55		1.60	1.54	
		300	2043.9	1832.1	1492.3	1368.7						

2.2 横观各向同性非饱和黄土三轴试验

(1) 试验方案及过程

本节共做了两组非饱和土三轴排水剪切试验，共计 12 个试验，第 1 组为横向沉积面的三轴固结排水剪切试验，进行了 9 个试验，简称为  $K_0$ CD 试验。试验主要由  $K_0$  预固结和固结剪切两个阶段组成。试验前对仪器进行了两次标定，控制试样吸力分别为 50，100，200 kPa，净围压 ( $\sigma_3-u_a$ ) 分别为 100，200，300 kPa。

第 2 组为竖向沉积面的三轴固结排水剪切试验，进行了 3 个试验，简称为  $K_0'$ CD 试验，控制试样的基质吸力为 50，100，200 kPa，净围压 ( $\sigma_3-u_a$ ) 为 200 kPa。该试验考虑沉积面角度为竖向，需通过内径边长为 75 mm×75 mm×150 mm 的大尺寸模具制作出具有竖向沉积面的横观各向同性试样，再利用真三轴仪进行  $K_0$  预固结，最后将试样削成直径为 39.1 mm，高度为 80 mm 的三轴试样。具体试验方案列于表 3。



表 3 三轴固结排水剪切试验方案

Table 3 Triaxial consolidation drainage shear test scheme

试验名称	基质吸力/kPa	净围压 ( $\sigma_3-u_a$ ) / kPa	试验过程
$K_0$ CD 试验	50	100	固结剪切
	100	200	固结剪切
	200	300	固结剪切
$K_0'$ CD 试验	50	200	固结剪切
	100		固结剪切
	200		固结剪切

(2) 试验结果分析

图 10, 11 分别为  $K_0$ CD 试验及  $K_0'$ CD 试验  $q$ - $\varepsilon_a$  及  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  关系曲线。由关系曲线可知, 两种试验的破坏模式及变形规律相似。试样的应力-应变曲线皆为应变硬化型, 且满足双曲线形式, 无明显峰值点。在试验前期,  $K_0$ CD 试验试样的偏应力数值增长较迅速 (由于土体颗粒间的摩擦和咬合作用, 试样对剪切应力的响应比较敏感), 而后增加逐渐变缓 (随着剪切应变的增加, 土体颗粒间的相对位置逐渐稳定, 颗粒间的摩擦和咬合作用也趋于稳定)。当吸力和净围压增大时, 颗粒间的摩擦和咬合作用会增强, 使得试样的偏应力增大, 应力-应变曲线的切线斜率也越大。当净围压较小时, 试样的应力-应变关系从应变硬化型逐渐过渡到理想的弹塑性状态。在剪切过程中, 两种试验的试样始终处于剪缩状态。试样达到破坏应变时外形均呈鼓屈状, 表面光滑且无明显裂隙。相同吸力条件下, 净围压越大, 试样的体应变越大 (因为土体颗粒重新定位以承受更大的压力, 土体的总体积会趋于减小)。

取轴向应变为 15% 时的应力为破坏应力 ( $q_f$ ,  $p_f$ ), 进一步求得各试样的有效内摩擦角  $\varphi'$  和表观黏聚力  $c$ , 列于表 4。由表 4 可知, 不同初始条件下的两种非饱和土三轴试验, 其  $q_f$  值、 $p_f$  值及表观黏聚力  $c$  均随着吸力的增大而增大。 $K_0$ CD 试验试样的有效内摩擦角  $\varphi'$  也随吸力的增大而增大。除吸力 200 kPa, 净围压 200 kPa 的  $K_0'$ CD 试验破坏应力 ( $q_f$ ,  $p_f$ ) 略大于  $K_0$ CD 试验, 其余试验所得出的  $q_f$  值、 $p_f$  值、有效内摩擦角  $\varphi'$  值及表观黏聚力  $c$  值均存在“ $K_0$ CD 试验  $>$   $K_0'$ CD 试验”的关系。且净围压越大, 两种试验试样的应力差值越明显。

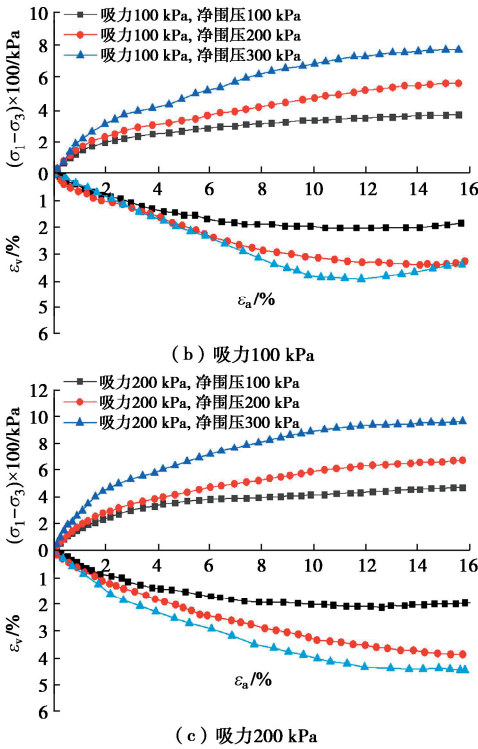
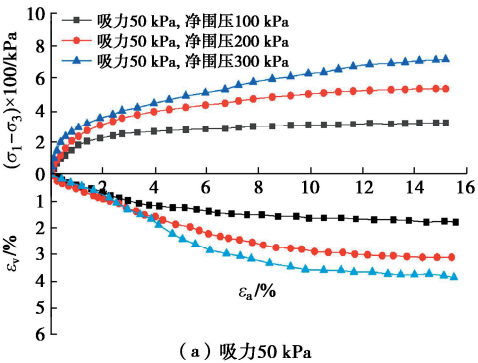


图 10  $K_0$ CD 试验  $q$ - $\varepsilon_a$  及  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  关系曲线

Fig. 10  $q$ - $\varepsilon_a$  and  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  relationship curves of  $K_0$ CD test

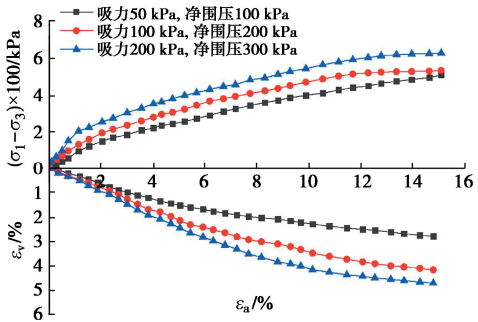


图 11  $K_0'$ CD 试验  $q$ - $\varepsilon_a$  及  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  关系曲线

Fig. 11  $q$ - $\varepsilon_a$  and  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_a$  relationship curves of  $K_0'$ CD test

综上所述, 横观各向同性非饱和黄土强度准则中共包含 5 个独立参数, 分别为参数  $m$ ,  $k_f$ ,  $\eta_0$ ,  $\Omega_3$ ,  $\rho$ 。其中,  $m$ ,  $k_f$  已由真三轴试验给出, 剩余参数  $\eta_0$ ,  $\Omega_3$ ,  $\rho$  由三轴试验数据所求得。

对横向沉积面试样和竖向沉积面试样进行非饱和三轴剪切试验, 得出  $\varphi_z=31.24^\circ$  和  $\varphi_y=27.00^\circ$ 。将两值代入式 (12), 可以得出三轴剪切条件下的横向沉积面试样的主应力比  $R_E=3.1545$  和竖向沉积面试样  $R_H=2.6630$ 。令  $b$  值为 0.25, 净围压 ( $\sigma_3-u_a$ ) 为 100 kPa, 将三轴剪切试验试样的主应力比代入式 (14), 可以得出  $\eta_z=11.047$ ,  $\eta_y=7.766$  和方向相关项  $n_z=1.853$ ,  $n_y=1.876$ 。将横向沉积面试样和竖向沉积面试样的计算结果代入到式 (11) 中, 可以联立得出一元二次方程组:

表 4 三轴试样强度参数  
Table 4 Strength parameters of triaxial specimens

吸力/ kPa	净围压/ kPa	$q_v/\text{kPa}$		$p_v/\text{kPa}$		$\varphi'/(^\circ)$		$c/\text{kPa}$	
		$K_0\text{CD}$ 试验	$K_0'\text{CD}$ 试验	$K_0\text{CD}$ 试验	$K_0'\text{CD}$ 试验	$K_0\text{CD}$ 试验	$K_0'\text{CD}$ 试验	$K_0\text{CD}$ 试验	$K_0'\text{CD}$ 试验
50	100	322.6	—	207.5	—	29.77		37.82	
	200	536.4	510.6	378.8	270.2				
	300	717.3	—	539.1	—				
100	100	375.2	—	225.1	—	30.16	27.00	47.12	40.97
	200	569.5	525.1	389.8	368.4				
	300	778.8	—	559.6	—				
200	100	469.4	—	256.5	—	33.78		56.06	
	200	672.4	680.1	424.1	426.7				
	300	967.5	—	622.5	—				

表 5 横观各向同性非饱和黄土强度准则参数 (I)  
Table 5 Strength criterion parameters (I) for transversely isotropic unsaturated loess

土样类型	中主应力系数 $b$	净围压 $(\sigma_3 - u_a)/\text{kPa}$	$\eta_0$	$\Omega_3$	$n_\rho$		$\rho$
					$n_z$	$n_y$	
Q <sub>3</sub> 黄土	0.25	100	131.20	0.0982	1.853	1.876	0.053
		200	138.47	0.0983	1.853	1.876	0.085
		300	147.28	0.0984	1.853	1.876	0.112
	0.5	100	78.17	0.0931	1.858	1.894	0.129
		200	100.66	0.0932	1.858	1.894	0.174
		300	125.55	0.0933	1.858	1.894	0.213
	0.75	100	69.90	0.0901	1.861	1.906	0.221
		200	95.76	0.0902	1.861	1.906	0.236
		300	110.14	0.0904	1.861	1.906	0.253

$$\left. \begin{aligned} \eta_{nz} &= \eta_0 [1 + \Omega_3 (1 - 3n_z^2)] \\ \eta_{ny} &= \eta_0 [1 + \Omega_3 (1 - 3n_y^2)] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

通过求解计算可以得出参数  $\eta_0=131.2$  和  $\Omega_3=0.098$ 。同理, 可得出  $b$  值为 0.5, 0.75 时的强度参数, 结合文献[1]中分配系数  $\rho$  的计算方法, 进而求得参数  $\rho$ 。所有强度材料参数列于表 5, 分析可知, 相同  $b$  值下, 参数  $\eta_0$ ,  $\Omega_3$  随着净围压的增加而增大, 但随着  $b$  值的增大而减小。参数  $n_\rho$  和  $\rho$  随着  $b$  值和净围压的增大而增大。

3 强度准则验证及分析

本节进行了 9 个真三轴固结不排水剪切试验, 控制基质吸力为 100 kPa, 净围压 ( $\sigma_3 - u_a$ ) 为 100, 200, 300 kPa, 中主应力系数  $b$  值分别为 0.25, 0.5, 0.75。图 12 为真三轴固结不排水试验  $q-\varepsilon_a$  关系曲线, 由图 12 可知, 不同  $b$  值条件下各试样的应力-应变曲线皆为应变硬化型, 且满足双曲线形式, 无明显峰值点。破坏应力 ( $q_f$ ,  $p_f$ ) 及具体强度参数见表 6。

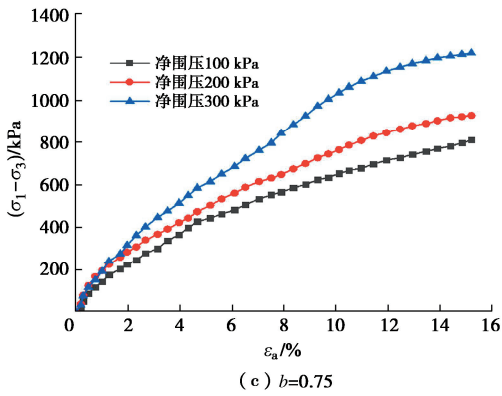
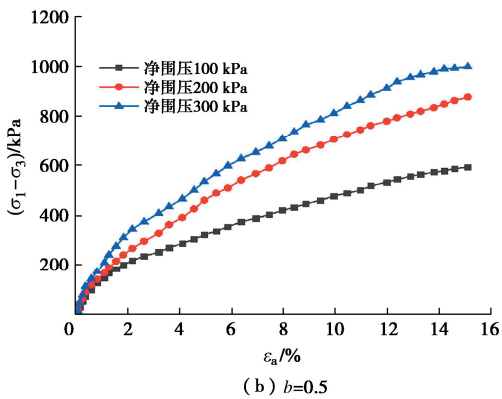
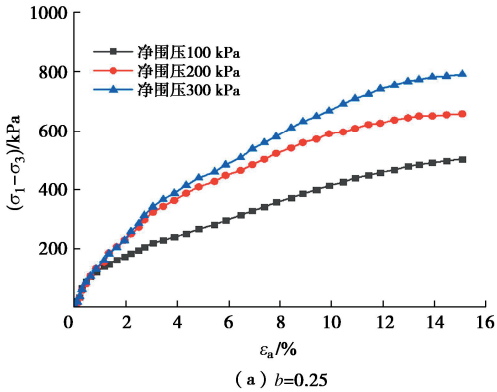


图 12 真三轴固结不排水试验  $q-\varepsilon_a$  关系曲线  
Fig. 12  $q-\varepsilon_a$  relationship curves of true triaxial consolidation undrained test

从表 6 中数据可以看出, 横观各向同性非饱和固结不排水真三轴试验结果与固结排水真三轴试验结果

表 6 横观各向同性非饱和黄土强度准则参数 (II)  
Table 6 Strength criterion parameters (II) for transversely isotropic unsaturated loess

中主应力 系数 $b$	吸力/ kPa	净围压 ( $\sigma_3 - u_a$ )/kPa	$q_f$ /kPa	$p_f$ /kPa	固结不排水 $m$ 值	固结排水 $m$ 值	固结不排 水 $k_f$	固结排水 $k_f$
0.25		100	504.5	310.2	0.1314	0.1067	1.0882	1.21
		200	660.1	475.0				
		300	793.1	630.5				
0.5	100	100	593.9	347.5	0.4432	0.3712	1.2002	1.32
		200	877.9	565.8				
		300	998.4	716.0				
0.75		100	813.6	439.0	0.6012	0.5433	1.3451	1.51
		200	930.6	587.8				
		300	1221.8	809.1				

所求强度参数比较接近, 误差均控制在 19% 以内。

图 13 为上述真三轴不排水试验结果以及许萍等<sup>[28]</sup>真三轴试验结果与 Lade-Duncan 强度准则、Mohr-Coulomb 准则的对比。由图 13 可知, 横观各向同性非饱和黄土强度准则所描述的应力空间域中的强度破坏面呈光滑曲边三角形形状。该准则与 Lade-Duncan 准则在应力空间域 I 中强度曲线基本重合, 可以很好地预测两种试验结果, 在应力空间域 II 中两种强度准则预测值差别逐渐增大, 在应力空间域 III 中两者的间距不再变化, 变化趋势趋于平缓。两种试验结果相近, 虽然具有一定离散型, 但可以明显看出 Lade-Duncan 准则过高地预测了应力空间域 II 中部分及应力空间域 III 的强度, 而 Mohr-Coulomb 准则过低地预测了应力空间域 I、II 中的强度, 而本文所提出的横观各向同性非饱和黄土强度准则能够在各应力空间域中较好地预测两种试验结果所表现出来的强度变化规律。

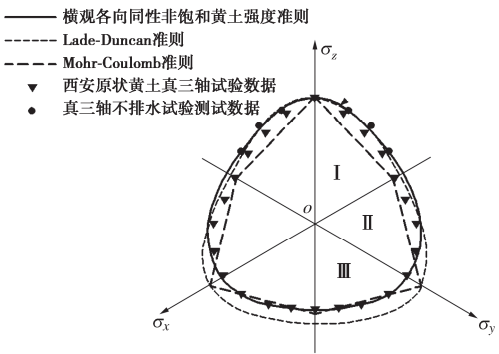


图 13 偏平面上真三轴试验结果与强度准则的对比  
Fig. 13 Comparison of true triaxial test results and strength criteria on eccentric plane

4 结 论

(1) 基于空间滑动面强度理论, 同时考虑成层地基的横观各向同性及非饱和特性, 将基质吸力及横观各向同性参数引入 Lade-Duncan 强度准则, 建立了横

观各向同性非饱和黄土的强度准则。

(2) 不同应力路径下非饱和三轴及真三轴试样的破坏应力和体变均呈现出一定的规律性, 不同  $b$  值条件下各试样的应力-应变曲线皆为应变硬化型, 且满足双曲线形式, 无明显峰值点。在剪切过程中, 两种试验的试样始终处于剪缩状态。相同条件下, 随着  $b$  值的增大, 试样  $q_f$  值、 $p_f$  值、 $m$  值及  $k_f$  值也逐渐增大。

(3) 相同  $b$  值下, 参数  $\eta_0$ ,  $\Omega_3$  随着净围压的增加而增大, 但随着  $b$  值的增大而减小。参数  $n_p$  和  $\rho$  随着  $b$  值和净围压的增大而增大。

(4) 通过将本文提出的强度准则与验证试验结果及 Lade-Duncan 强度准则、Mohr-Coulomb 准则对比表明, 建立的基于空间滑动面变化的横观各向同性非饱和黄土强度准则能够较好地反映黄土的强度特性及变化规律, 对各应力空间域的强度预测具有较广的适用性。

本文研究成果可为天然成层地基和大量填土工程的设计提供理论支持和科学依据, 对推动非饱和土力学的强度理论研究具有重要意义。

利益冲突声明/Conflict of Interests: 所有作者声明不存在利益冲突。All authors disclose no relevant conflict of interest.

作者贡献/Authors' Contributions: 陈正汉、郭楠参与论文的写作和修改, 杨校辉和贾世宁参与论文参考数据的收集与汇总。所有作者均阅读并同意最终稿件的提交。The manuscript was drafted and revised by CHEN Zhenghan, GUO Nan. The collection and summary of the triaxial test data by YANG Xiaohui and JIA Shining. All the authors have read the last version of paper and consented for submission.

参考文献:

[1] 路德春, 梁靖宇, 王国盛, 等. 横观各向同性土的三维强度



- 准则[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(1): 54-63. (LU Dechun, LIANG Jingyu, WANG Guosheng, et al. Three-dimensional strength criterion for transverse isotropic geomaterials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(1): 54-63. (in Chinese))
- [2] ABELEV A V, LADE P V. Effects of cross anisotropy on three-dimensional behavior of sand I: stress-strain behavior and shear banding[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2003, **129**(2): 160-166.
- [3] KIRKGARD M M, LADE P V. Anisotropic three-dimensional behavior of a normally consolidated clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1993, **30**(5): 848-858.
- [4] NISHIMURA S, MINH N A, JARDINE R J. Shear strength anisotropy of natural London clay[J]. Géotechnique, 2007, **57**(1): 49-62.
- [5] 张连卫, 张建民, 张嘎. 基于 SMP 的粒状材料各向异性强度准则[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(8): 1107-1111. (ZHANG Lianwei, ZHANG Jianmin, ZHANG Ga. SMP-based anisotropic strength criteria of granular materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(8): 1107-1111. (in Chinese))
- [6] 姚仰平, 孔玉侠. 横观各向同性土强度与破坏准则的研究[J]. 水利学报, 2012, **43**(1): 43-50. (YAO Yangping, KONG Yuxia. Study on strength and failure criterion of cross-anisotropic soil[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2012, **43**(1): 43-50. (in Chinese))
- [7] GAO Z W, ZHAO J D. Efficient approach to characterize strength anisotropy in soils[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2012, **138**(12): 1447-1456.
- [8] 刘洋. 砂土的各向异性强度准则: 应力诱发各向异性[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(3): 460-468. (LIU Yang. Anisotropic strength criteria of sand: stress-induced anisotropy[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(3): 460-468. (in Chinese))
- [9] 李学丰, 黄茂松, 钱建固. 宏细观结合的砂土各向异性破坏准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, **29**(9): 1885-1892. (LI Xuefeng, HUANG Maosong, QIAN Jiangu. Failure criterion of anisotropic sand with method of macro-meso incorporation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, **29**(9): 1885-1892. (in Chinese))
- [10] YAO Y, TIAN Y, GAO Z. Anisotropic UH model for soils based on a simple transformed stress method[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2017, **41**(1): 54-78.
- [11] KHALILI N, KHABBAZ M H. A unique relationship for  $\chi$  for the determination of the shear strength of unsaturated soils[J]. Géotechnique, 1998, **48**(5): 681-687.
- [12] LU N, GODT J W, WU D T. A closed-form equation for effective stress in unsaturated soil[J]. Water Resources Research, 2010, **46**(5): 567-573.
- [13] ALONSO E E, PEREIRA J M, VAUNAT J, et al. A microstructurally based effective stress for unsaturated soils[J]. Géotechnique, 2010, **60**(12): 913-925.
- [14] YAO Z H, CHEN Z H, FANG X W, et al. Elastoplastic damage seepage-consolidation coupled model of unsaturated undisturbed loess and its application[J]. Acta Geotechnica, 2020, **15**(6): 1637-1653.
- [15] 姚志华, 连杰, 陈正汉, 等. 考虑细观结构演化的非饱和  $Q_3$  原状黄土弹塑性本构模型[J]. 岩土力学, 2018, **39**(5): 1553-1563. (YAO Zhihua, LIAN Jie, CHEN Zhenghan, et al. An elastic-plastic constitutive model for unsaturated  $Q_3$  undisturbed loess considering meso-structured evolution[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(5): 1553-1563. (in Chinese))
- [16] 韦雅之, 姚志华, 种小雷, 等. 非饱和  $Q_3$  黄土微观结构特征及对强度特性影响机制[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(11): 2127-2133. (WEI Yazhi, YAO Zhihua, CHONG Xiaolei, et al. Microstructural properties of unsaturated  $Q_3$  loess and their influence mechanisms on strength properties[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(11): 2127-2133. (in Chinese))
- [17] 王腾, 周茗如, 王晋伟, 等. 黄土塬地区非饱和结构性黄土的强度特性研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(增刊 1): 189-197. (WANG Teng, ZHOU Mingru, WANG Jinwei, et al. Experimental study on strength properties of unsaturated intact loess in loess tableland regions[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(S1): 189-197. (in Chinese))
- [18] FREDLUND D G. Unsaturated soil mechanics in engineering practice[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2006, **132**(3): 286-321.
- [19] VANAPALLI S K, FREDLUND D G, PUFAHL D E, et al. Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1996, **33**(3): 379-392.
- [20] 郑国锋, 郭晓霞, 邵龙潭. 基于状态曲面的非饱和土强度

- 准则及其验证[J]. 岩土力学, 2019, **40**(4): 1441-1448. (ZHENG Guofeng, GUO Xiaoxia, SHAO Longtan. Experimental verification of an unsaturated shear strength criterion based on the state surface expression[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(4): 1441-1448. (in Chinese))
- [21] XU Y F. Fractal approach to unsaturated shear strength[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, **130**(3): 264-273.
- [22] 徐 筱, 赵成刚, 蔡国庆. 区分毛细和吸附作用的非饱和土抗剪强度模型[J]. 岩土力学, 2018, **39**(6): 2059-2064, 2072. (XU Xiao, ZHAO Chenggang, CAI Guoqing. Shear strength of unsaturated soils considering capillary and adsorptive mechanisms[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(6): 2059-2064, 2072. (in Chinese))
- [23] MATSUOKA H, HOSHIKAWA T, UENO K. A general failure criterion and stress-strain relation for granular materials to metals[J]. Soils and Foundations, 1990, **30**(2): 119-127.
- [24] POUL V L D. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces[J]. International Journal of Solids and Structures, 1977, **13**(11): 1019-1035.
- [25] POUL V L D. Modeling failure in cross-anisotropic frictional materials[J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, **44**(16): 5146-5162.
- [26] KONG Y X, ZHAO J D, YAO Y P. A failure criterion for cross-anisotropic soils considering microstructure[J]. Acta Geotechnica, 2013, **8**(6): 665-673.
- [27] 郭 楠. 非饱和土的增量非线性横观各向同性本构模型研究[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2018. (GUO Nan. Study on Incremental Nonlinear Transverse Isotropic Constitutive Model of Unsaturated Soil[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2018. (in Chinese))
- [28] 许 萍, 邵生俊, 张 帅. 黄土(Q<sub>3</sub>)横观各向同性强度准则研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(1): 116-121. (XU Ping, SHAO Shengjun, ZHANG Shuai. Strength criterion of cross-anisotropic Q<sub>3</sub> loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(1): 116-121. (in Chinese))