

DOI: 10.11779/CJGE20240941

# 基于自适应插值物质点法的心墙坝大变形分析研究

彭雪峰<sup>1,2</sup>, 吉恩跃<sup>\*1,2</sup>, 陈生水<sup>1,2</sup>, 傅中志<sup>1,2</sup>, 张意江<sup>1,2</sup>

(1. 南京水利科学研究院, 江苏南京 210029; 2. 水利部水库大坝安全重点实验室, 江苏南京 210029)

**摘要:** 心墙坝变形模拟方法一直是行业热点与难点。传统的网格类方法如有限元、有限体积和有限差分常应用于变形分析。然而, 它们在处理大变形问题时, 由于网格畸变导致雅可比矩阵失态, 使得计算无法进行。由此, 在物质点法基本框架内, 构造了对流粒子高斯插值函数, 并结合粒子插值函数, 提出了适用于流固耦合问题的自适应插值物质点法(AIMPM)。以Carsington心墙坝滑坡为例, 利用AIMPM分析大坝从施工期到失稳滑坡全过程的演变规律, 结果可得: ①根据筑坝实际施工情况, AIMPM能够精准地描述坝体施工阶段的变形-孔压发展过程; ②在获得坝体施工初始应力条件下, AIMPM可模拟出大坝从初始滑裂面的形成到最终溃坝堆积体的完整演化过程; ③通过捕捉粒子的运行特征, 可将坝体破坏过程分为3个阶段: 刚体位移阶段, 应力平衡阶段, 速度收敛阶段。通过对经典心墙坝的精细化模拟, 表明本文提出的自适应插值物质点法在小应变和大变形领域均能灵活应用, 为心墙坝变形破坏分析提供了有效路径。

**关键词:** 心墙坝; 大变形; 物质点法; 数值方法; 流固耦合

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2025)10-2086-10

**作者简介:** 彭雪峰(1991—), 男, 博士, 主要从事岩土工程数值计算与土石材料本构理论的研究工作。E-mail: xfpeng@nhri.cn。

## Analysis of large deformation of core wall dams based on adaptive interpolation material point method

PENG Xuefeng<sup>1,2</sup>, JI Enyue<sup>1,2</sup>, CHEN Shengshui<sup>1,2</sup>, FU Zhongzhi<sup>1,2</sup>, ZHANG Yijiang<sup>1,2</sup>

(1. Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China; 2. Key Laboratory of Reservoir and Dam Safety of Ministry of Water Resources, Nanjing 210029, China)

**Abstract:** The deformation simulation method of core wall dams has always been a hot and difficult topic in the industry. Traditional grid-based methods, such as finite element method, finite volume method and finite difference method, are often applied to deformation analysis. However, when dealing with large deformation problems, the Jacobian matrix becomes abnormal due to mesh distortion, making the calculation impossible. Therefore, within the basic framework of the material point method, this paper constructs the convective particle Gaussian interpolation function and combines it with the particle interpolation function to propose the adaptive interpolation material point method (AIMPM) applicable to fluid-solid coupling problems. Taking the landslide of the Carsington core wall dam as an example, the AIMPM is used to analyze the evolution law of the whole process from the construction period to the instability and landslide of the dam. The results show that: (1) According to the actual construction situation of the dam, the AIMPM can accurately describe the development process of deformation and pore pressure during the construction stage of the dam body; (2) Under the condition of obtaining the initial stress during the construction of the dam body, the Adaptive Interpolation Material Point Method (AIMPM) can simulate the complete evolutionary process of the dam from the formation of the initial sliding surface to the final accumulation body after the dam break; (3) By capturing the running characteristics of particles, the failure process of the dam body can be divided into three stages: rigid body displacement stage, stress equilibrium stage and velocity convergence stage. Through the refined simulation of the classic core wall dam, it is indicated that the adaptive interpolation material point method proposed in this

**基金项目:** 国家自然科学基金优秀青年科学基金项目(52222906); 国家自然科学基金联合基金重点支持项目(U21A20158); 中国博士后科学基金第76批面上资助项目(2024M761467); 国家自然科学基金青年基金项目(52309158)。This work was supported by Excellent Young Scientists Fund of National Natural Science Foundation of China (Grant No.52222906), Program for Joint Funds of National Natural Science Foundation of China (Grant No.U21A20158), China Postdoctoral Science Foundation (Grant No.2024M761467), Young Scientists Fund of National Natural Science Foundation of China (Grant No.52309158)。

**收稿日期(Received):** 2024-09-20 **修回日期(Revised):** 2025-04-17 **接受日期(Accepted):** 2025-04-22 **网络出版日期(Online):** 2025-04-23

**\*通信作者** (E-mail: eyji@nhri.cn)

paper can be flexibly applied in both small strain and large deformation fields, providing an effective approach for the deformation and failure analysis of core wall dams.

**Key words:** core wall dam; large deformation; material point method; numerical methods; fluid-soil coupling

## 0 引言

截至2023年底,中国已建水库9.4万余座。心墙坝因变形协调能力良好,被广泛应用于各类复杂地形地质条件。受极端气候影响,近年来心墙坝病害频发,典型的有渗漏、裂缝、局部坍塌、滑坡等,其中坝坡失稳危害最为严重<sup>[1]</sup>。

在心墙坝设计论证阶段,常借助数值计算方法,对大坝全生命周期的应力变形、孔压规律及稳定性展开分析,以评估潜在的不协调变形、高应力水平、坝坡失稳等情况对大坝安全的影响<sup>[2-3]</sup>。在传统分析方法中,类网格法(有限元、有限体积、有限差分)处理小应变问题已十分成熟<sup>[4-5]</sup>。然而,处理宽裂缝、滑坡等大变形问题时,类网格法受网格几何畸变制约,难以保证计算收敛性<sup>[6]</sup>。随着工程问题日益突出,适用于大变形分析的无网格法发展迅速,如:光滑粒子流(SPH)<sup>[7]</sup>、无网格伽辽金法(EFGE)<sup>[8]</sup>、粒子有限元(PFEM)<sup>[9]</sup>、物质点法(MPM)<sup>[10]</sup>。

物质点法具备拉格朗日-欧拉双重描述特性,既能清晰展现材料变形,又能规避大变形引发的网格畸变<sup>[11]</sup>。然而,物质点法中粒子特征体积与计算网格相互重叠,会产生数值震荡,即网格穿越误差(CCE)<sup>[12]</sup>。常见消除该误差的方法有高阶B样条基函数<sup>[13]</sup>、广义插值物质点法<sup>[14]</sup>、完全拉格朗日物质点法<sup>[15]</sup>以及对流粒子域插值等<sup>[16]</sup>。这些方法多通过采用高阶插值函数来提升空间积分精度。然而,高阶函数的使用大幅增加了计算成本,很难应用于实际大型工程。

此外,以往学者运用物质点法分析大坝破坏过程时,往往忽视了初期应力与孔压状态<sup>[17]</sup>。而心墙坝的数值分析属于经典流固耦合问题,其初始状态常常是大坝破坏的直接诱因。因此,如何借助物质点法准确呈现大坝填筑及运行过程中真实的应力、孔压状态,成为开展大坝灾变分析的关键所在。

基于上述分析,本文在物质点法框架下,首先提出对流粒子高斯插值函数(CPGI)。该函数能在有效降低网格穿越误差的同时,提升计算效率。随后,依据经典土体渗流理论,构建了适用于流固耦合问题的自适应插值物质点法(AIMPM)。运用此方法,对Carsington心墙坝滑坡溃坝案例展开精细化模拟,并通过与监测数据对比,验证了本文方法的有效性与实用性。

## 1 流固耦合控制方程

### 1.1 质量守恒方程

筑坝料属于多孔介质材料,本文将流固耦合作为

基本数学模型来构建控制方程。依据比奥固结理论,设饱和土体孔隙率为 $n_w$ ,固相孔隙率表示为 $n_s$ ( $n_s = 1 - n_w$ ),土颗粒的密度为 $\rho_s$ ,孔隙水的密度为 $\rho_w$ ,则任意封闭空间中质量守恒的微分形式如下<sup>[18]</sup>:

$$\text{固相: } \frac{\partial n_s}{\partial t} + \frac{n_s}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s v_s) = 0 \quad , \quad (1)$$

$$\text{液相: } \frac{\partial n_w}{\partial t} + \frac{n_w}{\rho_w} \frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \nabla \cdot (n_w v_w) = 0 \quad . \quad (2)$$

式中: $v_s$ , $v_w$ 分别为固相、液相速度。若忽略固相孔隙率及密度变化,且认为液相微可压缩,则联立式(1),(2)可得耦合项连续方程:

$$\text{耦合相: } \frac{n_s}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{n_w}{\rho_w} \frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \nabla \cdot [n_w (v_w - v_s)] + \nabla \cdot v_s = 0 \quad . \quad (3)$$

### 1.2 动量守恒方程

将土骨架与孔隙水均视作独立连续体,二者分别遵循各自的控制方程,其动量守恒方程可表示为

$$\text{固相: } n_s \rho_s \frac{dv_s}{dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + n_s \rho_s g + R \quad , \quad (4)$$

$$\text{液相: } n_w \rho_w \frac{dv_w}{dt} = \nabla \cdot (n_w p_w) + n_s \rho_s g + R \quad . \quad (5)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}$ 为总应力张量; $p_w$ 为孔隙水压,其方向与坐标轴一致,规定压为负、拉为正; $g$ 为重力加速度; $R$ 为达西渗流定律的黏性拖拽力,通常也被称作渗透力,可定义为<sup>[19]</sup>

$$R = \frac{\gamma_w n_w^2}{k} (v_w - v_s) \quad . \quad (6)$$

式中: $\gamma_w$ 为水的重度; $k$ 为土体渗透系数。联立式(4),(5)可得流固耦合动量控制方程:

$$\text{耦合相: } n_s \rho_s \frac{dv_s}{dt} + n_w \rho_w \frac{dv_w}{dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho_m g \quad . \quad (7)$$

式中: $\rho_m$ 为饱和密度, $\rho_m = n_s \rho_s + n_w \rho_w$ ,总应力可表示成有效应力形式:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + p_w \quad . \quad (8)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}'$ 为有效应力。

### 1.3 本构方程

饱和土应力应变增量表达式为

$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dt} = \mathbf{D}^{ep} \frac{d\boldsymbol{\epsilon}}{dt} + \chi_w \frac{dp_w}{dt} \quad . \quad (9)$$

式中: $\boldsymbol{\epsilon}$ 为应变张量; $\mathbf{D}^{ep}$ 为固相的弹塑性四阶张量; $dp_w/dt$ 为孔压随时间的增量; $\chi_w$ 为有效应力参数,当在浸润线以下( $p_w < 0$ )为1,否则为0。

若假定土体颗粒密度和孔隙水密度的改变仅与孔隙水压力变化相关，并分别记土颗粒和孔隙水的体积模量为  $K_s$  和  $K_w$  则

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{t} = \frac{1}{K_s} \frac{\partial p}{\partial t}; \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial \rho_w}{t} = \frac{1}{K_w} \frac{\partial p}{\partial t}。 \quad (10)$$

将式(10)代入式(3)中可得

$$\frac{dp_w}{dt} = \bar{K} [\nabla \cdot [n_w(v_s - v_w)] - \nabla \cdot v_s]。 \quad (11)$$

式中：  $\bar{K}$  为等效孔压刚度，其表达式为

$$\bar{K} = \left( \frac{n_s}{K_s} + \frac{n_w}{K_w} \right)^{-1}。 \quad (12)$$

## 2 自适应插值物质点法

### 2.1 流固耦合物质点离散形式

本文采用单粒子多相物质点法描述土骨架在渗流作用下的力学行为。将动量方程进行物质点离散，对式(5)，(6)左右两边同时乘以虚位移( $\delta u$ )，并结合高斯定理可以得到相应的弱形式(虚功方程)：

$$\begin{aligned} \text{液相: } & \int_{\Omega} \delta u \rho \frac{dv_w}{dt} d\Omega \\ &= \int_{\partial\Omega_p} \delta u \bar{p}_w dS - \int_{\Omega} \nabla \cdot (\delta u) p_w d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \delta u \rho_w g d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\gamma_w n_w}{k} \delta u (v_w - v_s) d\Omega, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{耦合相: } & \int_{\Omega} \delta u n_w \rho_w \frac{dv_w}{dt} d\Omega + \int_{\Omega} \delta u n_s \rho_s \frac{dv_s}{dt} d\Omega \\ &= \int_{\partial\Omega_p} \delta u T d\Omega_p - \int_{\Omega} \nabla \cdot (\delta u) \sigma d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \delta u (n_w \rho_w + n_s \rho_s) g d\Omega。 \end{aligned} \quad (14)$$

式中：  $\bar{p}_w$ ， $T$  分别为液相、固相的边界条件。对于式(13)，(14)，借助插值函数( $N$ )及其导数( $B$ )，把空间信息映射至背景网格。此时，动量方程的网格离散形式可写作

$$\begin{aligned} \text{液相: } & \int_{\Omega} N_I^T \rho_w N_I a_{wl} d\Omega \\ &= \int_{\partial\Omega_p} N_I^T \bar{p}_w \partial\Omega_p - \int_{\Omega} B_I^T p_w I d\Omega + \\ & \int_{\Omega} N_I^T \rho_w g d\Omega - \int_{\Omega} N_I^T \frac{\gamma_w n_w}{k} N_I (v_{wl} - v_{sl}) d\Omega。 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{耦合相: } & \int_{\Omega} N_I^T n_w \rho_w N_I a_{wl} d\Omega + \int_{\Omega} N_I^T n_s \rho_s N_I a_{sl} d\Omega \\ &= \int_{\partial\Omega_p} N_I^T T \partial\Omega_p - \int_{\Omega} B_I^T \sigma d\Omega + \\ & \int_{\Omega} N_I^T (n_w \rho_w + n_s \rho_s) g d\Omega。 \end{aligned} \quad (16)$$

将连续空间离散成粒子特征空间，空间积分形式将转化为粒子积分形式：

$$\int_{\Omega} \cdot d\Omega = \sum_p^n V_p \cdot。 \quad (17)$$

将式(17)应用于式(15)，(16)可得流固耦合的物

质点离散形式：

$$\text{液相: } \bar{M}_w a_w = F_w^{\text{ext}} - F_w^{\text{int}} - Q_w (v_w - v_s), \quad (18)$$

$$\text{耦合相: } M_w a_w + M_s a_s = F_w^{\text{ext}} - F_w^{\text{int}}。 \quad (19)$$

式中： $a_s$ ， $a_w$ ， $v_s$ ， $v_w$  分别网格节点中固(s)液(w)两相加速度、固液相速度；  $\bar{M}_w$ ， $M_w$ ， $M_s$  为不考虑孔隙率的液相、液相、固相一致质量矩阵；  $F_w^{\text{ext}}$ ， $F_w^{\text{int}}$  分别为液相中受到的外力、内力， $F^{\text{ext}}$ ， $F^{\text{int}}$  分别为受到总外力、内力；  $Q_w$  为固液相对速度产生的一致拖拽力系数矩阵；具体所有节点变量计算方式见表 1。

表 1 流固耦合物质点法节点变量计算汇总

Table 1 Summary of node variable calculations

液相	耦合相
$\bar{M}_w = \sum_p^{n_p} \rho_w N_{ip} V_p$	$M_w = \sum_p^{n_p} n_w \rho_w N_{ip} V_p$
$F_w^{\text{ext}} = \sum_p^{n_p} N_{ip} \bar{p}_{wp} S_p +$ $\sum_p^{n_p} N_{ip} \rho_{wp} g V_p$	$M_s = \sum_p^{n_p} n_s \rho_s N_{ip} V_p$
$F_w^{\text{int}} = \sum_p^{n_p} B_{ip} p_{wp} I V_p$	$F^{\text{ext}} = \sum_p^{n_p} N_{ip} T_p S_p +$ $\sum_p^{n_p} N_{ip} (n_w \rho_{wp} + n_s \rho_{sp}) g V_p$
$Q_w = \sum_p^{n_p} \left( \frac{\gamma_w n_w}{k} \right) N_{ip} V_p$	$F^{\text{int}} = \sum_p^{n_p} B_{ip} (\sigma_p' + \chi_w p_w I) V_p$

式中： $N_{ip}$ ， $B_{ip}$  为经典的粒子插值函数。

### 2.2 对流粒子域高斯插值函数

本文基于对流粒子域(CPDI)理念，将粒子区域划分为多个角点。把粒子所在区域的变量积分映射到各个角点，然后依据角点与网格节点间的位置关系，进行二次映射，将其传递至节点，具体过程见图 1。插值函数可表示为

$$\left. \begin{aligned} N_{ip}^G &= \sum_{c=1}^{n_c} \frac{N_{ic}}{V_p} \int_{\Omega_p} N_{cp}(x) d\Omega_p, \\ B_{ip}^G &= \sum_{c=1}^{n_c} \frac{N_{ic}}{V_p} \int_{\Omega_p} \frac{\partial N_{cp}(x)}{\partial x} d\Omega_p。 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中： $n_c$  为角点数量；  $N_{ic}$  为角点与网格节点之间的插值函数；  $N_{cp}$  为粒子和角点之间的插值函数；  $\Omega_p$  为粒子区域。

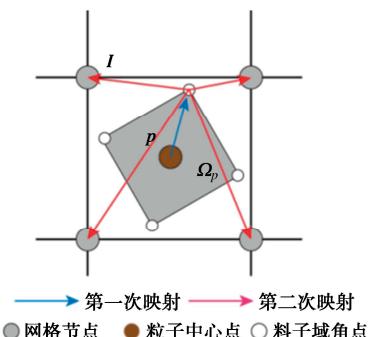


图 1 粒子域插值示意图

Fig. 1 Particle domain interpolation

为提升空间积分的精度, 本文运用高斯积分对粒子域的插值函数进行积分, 相应函数称为对流粒子域高斯插值函数 (convected particle gauss-quadrature interpolation, CPGI), 简称为粒子域插值函数<sup>[20]</sup>。依据标准 C0 单元建立局部坐标系  $\xi$ - $\eta$ - $\zeta$ , 通过高斯积分, 粒子域插值函数积分可表示为

$$\int_{\Omega_p} N_{CP}(x) d\Omega = \sum_{i,j,k}^{n_g} w_i w_j w_k |J_p(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)| N_{CP}(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) \quad (21)$$

式中:  $n_g$  为单维度高斯积分点数量,  $n_g = 2$ ;  $w$  为高斯积分权重系数;  $J_p$  为粒子域的雅可比行列式。依据式 (21) 可得插值函数导数为

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_p} \frac{\partial N_{CP}(x)}{\partial x} d\Omega \\ &= \left[ \sum_{i,j,k}^{n_g} w_i w_j w_k \frac{|J_p(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)|}{J_p(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)} \frac{\partial N_{CP}(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial \xi} \right. \\ & \quad \left. + \sum_{i,j,k}^{n_g} w_i w_j w_k \frac{|J_p(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)|}{J_p(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)} \frac{\partial N_{CP}(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial \eta} \right. \\ & \quad \left. + \sum_{i,j,k}^{n_g} w_i w_j w_k \frac{|J_p(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)|}{J_p(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)} \frac{\partial N_{CP}(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial \zeta} \right] \quad (22) \end{aligned}$$

插值函数型函数之和  $\sum N = 1$ , 对于粒子域的体积可得

$$V_p = \sum_{C=1}^{n_c} \int_{\Omega_p} N_{CP}(x) d\Omega \quad (23)$$

将式 (21) ~ (23) 代入式 (20) 可得

$$\begin{aligned} N_{IP}^G &= \sum_c^{n_c} \frac{\sum_g^{n_g} w_g |J_p(\xi_g)| N_{CP}(\xi_g)}{\sum_{c,g}^{n_c, n_g} w_g |J_p(\xi_g)| N_{CP}(\xi_g)} N_{IC}, \\ B_{IP}^G &= \sum_c^{n_c} \frac{\sum_g^{n_g} w_g |J_p(\xi_g)| J_p^{-1}(\xi_g) (\partial N_{CP}(\xi_g) / \partial \xi_g)}{\sum_{c,g}^{n_c, n_g} w_g |J_p(\xi_g)| N_{CP}(\xi_g)} N_{IC} \quad (24) \end{aligned}$$

在标准物质点法 (MPM) 中, 粒子位置通过其所在网格节点的速度进行更新。然而, 本文提出的对流粒子域高斯插值函数 (CPGI) 方法与之不同, 该方法需要更新角点的位置信息。其中, 角点位置利用传统的粒子插值函数 ( $N_{IP}$ ) 进行更新, 而粒子位置则采用粒子域插值函数 ( $N_{IP}^G$ ) 来更新, 具体公式如下:

$$\text{角点位置: } x_c^{\text{new}} = x_c + \Delta t \sum_I^{n_I} N_{IC} v_I^{k+1}, \quad (25)$$

$$\text{粒子位置: } x_p^{\text{new}} = x_p + \Delta t \sum_I^{n_I} N_{IP}^G v_I^{k+1}. \quad (26)$$

式中:  $x_c^{\text{new}}$ ,  $x_p^{\text{new}}$  为更新后角点、粒子位置;  $x_c$ ,  $x_p$  为更新前角点、粒子位置。

### 2.3 耦合插值技术

粒子域插值函数与粒子插值函数均需明确对应的计算网格节点。以图 2 为例, 红色部分表示采用粒子域插值, 蓝色部分表示采用粒子插值, 绿色网格节点为二者的耦合节点。粒子插值函数单元与粒子呈一一对应关系; 而在区域插值函数中, 单个粒子可映射到两个单元节点。因此, 自适应插值物质点法能够通过改变插值函数类型 ( $N_{IP}$ ,  $N_{IP}^G$ ), 实现两种方法的耦合计算<sup>[21]</sup>。综上所述, 任意网格节点上变量的通用表达式可表示为

$$\left. \begin{aligned} f_I &= \sum_P^{n_p} N_{IP} f_p + \sum_{P^*}^{n_p^*} N_{IP^*}^G f_{P^*}, \\ f_I &= \sum_P^{n_p} B_{IP} f_p + \sum_{P^*}^{n_p^*} B_{IP^*}^G f_{P^*} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式中:  $f_p$  为任意变量;  $N_{IP}$ ,  $B_{IP}$  为粒子  $P$  对于节点  $I$  的粒子插值函数;  $N_{IP^*}^G$ ,  $B_{IP^*}^G$  为采用粒子域插值函数;  $n_p$ ,  $n_p^*$  分别为粒子插值与粒子域插值的总数量。

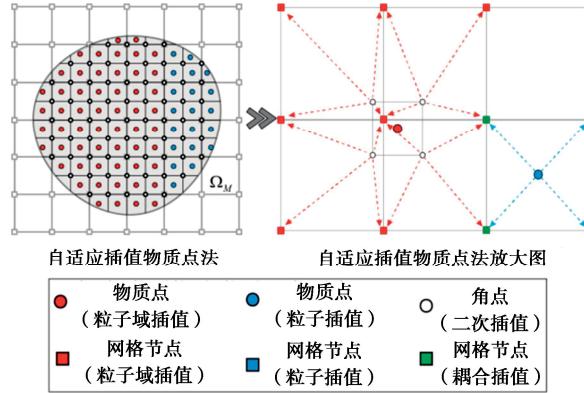


图 2 自适应插值物质点法框架示意图

Fig. 2 AIMPM framework

### 2.4 自适应耦合准则

由此可知, 粒子域插值的精确程度取决于对区域空间面积 (或体积) 的精准计算。然而, 当剪应变较大时, 粒子域空间也可能发生畸变。此外, 由于粒子域的空间拓扑关系固定, 会抑制大变形过程中材料关系的改变。所以, 通过设定恰当的耦合准则, 自动切换不同插值方法, 以此确保计算的准确性与可靠性。

在有限元方法中, 通常利用雅可比行列式来判断几何健康单元。借鉴这一概念, 本文建立“强标准”: 对于粒子域上的任意高斯点, 当雅可比行列式 ( $|J_p|$ ) 小于 0 时, 粒子域插值自动转换为粒子插值, 此时插值函数可写为

$$\left. \begin{aligned} N_{IP}, |J_p| &> 0, \\ N_{IP}^G, |J_p| &\leq 0, \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} B_{IP}, |J_p| &> 0, \\ B_{IP}^G, |J_p| &\leq 0. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

雅可比行列式作为严格的数学指标, 在完全弹性材料应用中极为关键。考虑到岩土类材料呈现高塑性特性, 可用等效塑性应变描述材料内部累积的塑性变

表 2 筑坝材料参数

Table 2 Dam material parameters

材料	重度 $\gamma /(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	弹性模量 $E/\text{kPa}$	泊松比 $\nu$	黏聚力 (峰值) $c'_p/\text{kPa}$	黏聚力 (残值) $c'_r/\text{kPa}$	内摩擦角 (峰值) $\phi'_p/({}^\circ)$	内摩擦角 (残值) $\phi'_r/({}^\circ)$	渗透系数 $K/(\text{m}\cdot\text{d}^{-1})$
坝基	20.0	$125 \times 10^3$	0.35	—	—	—	—	—
黄黏土	20.0	a	0.26	6	0	18	12	
黏土心墙	18.5	b	0.43	6	0	20	13	$864 \times 10^{-7}$
堆石料区 I	20.0	c	0.24	13.5	0	24	14.5	
堆石料区 II	21.3	c	0.24	13.5	0	24	14.5	
压重	21.3	c	0.24	13.5	0	24	14.5	

注: ①  $E=20 p'$ ;  $E_{\min}=2500 \text{ kPa}$ ; ②  $E=0.75(\sigma'_1-\sigma'_3)_{\text{peak}}/(\varepsilon_1)_{\text{peak}}$ ,  $E_{\min}=2000 \text{ kPa}$ ; ③  $E=370 p'$ ;  $E_{\min}=2000 \text{ kPa}$ 。其中,  $p'$  为土体围压,  $(\sigma'_1-\sigma'_3)_{\text{peak}}$ 、 $(\varepsilon_1)_{\text{peak}}$  确定方法详见文献[23]。

形。故而, 在岩土工程变形计算里, 临界等效塑性应变被用作“弱标准”, 以此评估材料的塑性变形程度, 其公式如下:

$$\begin{cases} N_{IP}, \varepsilon_{eq}^P > \bar{\varepsilon}_{eq}^P, \\ N_{IP}^G, \varepsilon_{eq}^P \leqslant \bar{\varepsilon}_{eq}^P, \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} B_{IP}, \varepsilon_{eq}^P > \bar{\varepsilon}_{eq}^P, \\ B_{IP}^G, \varepsilon_{eq}^P \leqslant \bar{\varepsilon}_{eq}^P. \end{array} \right\} \quad (29)$$

式中:  $\varepsilon_{eq}^P$ 、 $\bar{\varepsilon}_{eq}^P$  为等效塑性应变、临界等效塑性应变, 其中  $\varepsilon_{eq}^P = \sqrt{2/3\varepsilon^P : \varepsilon^P}$ ,  $\varepsilon^P$  为塑性应变。

### 3 Carsington 心墙坝大变形模拟

基于本文所提的自适应插值物质点法(AIMPM), 编制了相应计算程序, 对 Carsington 坝的开裂与滑坡过程展开模拟, 以进一步验证该方法模拟心墙坝大变形破坏过程的能力。

#### 3.1 模型建立以及边界条件

Carsington 大坝是黏土心墙坝, 上游坝坡坡比为 1:3.0, 下游坝坡坡比为 1:2.5, 材料分区情况见图 3 (a) [22]。在平面模型中, Y 轴代表重力方向, X 轴表示坝体上下游方向。模型首先用非结构网格构建, 将质点作为物质点粒子坐标, 之后把网格节点转换为粒子域角点, 具体模型如图 3 (b) 所示。该模型总计包含 43617 个粒子, 平均粒子长度为 0.4 m, 粒子域包含 87666 个角点。本算例中, 背景网格为结构网格, 固相边界条件: 网格底部完全固定, 网格左右两侧固定水平位移。由于大坝发生失稳破坏时未经历蓄水, 主要的孔隙水压力集中在黏土心墙处。所以, 为了提高计算效率, 仅仅考虑心墙的流固耦合。液相边界条件: 在心墙模型底部与坝基接壤处施加不透水边界条件, 以保证水密性, 其余心墙上下游边界设置零孔压边界。

土体弹塑性本构模型采用应变相关的软化模型, 其具体内容参照文献[23], 关键计算参数详见表 2。

#### 3.2 模拟方法与过程

Carsington 心墙坝大变形模拟分为施工、滑坡两

个过程模拟。

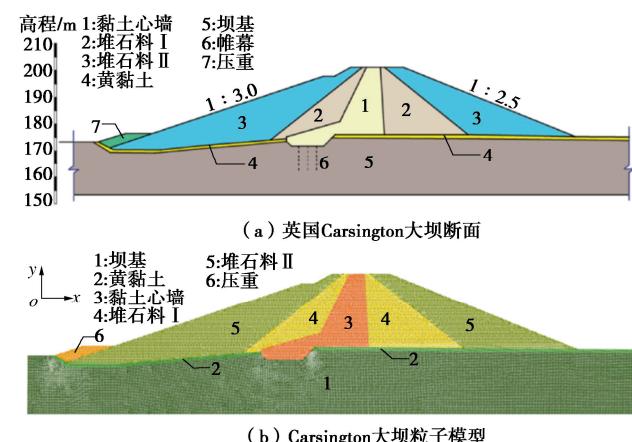


图 3 英国 Carsington 大坝断面材料分区

Fig. 3 Material structure of Carsington Dam in UK

(1) 施工过程: Carsington 心墙坝施工期为 1982 年及 1983 年 5 月—10 月这两个时段。前期填筑至 182.00 m 高程, 后期填筑至 198.00 m 高程, 总施工期 12 个月, 划分为 12 级加载步, 具体施工过程见表 3<sup>[24]</sup>。

表 3 填筑模拟过程

Table 3 Embankment simulation process

序号	时间/月	重大事件	加载步骤
1	6	完成地基填筑计算; 并填筑至 182.00 m 高程	6
2	6	大坝整体填筑至 198.00 m 高程	6

在分层填筑计算中, 每层填土均按设计标高施工, 各层顶部高程确定<sup>[25]</sup>。施工期固定所有粒子位置, 记录由网格速度产生的位移数值  $u_p$ 。每级加载的收敛条件依据最大节点速度判断, 其阈值设为  $1 \times 10^{-5} \text{ m/s}$ 。

(2) 滑坡过程: Carsington 大坝于 1984 年 6 月 1 日填筑至 201.00 m 高程, 同月 4 日坝顶出现裂缝, 6 日夜间发生溃坝大变形, 滑坡体向上游位移 18 m, 坝顶下沉 11 m。

因此, 本文将最后 198.00~201.00 m 高程的 3 m

填土高度作为滑坡诱导荷载。期间, 保留施工阶段应力状态, 并释放物质点粒子固定约束, 使其能够反应滑坡大变形。需要特别说明的是, 基于破坏过程相对短暂的特点, 本阶段计算中未考虑孔隙水在大变形条件下动态变化。计算时间持续 85 s, 时间步长由式 30 确定, 大小为 0.1 ms。

$$\Delta t_{cr} = \mu_t \min[l_e/v_c] \quad . \quad (30)$$

式中:  $l_e$  为单元网格的尺寸;  $v_c$  为材料的临界波速;  $\mu_t$  为调整系数, 本算例为 0.1。

### 3.3 施工过程计算分析

图 4~6 展示了施工期间典型填筑高程 (182.00, 190.00, 198.00 m) 下坝体沉降、水平位移及孔压分布云图。①填筑高程达 182.00 m 时, 最大沉降量为 0.081 m, 最大水平位移为 0.07 m (向上游), 主要分布于上游堆石料区域。心墙底部孔压为 -112 kPa, 这是因为心墙施工需在土体接近最优含水率时填筑, 且黏性土渗透性差, 压实后孔隙水难以快速排出。②填土高程至 190 m 时, 最大沉降和最大水平位移分别增至 0.21, 0.17 m (向上游), 心墙底部最大孔压升至 -149 kPa。此阶段, 上游心墙与堆石料 I 接壤处的位移值明显增大。③填筑高程达 198 m 时, 最大沉降出现在心墙料中部偏上游区域, 沉降量为 0.52 m, 最大水平位移为 0.43 m (指向上游), 孔隙水压力增至 -243 kPa。该阶段“靴子”形心墙的上游部分出现明显不连续位移, 从“靴头”蔓延至坝顶, 形成初始滑裂面。

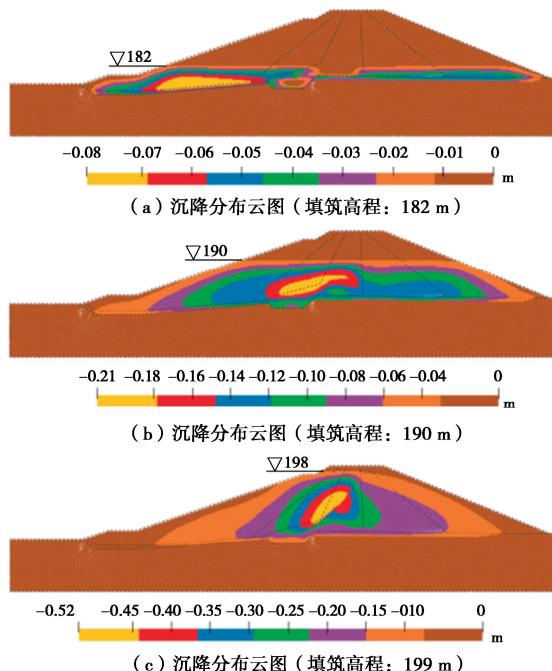


图 4 施工期沉降图

Fig. 4 Settlement contour in embankment period

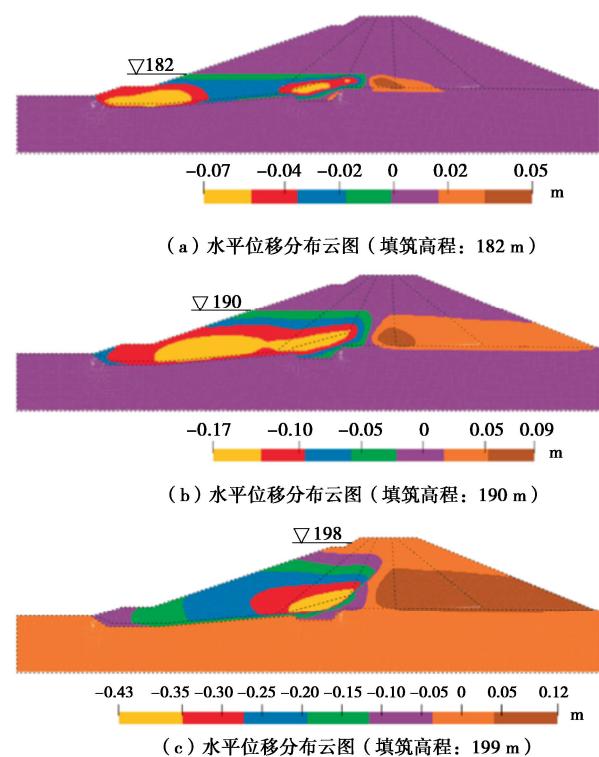


图 5 施工期水平位移图

Fig. 5 Horizontal displacement in embankment period

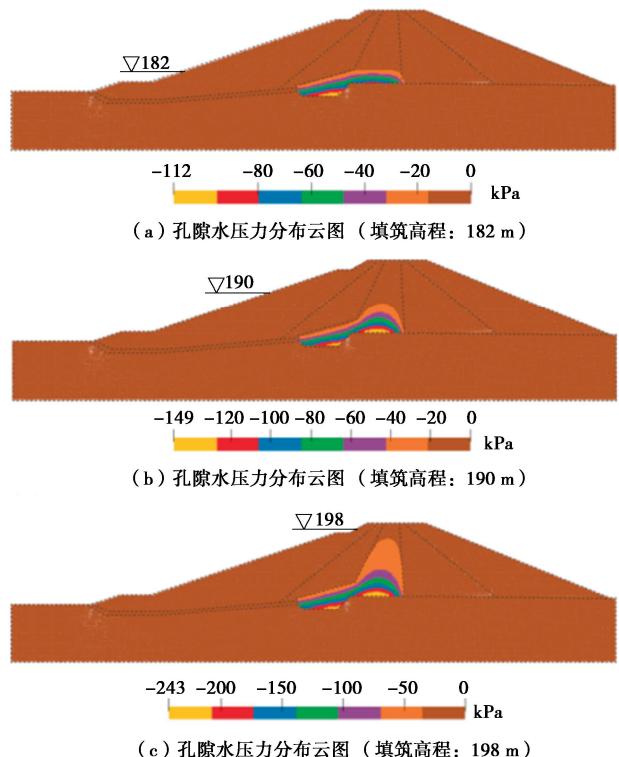
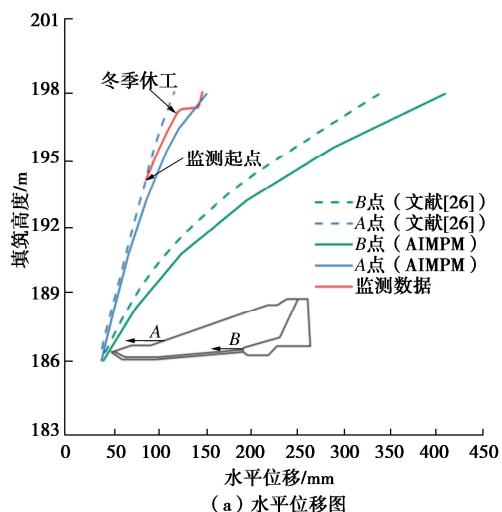


图 6 施工期孔隙水压力图

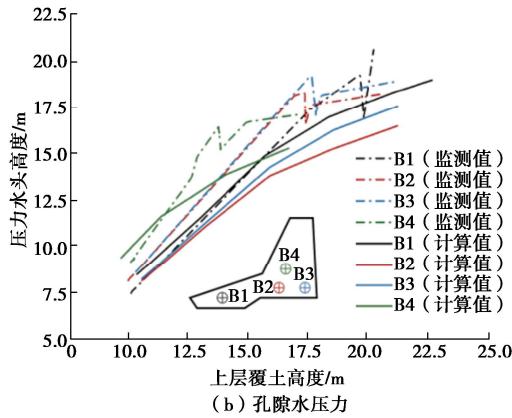
Fig. 6 Pore water pressure contour in embankment period

图 7 展示了水平位移和心墙孔隙水压的监测位置, 以及监测数据与计算结果的对比曲线。图 7 (a) 为水平位移对比图, 由结果可知, AIMPM 计算的水

平位移与实际监测数据相差 12 mm (误差 8%), 这表明数值计算具有合理性。此外, 与有限元计算结果(虚线)对比文献[26]发现, 本文计算的水平位移量偏大。这主要是因为物质点法的粒子离散特性, 能够描述滑裂面上大变形导致的材料重构关系, 从而更精准地捕捉滑坡过程中的几何非线性。从图 7(b)可以看出, 计算所得的压力水头与实际监测数值的平均差值为 2.1 m, 相较于心墙底部最大渗压 24 m 的压力水头, 计算相对误差小于 10%, 由此证明了渗流计算的准确性。



(a) 水平位移图



(b) 孔隙水压力

Fig. 7 Results comparison in embankment period

### 3.4 滑坡过程计算分析

图 8 为坝体滑坡的等效塑性应变图。本算例中, 自适应耦合准则由等效塑性应变控制(阈值为 1), 并给出局部放大图, 以展示粒子插值转化为粒子域插值的过程。①图 8(a)为滑坡前夕塑性应变分布图, 在“靴子”形心墙的“靴头”处与上游黄黏土层形成明显的塑性集中区域; ②破坏期初期(图 8(b)), 心墙内部塑性应变增至 0.76, 并迅速向上游黄黏土层扩展, 使二者联通, 形成贯通的塑性剪切带; ③图 8(c)中形成了贯通坝坡的塑性区, 此时上游坝体整体结构已

遭破坏, 坝脚出现明显散状土颗粒; ④当时间为 60 s 时, 受上游滑动体的拖拽作用, 靠近下游侧出现次级滑裂面; ⑤在滑坡过程后期(图 8(e)), 次级滑坡持续扩展, 与主裂缝汇合, 形成最终大坝破坏形态。

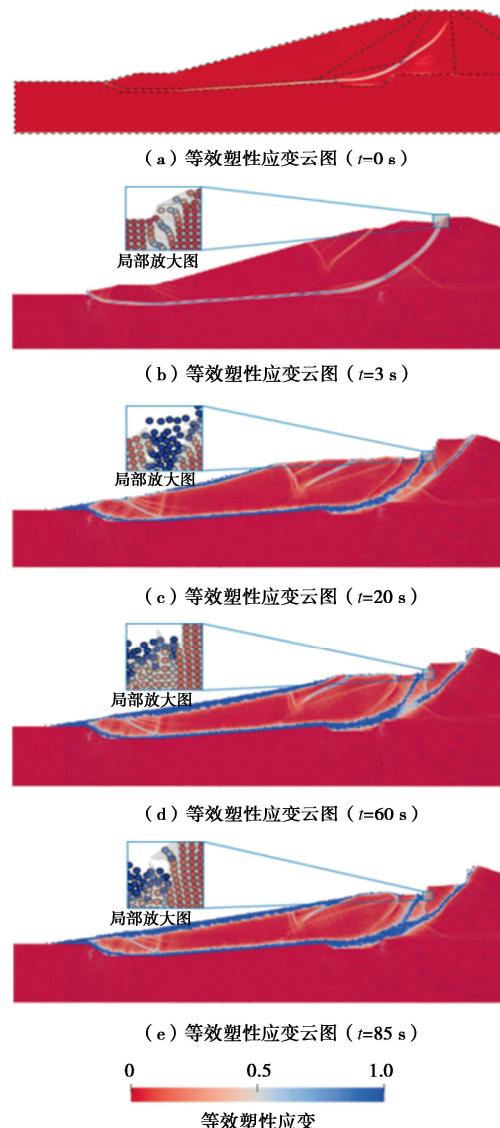


图 8 滑坡破坏过程

Fig. 8 Landslide failure process

综合施工、滑坡过程的计算分析可知: 初期, 因心墙底部孔隙水压力较高, 致使土体有效应力减弱, 再加上心墙特有的“靴子”形态, 形成了高塑性区域。随着塑性区域扩展, 与上游未清除的黄黏土层相连, 进而发展成贯穿滑裂面, 最终致使大坝整体失稳破坏。计算结果与 Carsington 大坝现象调查分析结果基本相符[22-24]。

图 9 呈现了水平位移及沉降状况, 其中绿色滑裂曲线源自文献[26]。从图 9 可知, 滑裂面始于心墙的“靴脚”位置, 随后向上游黄黏土层延伸, 并贯通至下游堆石料区域, 与文献中灾后调查结果高度一致,

充分验证了计算结果的准确性。图9(b), (c)分别为水平位移与沉降云图。可见, 坝体最大水平位移达21.7 m, 出现在上游坡面, 方向指向上游; 最大沉降出现在心墙顶端, 数值为7.8 m。从水平位移图的分布来看, 因上游坡脚地形的阻挡, 压坡区域能量降低, 位移减小, 最终形成平滑的堆积形态。

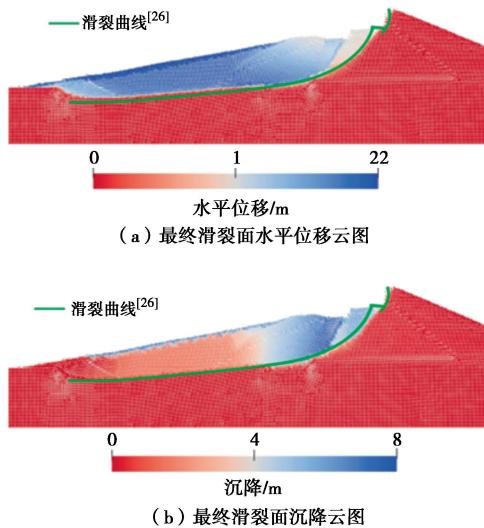


图9 坝坡最终破坏面图

Fig. 9 Dam slope final failure surface

图10为监测点速度/位移时程图。根据曲线特征, 整个滑坡过程可分为3个阶段: 刚体位移阶段、应力平衡阶段、速度收敛阶段。①在刚体位移阶段, 滑坡体内各点速度方向呈现出显著一致性, 位移也朝着相同方向发展。②在应力平衡阶段, 尽管土体仍可能沿原有路径移动, 但速度会大幅降低, 如图10(c), (d)所示。此阶段土体速度波动明显, 这主要是由新位置引发的应力重分布所致。③在滑坡演进的最后阶段, 即速度收敛阶段, 边坡各部位运动速度趋于稳定, 位移量的累积不再显著增加。物质点法对滑坡运动特征的分析, 有助于深入理解和预测滑坡的演变过程。

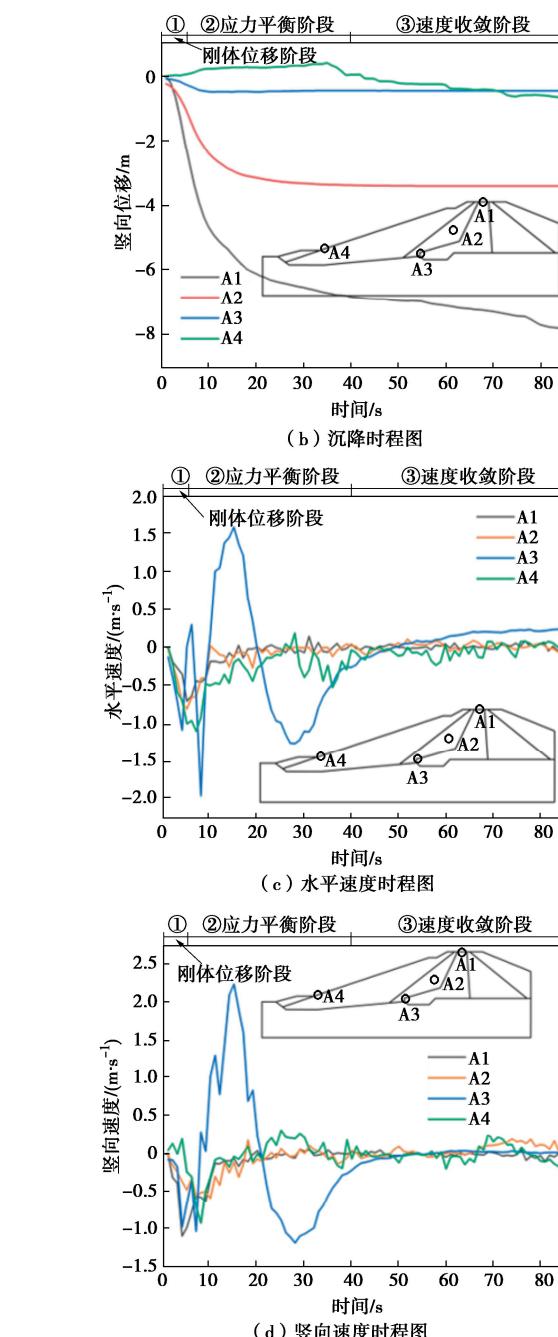
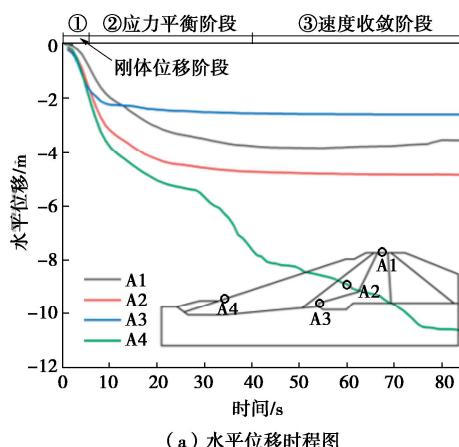


图10 监测点速度\位移时程曲线图

Fig. 10 Velocity and displacement time history curve

## 4 结 论

本文提出基于自适应插值物质点法的心墙坝大变形破坏过程模拟方法, 并对Carsington心墙坝滑坡过程开展精细化模拟, 主要得到以下4点结论。

(1) 提出对流粒子域高斯插值函数(CPGI)。该函数可利用任意形状粒子域构建粒子与网格节点的映射关系, 通过高斯积分高效、稳定地求解区域函数, 显著提升实际工程复杂建模的便捷性。

(2) 耦合粒子域、粒子插值函数, 创立适用于流固耦合问题的自适应插值物质点法(AIMPM)。该方

法既能有效减小网格穿越误差，又增强了心墙坝多场耦合计算的稳定性。

(3)通过对 Carsington 心墙坝滑坡过程的模拟发现，大坝施工阶段，心墙上游与堆石料接壤处产生非连续变形，形成较大塑性区，同时内部孔压逐步升高。

(4)在滑坡破坏阶段，随着塑性应变不断积累，坝体位移持续增大，进而形成贯通心墙与堆石料的滑裂面，最终致使坝坡失稳。

综上所述，本文提出的自适应插值物质点法，可准确地还原出心墙坝施工过程中的变形、孔压分布状态，并模拟出滑坡大变形过程。然而，在本构上采用了较为简单的莫尔-库仑弹塑性模型，无法考虑到实际工程问题的复杂性。后续研究将引入其它高级本构模型，并讨论其在物质点法中的适用性。

**利益冲突声明/Conflict of Interests:** 所有作者声明不存在利益冲突。All authors disclose no relevant conflict of interest.

**作者贡献/Authors' Contributions:** 吉恩跃提供研究思路，彭雪峰负责研究实施与完成论文写作，陈生水和傅中志给予研究指导意见，张意江对论文作评阅并修改。所有作者均阅读并同意最终稿件的提交。The research concept was proposed by JI Enyue. The study implementation and manuscript writing were carried out by PENG Xuefeng. Research guidance was provided by CHEN Shengshui and FU Zhongzhi. Critical review and revision of the manuscript were conducted by ZHANG Yijiang. All the authors have read the last version of manuscript and consented for submission.

## 参考文献：

- [1] 陈生水. 高土石坝变形破坏过程预测理论和防控技术创新[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(7): 1211-1219. (CHEN Shengshui. Innovations in prediction theories and prevention technologies for deformation-induced failure process of high earth and rockfill dams[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, 44(7): 1211-1219. (in Chinese))
- [2] 邹德高, 屈永倩, 孔宪京, 等. 深厚覆盖层上土石坝防渗墙损伤开裂精细化分析及防渗功能评价[J]. 水利学报, 2024, 55(2): 147-157. (ZOU Degao, QU Yongqian, KONG Xianjing, et al. Refined failure analysis and functional evaluation of cutoff walls of rockfill dams on deep overburden[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2024, 55(2): 147-157. (in Chinese))
- [3] 庞 锐, 卢韵竹, 季 睿, 等. 基于随机动力分析的高土石坝极限抗震能力研究[J]. 岩土工程学报, 2024, 46(10): 2237-2244. (PANG Rui, LU Yunzhu, JI Rui, et al. Ultimate seismic capacity of high earth-rock dams based on stochastic dynamic analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2024, 46(10): 2237-2244. (in Chinese))
- [4] 王 睿, 王兰民, 周燕国, 等. 土动力学与岩土地震工程[J]. 土木工程学报, 2024, 57(7): 71-89, 105. (WANG Rui, WANG Lanmin, ZHOU Yanguo, et al. State-of-the-art of soil dynamics and geotechnical earthquake engineering[J]. China Civil Engineering Journal, 2024, 57(7): 71-89, 105. (in Chinese))
- [5] 吉恩跃, 陈生水, 傅中志, 等. 高土质心墙坝顶裂缝模拟方法及应用[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(6): 997-1004. (JI Enyue, CHEN Shengshui, FU Zhongzhi, et al. Simulation method for crest cracks in high earth core rockfill dams and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(6): 997-1004. (in Chinese))
- [6] 孙玉进. 岩土大变形问题的物质点法研究[D]. 北京: 清华大学, 2019. (SUN Yujing. Research on Geotechnical Problems Involving Extremely Large Deformation Using the Material Point Method[D]. Beijing: Tsinghua University, 2019. (in Chinese))
- [7] GINGOLD R A, MONAGHAN J J. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1977, 181(3): 375-389.
- [8] BELYTSCHKO T, LU Y Y, GU L. Element-free Galerkin methods[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1994, 37(2): 229-256.
- [9] OÑATE E, IDELSOHN S R, DEL PIN F, et al. The particle finite element method: an overview[J]. International Journal of Computational Methods, 2004, 1(2): 267-307.
- [10] SULSKY D, ZHOU S J, SCHREYER H L. Application of a particle-in-cell method to solid mechanics[J]. Computer Physics Communications, 1995, 87(1/2): 236-252.
- [11] DE VAUCORBEIL A, NGUYEN V P, SINAIE S, et al. Material point method after 25 years: theory, implementation, and applications[M]//Advances in Applied Mechanics. Amsterdam: Elsevier, 2020: 185-398.
- [12] ANDRIEUX S, BARANGER T N. An energy error-based method for the resolution of the Cauchy problem in 3D linear elasticity[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2008, 197(9/10/11/12): 902-920.
- [13] STEFFEN M, KIRBY R M, BERZINS M. Analysis and reduction of quadrature errors in the material point method (MPM)[J]. International Journal for Numerical Methods in

- Engineering, 2008, **76**(6): 922-948.
- [14] BARDENHAGEN S G, KOBER E M. The generalized interpolation material point method[J]. Computer Modeling in Engineering and Sciences, 2004, **5**(6): 477-496.
- [15] DE VAUCORBEIL A, NGUYEN V P, HUTCHINSON C R. A total-lagrangian material point method for solid mechanics problems involving large deformations[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020, **360**: 112783.
- [16] SADEGHIRAD A, BRANNON R M, BURGHARDT J. A convected particle domain interpolation technique to extend applicability of the material point method for problems involving massive deformations[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2011, **86**(12): 1435-1456.
- [17] 钟启明, 吴昊, 单熠博, 等. 基于物质点法的白格滑坡堰塞坝形成过程数值模拟[J]. 人民长江, 2024, **55**(4): 25-31, 43. (ZHONG Qiming, WU Hao, SHAN Yibo, et al. Numerical simulation of Baige landslide barrier dam formation process based on material point method[J]. Yangtze River, 2024, **55**(4): 25-31, 43. (in Chinese))
- [18] 陆培毅, 韩亚飞, 王成华. 土体流固耦合理论研究进展[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2018, **37**(9): 53-59. (LU Peiyi, HAN Yafei, WANG Chenghua. Advances on flow-deformation coupling theoretic research of soils[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2018, **37**(9): 53-59. (in Chinese))
- [19] FERN J, ROHE A, SOGA K, Et Al. The Material Point Method For Geotechnical Engineering: a Practical Guide[M]. Boca Raton : CRC Press, Taylor & Francis Group, 2019: 3-22.
- [20] PENG X F, FU Z Z, JI E Y, et al. A convected particle Gauss-quadrature interpolation for the cell crossing error reduction[J]. Acta Mechanica Sinica, 2023, **39**(6): 422355.
- [21] PENG X F, JI E Y, FU Z Z, et al. An adaptive interpolation material point method and its application on large-deformation geotechnical problems[J]. Computers and Geotechnics, 2022, **146**: 104709.
- [22] REID J M, CRIPPS J C. Geochemical lessons from carsington dam failure of 1984 and reconstruction[J]. Quarterly Journal of Engineering Geology & Hydrogeology, 2019, **52**(4): 414-424.
- [23] CHEN Z, MORGENSTERN N R, CHAN D H. Progressive failure of the carsington dam: a numerical study[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1992, **29**(6): 971-988.
- [24] ROWE P W. A reassessment of the causes of the Carsington embankment failure[J]. Géotechnique, 1991, **41**(3): 395-421.
- [25] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000. (SHEN Zhujiang. Theoretical Soil Mechanics[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2000. (in Chinese))
- [26] POTTS D M, DOUNIAS G T, VAUGHAN P R. Finite element analysis of progressive failure of Carsington embankment[J]. Géotechnique, 1990, **40**(1): 79-101.