

DOI: 10.11779/CJGE20240875

颗粒形状和倾角对颗粒柱坍塌影响的超二次曲面离散元模拟

金 磊¹, 叶 阳², 孙翰卿^{3,4}

(1. 江苏开放大学建筑工程学院, 江苏 南京 210036; 2. 中国地质大学(武汉)工程学院, 湖北 武汉 430074; 3. 华南理工大学土木与交通学院, 广东 广州 510640; 4. 广州市设计院集团有限公司, 广东 广州 510620)

摘要: 岩土体中颗粒形状各异且可能具有定向排列, 明确颗粒形状和倾角对颗粒柱坍塌特性的影响对地质灾害防治有重要意义。基于超二次曲面离散元法模拟颗粒柱的坍塌过程, 并着重分析颗粒形状(长宽比 A 和块度 B)及初始颗粒长轴倾角 θ 对颗粒柱坍塌特性的影响并探究其物理机制。研究结果表明: 相对于 A 为 1(各向等长)的情形, A 越大(越细长)或越小(越扁平), 颗粒柱坍塌的最终跑出距离减小而最终堆积高度增加; 随着 B 增加(棱角越突出), 颗粒柱坍塌的最终跑出距离减小而最终堆积高度增加; $\theta \approx 0^\circ$ (近水平)的颗粒柱的最终跑出距离明显小于其它颗粒倾角的情形, 且呈现出先在侧向自由面局部颗粒被挤出、而后位于上部的颗粒逐渐滑落的运动模式; 对于低柱, 其运动模式以滑移为主, $\theta \approx 135^\circ$ (近堆积后斜坡的顺坡向)的颗粒柱的最终跑出距离最远; 对于高柱, 前期垮塌效应明显, $\theta \approx 90^\circ$ (近直立)的颗粒柱的最终跑出距离最远; 不同颗粒形状和倾角对颗粒柱坍塌特性的影响与能量的转化演变过程及细观结构特征密切相关。

关键词: 颗粒柱坍塌; 颗粒形状影响; 颗粒倾角影响; 超二次曲面; 离散元法

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2025)12-2581-10

作者简介: 金 磊(1989—), 男, 博士, 副教授, 主要从事岩土材料细观力学方面的研究。E-mail: whujinlei@whu.edu.cn。

Superquadric discrete element simulation for influence of particle shape and orientation on granular column collapse

JIN Lei¹, YE Yang², SUN Hanqing^{3,4}

(1. College of Civil Engineering, Jiangsu Open University, Nanjing 210036, China; 2. Faculty of Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 3. School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China; 4. Guangzhou Design Institute Group Co., Ltd., Guangzhou 510620, China)

Abstract: The shape of rock and soil particles is distinct and their orientation may prefer a certain direction, and determining the influence of particle shape and orientation on the characteristics of granular column collapse is of great significance to geological disasters prevention. The collapse process of granular columns is simulated with the superquadric discrete element method, and the influence of particle shape (aspect ratio A and blockiness B) and initial orientation angle θ of long axis on the collapse characteristics of granular column is analyzed, and further the underlying physical mechanism is explored. The results show that, compared with the case $A=1$ (isotropic), the collapse of particles with larger A (elongated) or smaller A (platy) results in shorter final runout distance and increases the deposit height. The collapse of particles with larger B (more angular) results in shorter runout distance and higher deposit height. The column with $\theta \approx 0^\circ$ (near horizontal) particles produces an obviously smaller final runout distance, and moves in a way that some particles being first squeezed out from the lateral free surface followed by the gradual slide of particles in the upper parts. For short column, the flow regime is slip-dominant, and the collapse of particles with $\theta \approx 135^\circ$ (near the orientation of subsequent accumulation slope) produces the longest final runout distance. For tall column, the early falling effect is obvious, and the collapse of particles with $\theta \approx 90^\circ$ (nearly upright) has the longest final runout distance. The influence of different particle shapes and orientation angles on the characteristics of granular

基金项目: 国家自然科学基金项目(42107175); 住房和城乡建设部科学技术计划项目(2022-K-039) This work was supported by National Natural Science Foundation of China (Grant No. 42107175), Science and Technology Program Project of the Ministry of Housing and Urban-Rural Development (Grant No. 2022-K-039).

收稿日期(Received): 2024-08-30 修回日期(Revised): 2025-03-20 接受日期(Accepted): 2025-03-24 网络出版日期(Online): 2025-03-25

column collapse is closely related to the transformation process of energy and the meso-structure.

Key words: granular column collapse; particle shape effect; particle orientation effect; superquadric; discrete element method

0 引言

滑坡、泥石流、岩崩、雪崩等地质灾害在世界范围内频发，尤其常见于中国西南和西北山区，常造成大量的人员伤亡、经济损失及严重的生态环境灾难。这些灾害的发生多表现为岩土颗粒材料的坍塌运动与堆积，是一个非常复杂的动力学过程。颗粒柱在平面或斜面上的坍塌能反映上述灾害发展过程的主要特征，故常作为简化模型进行研究，以揭示灾害物理成因及评价灾害风险性。

常采用的颗粒柱坍塌模型试验主要包括准二维坍塌和三维圆柱坍塌两种，其中准二维坍塌一般是在一宽度较窄的长方体模型槽中进行^[1-3]。近年来，诸多学者尝试采用有限元法^[4]、物质点法^[5]、光滑粒子流体动力学法^[6]和离散元法^[6-15]等开展颗粒柱坍塌的数值模拟研究。前人的物理试验和数值模拟研究中考虑了多种因素对颗粒柱坍塌特性的影响，包括初始颗粒柱的几何特征（高长比、宽度）、初始孔隙率、颗粒特性（颗粒密度、颗粒粒径、颗粒形状、颗粒摩擦）、间隙液体（含水率、液体性质）和环境条件（空气、水体）等。

众所周知，由于经历了不同的地质过程，岩土体中的颗粒形状各异，且可能呈现一定的定向排列，不同的颗粒形状和定向排列对岩土体的强度与变形特性有重要影响^[16]。学者们也就颗粒形状对颗粒柱坍塌特性的影响进行了初步地有益探索。Lube 等^[1]和 Trepanier 等^[2]基于物理模型试验结果认为颗粒形状对颗粒柱坍塌的影响很小。鉴于离散元法在离散颗粒材料模拟中的优越性，且为了更好地排除其它因素的影响，若干学者采用该法模拟不同颗粒形状的颗粒柱坍塌过程。Tapia-Mcclung 等^[8]采用多球组合成细长颗粒开展离散元模拟，其也认为颗粒形状对颗粒柱坍塌的影响很小。张成功等^[10]采用多球组合成正四面体和长条形颗粒开展模拟，结果表明不规则形状颗粒的试样可以保持较大的最终塌落高度和减小最终的跑出距离。崔激等^[12]基于随机多面体开展模拟，结果表明颗粒柱的堆积高度随颗粒长宽比的减小而减小，跑出距离则随其减小而增加。Hoang 等^[14]基于超二次曲面离散元模型进行模拟，其结果表明颗粒的块度（反映颗粒棱角尖锐度的参数）和长宽比对颗粒柱坍塌特性有重要影响，且跑出距离与颗粒长宽比间的关系并非单调变化。Gong 等^[15]基于 PFC^{2D} 分析了颗粒球度、棱角度和粗糙度对颗粒柱坍塌特性的影响，并指出颗粒球度和棱角度对颗粒柱坍塌有明显影响而粗糙度的影响较小。

综上可知，针对颗粒形状对颗粒柱坍塌特性的影响，既有的研究结论有所差异，甚至相互矛盾，故仍需开展更多研究。此外，目前仍未见关于颗粒定向排列对颗粒柱坍塌影响的相关成果，其影响的程度、规律及机理等方面还有待进一步揭示。从模拟方法来看，离散元法中的非球形颗粒模型主要包括多球组合模型、随机多面体模型和超二次曲面模型等，其中超二次曲面模型可直接采用数学方程的参数精准控制颗粒的长宽比、块度等表面形态特征，很适合用来对颗粒形状和定向排列的影响进行专门研究。为此，本文拟基于超二次曲面离散元法模拟颗粒柱的坍塌过程，考虑不同的颗粒柱初始高长比（低柱、高柱）、不同的颗粒长宽比（扁平、细长）和颗粒块度及不同的颗粒倾角定向排列等因素，着重分析颗粒形状和倾角对颗粒柱坍塌特性的影响并探究其细观机制。

1 超二次曲面离散元法

1.1 算法简介

离散单元法（DEM）是研究颗粒材料力学行为和微观机制的一个重要手段。离散元法中采用显式时间步算法，交替求解颗粒的运动方程和接触本构方程，以此模拟出颗粒集合体的宏观响应。超二次曲面离散元法是针对非球形颗粒的几何特点，采用基于连续函数包络的超二次曲面方程来描述颗粒的复杂形态，并采用相应的颗粒接触检测算法和颗粒接触模型来计算颗粒间的相互作用，颗粒运动（平动、转动）服从牛顿第二定律^[17-20]。

在超二次曲面离散元法中，非球形颗粒的表面形态可由下式中的方程来定义：

$$F(x, y, z) = \left[\left(\frac{x}{a} \right)^m + \left(\frac{y}{b} \right)^m \right]^{\frac{n}{m}} + \left(\frac{z}{c} \right)^n - 1 = 0 \quad (1)$$

式中： a ， b ， c 分别为颗粒沿其 3 个主轴方向的半轴长； m ， n 为块度参数，反映了颗粒表面棱角的尖锐度。当 $m=n=2$ ，得到球体或椭球体， $m=2$ 且 $n \gg 2$ 趋近于标准的圆柱体， $m \gg 2$ 且 $n \gg 2$ 趋近于标准的块体。本文模拟中， a 与 b 取相等且将颗粒的长宽比定义为 $A=c/a=c/b$ ， m 与 n 取相等并将其值作为颗粒的块度 B 。需要说明的是，颗粒长宽比偏离 1 越大或块度值越大，超二次曲面离散元的计算效率越低，本文模拟中选用了如图 1 所示的几种颗粒形状。

与球形颗粒简单且高效的接触判断相比，非球形超二次曲面颗粒间的接触检测更复杂也更耗时，一般采用“由粗到精”的两阶段接触检测算法来提高计算

效率。在第一阶段的“粗检测”中, 并不直接计算两颗粒间是否接触(即存在几何重叠), 而是判断两颗粒相应的球形包围盒和方向包围盒(OBB, 这些盒子足够大以包围住整个颗粒并与颗粒的3个主轴的方位对齐)是否接触来寻找潜在的接触对。第二阶段的“精检测”中, 针对第一阶段检测到的潜在接触对进行进一步重叠判断, 采用的方法主要有平行法向量法、最深点法和中点法等。本文计算中采用最深点法, 基本思想是求解颗粒侵入到对方颗粒中的最大深度点, 一个接触对的两最大深度点的连线即作为接触法向, 其距离作为接触重叠量, 求解最大深度点可转化为求极值的问题并通过非线性牛顿迭代求解对应的非线性方程组, 详见文献[20]。

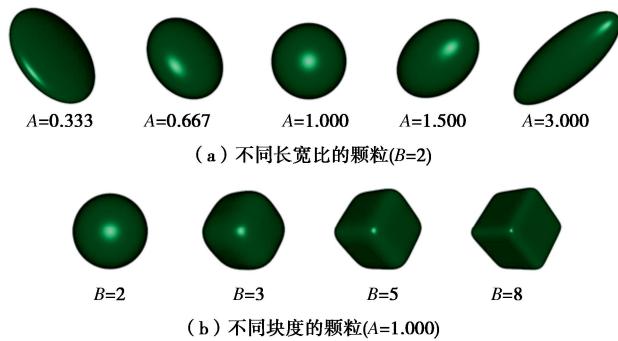


图 1 不同形状颗粒的超二次曲面模型

Fig. 1 Superquadric models of particles with different shapes

若颗粒 i 与颗粒 j 相接触, 则该接触的法向力 $\mathbf{F}_{n,ij}$ 和切向力 $\mathbf{F}_{t,ij}$ 的计算公式为

$$\mathbf{F}_{n,ij} = -k_{n,ij} \boldsymbol{\delta}_{n,ij} - \eta_n \mathbf{v}_{n,ij} \quad , \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_{t,ij} = \begin{cases} -k_{t,ij} \boldsymbol{\delta}_{t,ij} - \eta_t \mathbf{v}_{t,ij} & (|\mathbf{F}_{t,ij}| \leq \mu |\mathbf{F}_{n,ij}|) \\ -\mu |\mathbf{F}_{n,ij}| \mathbf{t}_{ij} & (|\mathbf{F}_{t,ij}| > \mu |\mathbf{F}_{n,ij}|) \end{cases} \quad . \quad (3)$$

式中: $k_{n,ij}$, $k_{t,ij}$ 分别为接触的法向和切向刚度; $\boldsymbol{\delta}_{n,ij}$, $\boldsymbol{\delta}_{t,ij}$ 分别为接触的法向和切向相对位移; η_n , η_t 分别为接触的法向和切向阻尼系数, 该值与颗粒碰撞的恢复系数有关^[17,20]; $\mathbf{v}_{n,ij}$, $\mathbf{v}_{t,ij}$ 分别为接触的法向和切向相对速度; μ , \mathbf{t}_{ij} 分别为接触的摩擦系数和切向单位矢量。颗粒 i 与颗粒 j 接触的法向和切向刚度的计算公式为

$$k_{n,ij} = \frac{4}{3} \frac{E_i E_j \sqrt{R_{ij}^*}}{E_i (1 - \nu_j^2) + E_j (1 - \nu_i^2)} \sqrt{\boldsymbol{\delta}_{n,ij}} \quad , \quad (4)$$

$$k_{t,ij} = \frac{8 G_i G_j \sqrt{R_{ij}^*}}{G_i (1 - \nu_j^2) + G_j (1 - \nu_i^2)} \sqrt{\boldsymbol{\delta}_{n,ij}} \quad . \quad (5)$$

式中: E_i 和 E_j 为颗粒的杨氏模量; ν_i 和 ν_j 为颗粒的泊松比; G_i 和 G_j 为颗粒的剪切模量; R_{ij}^* 为接触等效半径。 R_{ij}^* 可由 $R_{ij}^* = R_i R_j / (R_i + R_j)$ 求得, 其中 R_i 和 R_j 为颗粒在接触点处的平均曲率半径, 即平均曲率的倒

数, 平均曲率 K 可按下式计算:

$$K = \frac{1}{2|\nabla F|^3} [\nabla F^\top \cdot \nabla^2 F \cdot \nabla F - |\nabla F|^2 \Delta F] \quad . \quad (6)$$

式中: ∇F , $\nabla^2 F$ 和 ΔF 分别为式(1)中的左侧超二次曲面函数在接触点处的一阶导(梯度向量)、二阶导(海森矩阵)及拉普拉斯算子。

美国国家能源技术实验室 NETL 开发的开源软件 MFix 23.2 中实现了上述超二次曲面离散元基本算法, 本文在其基础上进行了适当的二次开发以实现颗粒柱坍塌的数值模拟研究。

1.2 算法验证

对 Man 等^[11]开展的三维圆柱坍塌室内模型试验进行数值模拟, 以验证上述数值模拟方法的可行性和准确性。如图 2(a)所示, 室内模型试验中采用木质的正方体颗粒在圆管中堆积成一定高度的初始颗粒柱, 然后将圆管上提使得颗粒柱发生坍塌, 颗粒在水平面上向外扩展直至达到稳定堆积状态。试验中所用正方体颗粒的密度为 681 kg/m^3 , 边长为 10 mm , 圆管内径为 0.114 m , 测得颗粒与底板摩擦系数为 0.4 , 颗粒间摩擦系数为 0.84 , 颗粒恢复系数为 0.2 , 当初始颗粒柱高度为 0.285 m 时, 试验所得的最终跑出距离 $R_\infty \approx 0.225 \text{ m}$ 。

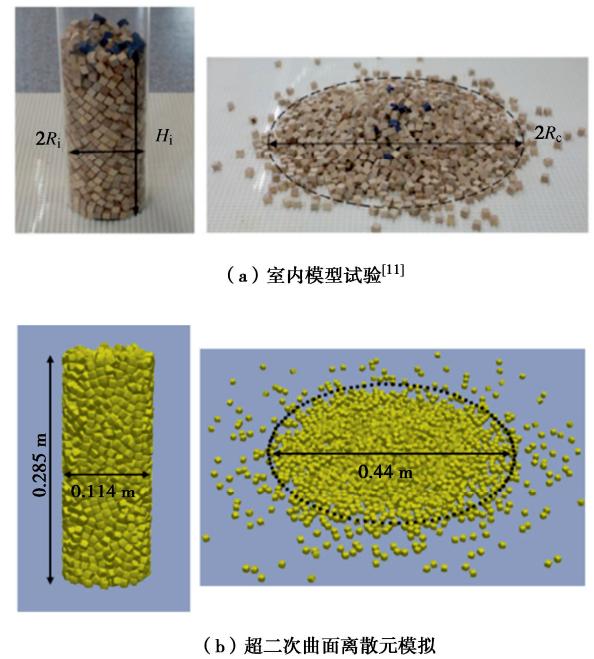


图 2 三维圆柱坍塌的室内模型试验和超二次曲面离散元模拟

Fig. 2 Laboratory model test and superquadric DEM simulation of three-dimensional cylindrical granular collapse

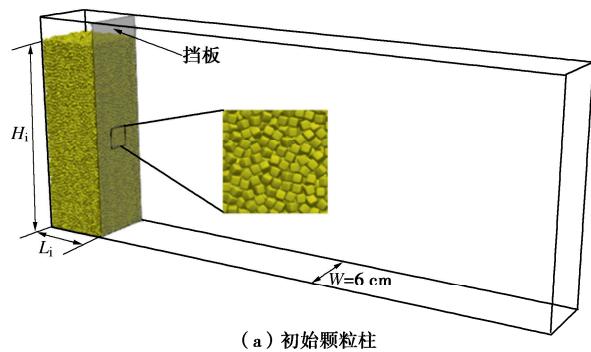
针对上述室内试验情形, 建立对应的三维圆柱坍塌数值模型, 如图 2(b)左图所示。根据式(1)将 a , b 和 c 均设为 5 mm , m 和 n 均设为 8 , 依此生成近似的正方体颗粒。模拟中颗粒的杨氏模量和泊松比分别

设为 $5.0 \times 10^6 \text{ Pa}$, 0.3, 其它参数与室内试验测得值相同, 设定圆管的提升速度为 6 m/s。如图 2 所示, 数值模拟所得最终堆积体的总体形态特征与室内模型试验结果基本一致, 且其最终跑出距离为 0.220 m, 与室内试验测得值 0.225 相差仅为 2.3%。由于模型中颗粒并非理想的正方体且跑出距离有测量误差, 故两者不可避免存在一定差异。因此, 可以认为 1.1 节所述超二次曲面离散元法能够较合理地模拟非球形颗粒的坍塌特性。

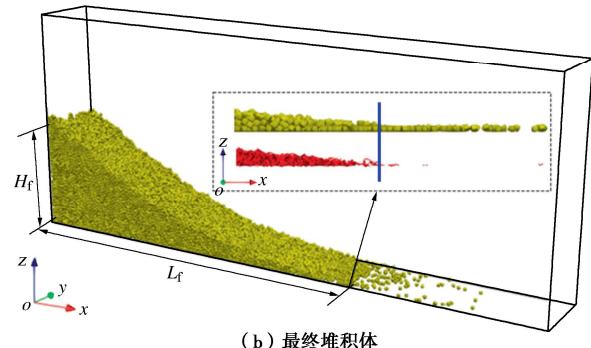
2 数值模型与模拟方案

目前颗粒柱坍塌运动模型主要分为长方体单向运动模型与圆柱体对称运动模型, 尽管两者的几何形状与运动维度较为不同, 但运动机制相同, 因此获得的结论具有共性。本文基于上述超二次曲面离散元法模拟长方体单向运动模型以探究颗粒形状和倾角对颗粒柱坍塌特性的影响, 选用该模型的主要原因: ①实际工程中的滑坡、崩塌、碎屑流等通常沿某个主方向行进, 长方体单向运动模型相似度更高; ②要使得颗粒柱坍塌后形成相同几何尺寸的堆积体, 即三维圆柱体运动后堆积体的半径与长方体单向运动后堆积体的长度相同且堆积高度相同, 长方体单向运动模型所需的颗粒数更少, 计算效率较高; ③前人的关于颗粒形状影响的研究成果大多也是基于长方体单向运动模型^[1, 8, 12, 14-15], 故采用该模型便于直接与这些成果进行对比分析。

如图 3 所示, 离散元数值模型的计算域为一长方体区域, 其长 (x 向)、宽 (y 向)、高 (z 向) 分别为 0.5, 0.06, 0.2 m, 四周及底部为固定墙边界, 在离模型槽左侧 0.06 m 设置一块挡板, 然后在其左侧区域生成初始颗粒柱试样。前人的颗粒坍塌离散元模拟中均采用重力沉积法制备试样, 制样中未控制非球形颗粒的朝向。本文旨在揭示颗粒形状和定向排列的影响, 故制样中需控制非球形颗粒的朝向。此外, 为排除颗粒粒径的影响, 模型中的颗粒粒径均为 3.17 mm, 非球形颗粒的尺寸是指与其体积相同的球体的直径。参考既有文献^[5-15]选择了一组具有代表性的离散元模拟细观力学参数, 如表 1 所示, 其中颗粒杨氏模量取值较实际岩土颗粒小, 这是为了增大时间步长提高计算效率, 前人文献^[5, 9]中指出这种处理方法对颗粒柱坍塌模拟结果影响不大。具体的制样步骤: ①在模型左侧围挡区域生成互不重叠的颗粒, 不同颗粒形状的颗粒柱中颗粒的朝向按随机生成, 不同颗粒定向排列的颗粒柱中颗粒的朝向按要求指定; ②锁定颗粒旋转, 使其在重力作用下沉积并计算至平衡状态 (基本静止), 此过程中将摩擦系数设为 0.0 以生成较密实的试样; ③解除颗粒旋转锁定, 将摩擦系数设为 0.5, 并重新计算至平衡状态。



(a) 初始颗粒柱



(b) 最终堆积体

图 3 初始颗粒柱 ($A1-B5$, 高柱) 和其坍塌后的最终堆积体
Fig. 3 Initial tall granular column with $A1-B5$ particles and its final deposit after collapse

表 1 颗粒柱坍塌的离散元模型参数
Table 1 Numerical model parameters for granular collapse

参数	数值
颗粒密度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	2500
杨氏模量/Pa	1.0×10^6
泊松比	0.2
颗粒-颗粒间摩擦系数	0.5
颗粒-墙体间摩擦系数	0.5
恢复系数	0.5
时间步长/s	1×10^{-5}

本文模拟方案考虑了不同的初始颗粒柱高长比、不同的颗粒长宽比与颗粒块度及不同的颗粒朝向等因素。制备的初始颗粒柱长度和宽度 $L_i = W = 0.06 \text{ m}$, 高度 H_i 分别取 0.06, 0.18 m, 即颗粒柱的初始高长比 $a = H_i/L_i$ 分别为 1, 3, 以分别代表低柱和高柱。颗粒形状包含球状、块状、长条状和扁平状等典型情形, 详见图 1, 图 3 所示模型中的颗粒为长宽比 $A=1$ 且块度 $B=5$ 的近似立方体颗粒, 颗粒朝向基本随机分布。由长宽比 $A=3$ 且块度 $B=2$ 的长椭球颗粒生成颗粒长轴按不同倾角定向排列的初始颗粒柱, 颗粒倾角 $\theta=0^\circ$ 表示颗粒的长轴与水平 x 向平行, 其它倾角分别取为 45° , 90° , 135° 并由倾角 $\theta=0^\circ$ 的颗粒绕 y 轴旋转得到。需要说明的是, 对于颗粒按一定倾角定向排列的颗粒柱, 在上述制样步骤③过程中颗粒的朝向有略微调整, 为方便起见, 后文仍以倾角为 0° , 45° ,

90°, 135° 进行描述。

在制备好初始颗粒柱后, 将挡板删去让颗粒在自重作用下向水平面坍塌。颗粒柱坍塌研究中一个重要环节是确定颗粒坍塌运动停止后的最终跑出距离 L_f 和最终堆积高度 H_f (图 3 (b)), 它们反映了颗粒的流动性能, 对于灾害的风险评估具有重要价值。颗粒坍塌运动结束后, 最大堆积高度一般出现在最左侧边缘, 其沿宽度方向因边界效应而有一定起伏, 本文按左侧视图观察到的最低堆积高度作为最终堆积高度 H_f 。在颗粒坍塌运动过程的后期, 颗粒体的前端在水平面上会逐渐扩散开, 若干颗粒会相继脱离主体并运动到较远处, 这造成最终跑出距离的合理确定存在一定困难, 既有文献中指出确定 L_f 时要忽略这些前端分离出去的颗粒, 但大多并未给出其所采用的具体识别标准。Bougouin 等^[3]提出了基于前端颗粒分布特征的 4 种识别方法, Gong 等^[15]采用颗粒接触力链网络开始断开的位置作为颗粒跑出的最远点, 本文应用这些方法并进行了对比, 发现前侧视图上观察到的两层颗粒过渡为一层颗粒的位置和接触力链网络开始断开的位置基本一致, 即图 3 (b) 中框图里蓝色实线标注的位置, 故本文后续分析中均采用这两种方法确定颗粒柱坍塌的最终跑出距离 L_f 。

3 模拟结果与分析

3.1 颗粒形状的影响

将模拟获得的颗粒柱坍塌最终跑出距离和堆积高度随颗粒长宽比与块度的变化规律绘于图 4, 其中最终跑出距离和堆积高度均进行了归一化处理以便于对比。由图 4 可见, 其它条件相同时, 与低柱坍塌相比, 高柱的归一化跑出距离较大而归一化堆积高度较小, 这符合颗粒柱坍塌的一般规律^[1, 8, 13]。

由图 4 (a) 可见, 对低柱和高柱, 长宽比 $A=1$ 即球形颗粒的归一化跑出距离均是最大的, 相应的归一化堆积高度均最小; 以长宽比 $A=1$ 为转折点, 长宽比越大(颗粒越细长)或越小(颗粒越扁平), 颗粒柱坍塌的归一化跑出距离均随之减小, 相应的归一化堆积高度随之增大, 且越偏离球体颗粒长宽比的影响逐渐减弱。Hoang 等^[14]离散元模拟中也考虑了长细比增大和减小两种情况, 但其模拟结果表明在长宽比 $A=1$ 的两侧, 颗粒柱坍塌的归一化跑出距离呈现出先减小后增加的复杂变化规律。崔激等^[12]和 Gong 等^[15]离散元模拟中均考虑了颗粒长宽比从 1 增大的情况, 且本文所得规律与他们的一致。

由图 4 (b) 可见, 对低柱和高柱, 随着颗粒块度 B 的增加, 颗粒由球体向立方体演变, 颗粒柱坍塌的归一化跑出距离随之减小, 相应的归一化堆积高度随

之增大, 且越偏离球体颗粒块度的影响逐渐减弱。该结果与 Hoang 等^[14]和 Gong 等^[15]所得结果一致。

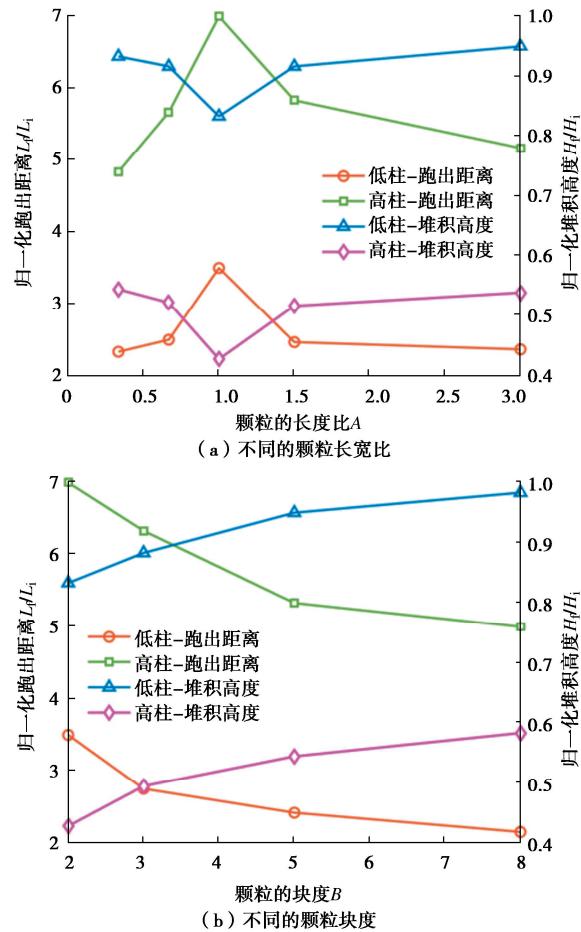


图 4 不同颗粒形状颗粒柱坍塌的最终跑出距离和堆积高度

Fig. 4 Final runout distance and deposit height of granular column collapse with different particle shapes

下面以高柱为例分析不同颗粒形状对颗粒柱坍塌过程的影响及其细观机制。图 5 所示为 $A1-B2$ (球体)、 $A1-B5$ (立方体) 和 $A0.333-B2$ (扁椭球) 等 3 个高柱在坍塌过程中 0.1, 0.25 s 时的颗粒速度云图。图 6 所示为 $A1-B2$ 和 $A0.333-B2$ 颗粒柱坍塌过程中归一化能量的演化曲线, 包括归一化的重力势能、平动动能和耗散能, 这些能量均相对于初始颗粒柱的势能进行归一化, 具体计算方法可参见文献[12, 14, 15]。

由图 5, 6 可见, 颗粒柱坍塌过程总体上可分为垮塌加速、调整过渡及滑移减速等 3 个阶段。在垮塌加速(约 0~0.1 s)阶段, 颗粒重力势能降低的速率逐渐加快, 颗粒的平动动能快速增长, 但耗散能增长较慢, 颗粒柱浅部颗粒速度较大, 往内部颗粒速度逐渐减小, 左下部颗粒速度基本为 0 即存在一个“静态核”区域。在这一阶段, 相对于 $A1-B2$ 球形颗粒, $A1-B5$ 和 $A0.333-B2$ 等非球形颗粒的上部垮塌要更快, 其重力势能较小而平动动能较大。

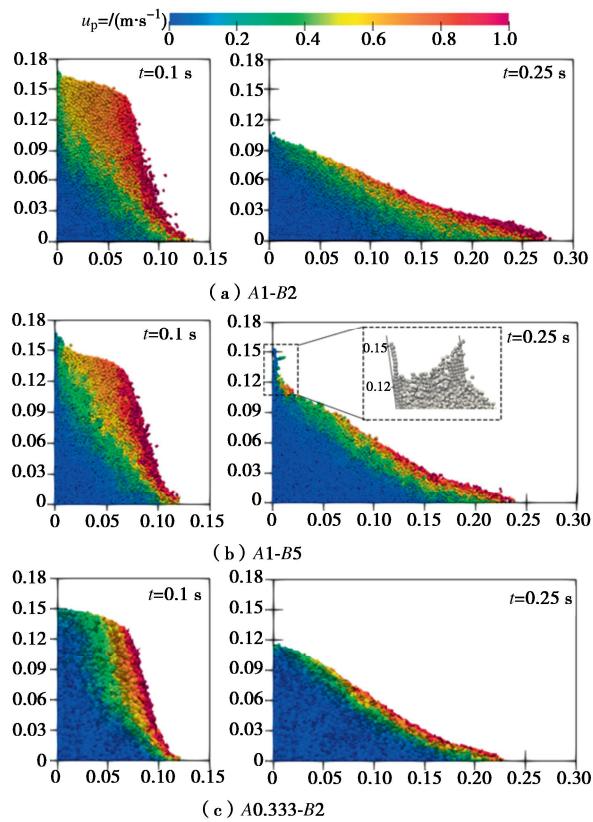


图 5 不同颗粒形状颗粒柱在坍塌过程中的颗粒速度云图

Fig. 5 Particle velocity contour plots for granular column collapse with different particle shapes

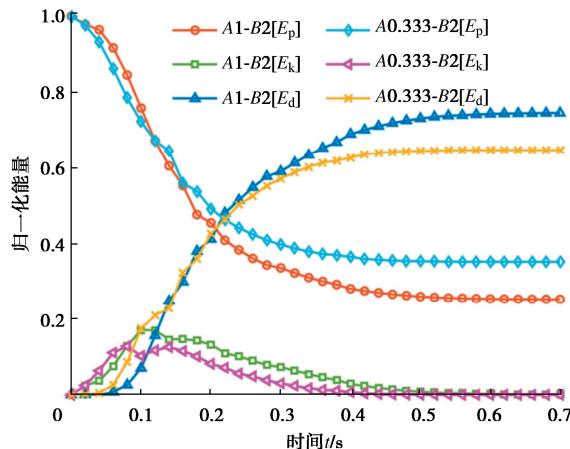


图 6 A1-B2 和 A0.333-B2 颗粒柱坍塌过程中的能量演化

Fig. 6 Energy evolution during granular column collapse with particle A1-B2 and A0.333-B2

由图 5, 6 可见, 当 $t=0.1\sim0.2$ s 时, 颗粒柱从垮塌加速阶段往滑移减速阶段过渡, 由于非球形颗粒在初期垮塌后充分接触且存在较强的互锁力, 故不易滑移流动, 其形成的“静态核”区域明显更大, 此时球形颗粒的重力势能降低速率快于非球形颗粒, 其平动能已大于非球形颗粒, 耗散能增长速率也显著提高。在滑移减速阶段, 前端及浅层颗粒往前滑移运动, 运动颗粒逐渐减少, 颗粒速度也逐渐降低, 颗粒重力势能和平动能也渐趋稳定, 耗散能在经历一大幅增长

后也逐渐平稳。当 $t=0.25$ s 时, 非球形颗粒试样中前端和浅层的滑移颗粒较少, 其跑出距离也已明显小于球形颗粒试样, 相应的堆积高度更高。此外, A1-B5 的立方体试样中在左边界及其拐角处有部分颗粒堆叠, 这一点在 Hoang 等^[4]的模拟中也有发现。

图 7 为 3 个归一化能量的特征值随颗粒长宽比和块度的变化, 包括最终的重力势能、最大的平动能及总的耗散能。由图 7 (a) 可见, 随颗粒长宽比越来越偏离 1, 颗粒柱坍塌的最终重力势能逐渐提高, 总的耗散能与最大平动能逐渐降低。由图 7 (b) 可见, 随颗粒块度的增加, 试样的最终重力势能逐渐提高, 而总的耗散能与最大平动能逐渐降低。由此可知, 颗粒柱坍塌的最终堆积高度 (图 4) 与最终重力势能有较强的相关性, 最终跑出距离与总耗散能及最大平动能有较强的相关性。因此, 颗粒柱坍塌中能量的转化演变过程与其运动堆积特征具有密切关联。

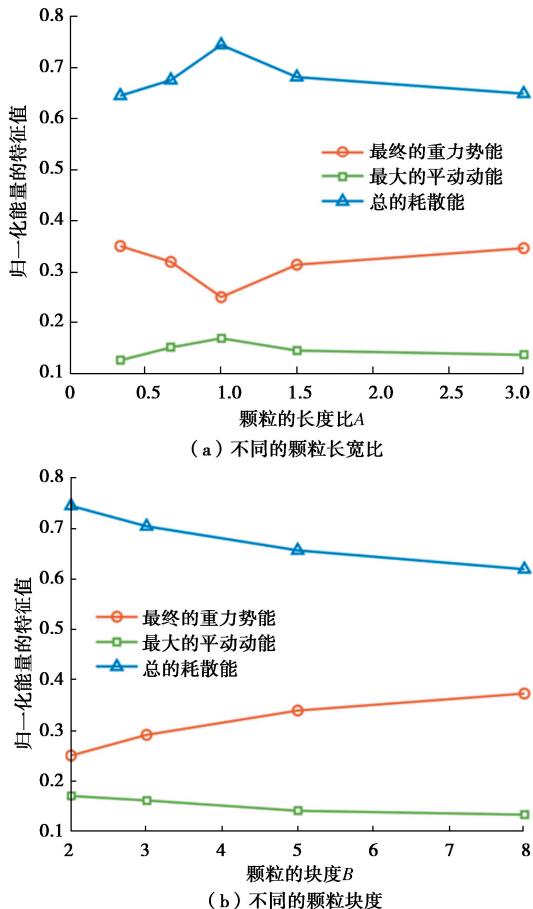


图 7 不同颗粒形状颗粒柱坍塌的归一化能量特征值

Fig. 7 Characteristic values of normalized energy for granular column collapse with different particle shapes

为了探究颗粒柱坍塌过程中细观接触结构的演化规律, 将颗粒配位数与平均接触法向力随时间的演化绘于图 8, 9, 颗粒配位数反映模型中单个颗粒与周围其它颗粒的平均接触数, 平均接触法向力由各颗粒间接触法向力大小的绝对值之和除以总的接触数得到,

反映了颗粒间的相互作用强度。由图 8,9 可见, 在初期的垮塌加速阶段, 颗粒配位数和平均接触法向力均快速急剧降低, 在 0.1~0.2 s 左右的过渡阶段, 颗粒配位数和平均接触法向力均出现较大起伏波动, 在滑移减速阶段颗粒配位数逐渐增加到稳定值而平均接触法向力逐渐减小到稳定值。颗粒配位数和平均接触法向力的上述变化过程反映了颗粒柱坍塌过程中颗粒间的跌落分离、碰撞及滑移等复杂的运动机制。由图 8,9 也可看出, 在滑移减速阶段, 颗粒形状越不规则, 其配位数越高且平均接触法向力越大, 这说明此时颗粒间接触多且接触强度高, 颗粒间相互作用较强, 颗粒结构更加稳定, 故其流动性降低。需要说明的是, 由于模型中颗粒杨氏模量取值较实际岩土颗粒小, 故图 9 中平均接触法向力仅用于说明接触力的变化趋势及对比不同颗粒形状的影响, 其具体取值可能与实际有差异。

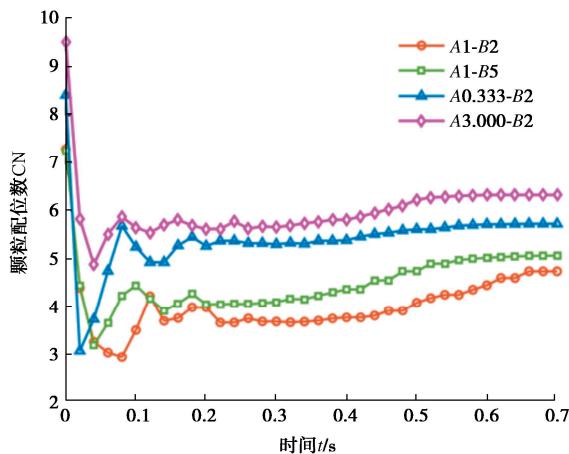


图 8 不同颗粒形状颗粒柱坍塌过程中配位数的演化

Fig. 8 Evolution of coordination number during granular column collapse with different particle shapes

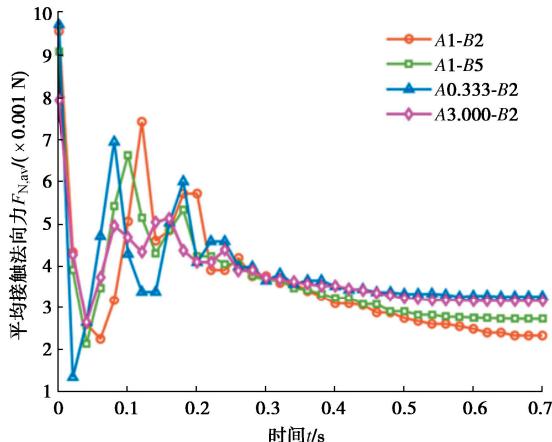


图 9 不同颗粒形状颗粒柱坍塌过程中平均接触法向力的演化
Fig. 9 Evolution of average contact normal force during granular column collapse with different particle shapes

3.2 颗粒倾角的影响

针对 A3-B2 长椭球颗粒, 颗粒长轴按不同倾角定

向排列形成的颗粒柱坍塌后的归一化最终跑出距离和归一化最终堆积高度如图 10 所示。由图 10 可见, 对于低柱, 其跑出距离随颗粒长轴倾角的增大而有所增加, 颗粒长轴倾角为 90° 时堆积高度略微降低, 其它的归一化最终堆积高度都近似为 1。对于高柱, 其跑出距离随颗粒长轴倾角的增加先增大后减小, 颗粒长轴倾角为 90° 时跑出距离最大; 初始颗粒倾角为 0° 的颗粒柱的堆积高度最高, 其它情形的堆积高度差别较小。从图 4, 10 可知, 除颗粒长轴倾角为 0° 的试样外, 颗粒倾角对颗粒柱坍塌最终跑出距离和最终堆积高度的影响明显小于颗粒形态的影响, 且变化规律较复杂。

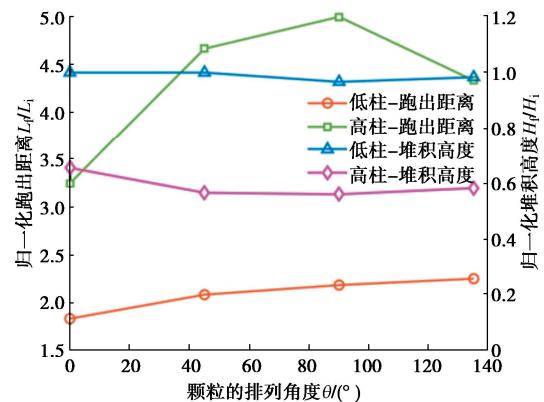


图 10 不同颗粒倾角颗粒柱坍塌的最终跑出距离和堆积高度

Fig. 10 Final runout distance and deposit height of granular column collapse with different particle orientations

图 11 为各颗粒倾角的高柱在 3 个典型时刻的颗粒速度云图。图 12 为初始颗粒长轴倾角为 90°, 135° 的高柱在坍塌过程中颗粒长轴倾角的极坐标直方图, 反映了在各倾角区间内颗粒数量百分比的变化。图 13 所示为各颗粒倾角的高柱在坍塌过程中归一化重力势能、平动动能和耗散能的演化曲线。

由图 11 可见, 初始颗粒倾角为 0° 的颗粒柱的坍塌模式明显不同于其它 3 个颗粒柱。如图 11 (a) 所示, 在坍塌初期的 $t=0.05$ s, 呈近似水平排列的各颗粒形成的细观结构较稳定, 难以在自重下垮塌, 但由于挡板的瞬间撤离, 颗粒柱右侧临空面的中下部若干局部颗粒被挤出且速度较大; 在 $t=0.15$ s 时, 局部挤出的颗粒以及上部滑塌的颗粒一起往下运动并堆积; 在 $t=0.3$ s 后, 局部颗粒挤出停止, 主要是上部颗粒的逐渐滑塌并堆积于坡脚, 该过程持续较长时间, 直至 3.1 s 才基本停止。由图 13 可见, 初始颗粒倾角为 0° 的颗粒柱的归一化平动动能和耗散能明显低于其它颗粒倾角的情形, 而归一化的重力势能则明显较高。Tapia-McClung 等^[8]也指出颗粒长轴近水平排列的颗粒柱难以发生流动。

现在将初始颗粒倾角为 90° 即颗粒长轴竖直排

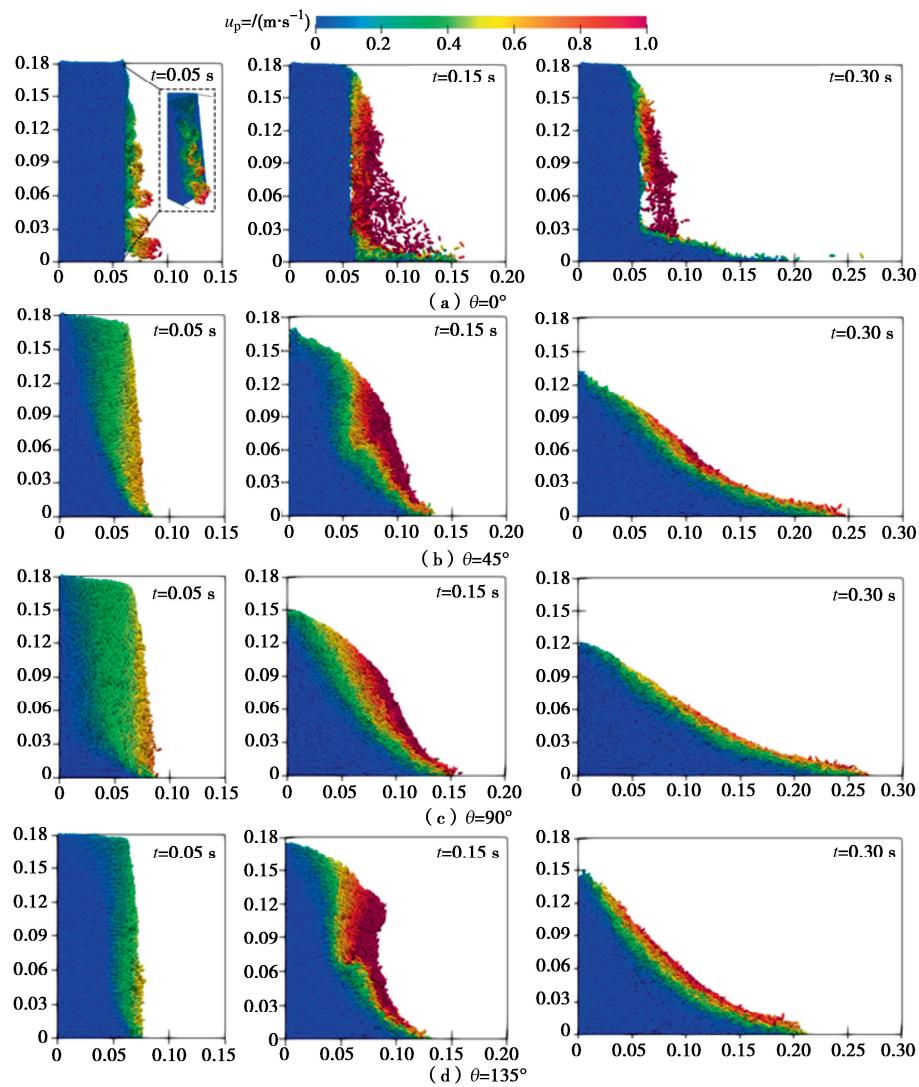


图 11 不同颗粒倾角颗粒柱在坍塌过程中的颗粒速度云图

Fig. 11 Particle velocity contour plots for granular column collapse with different particle orientations

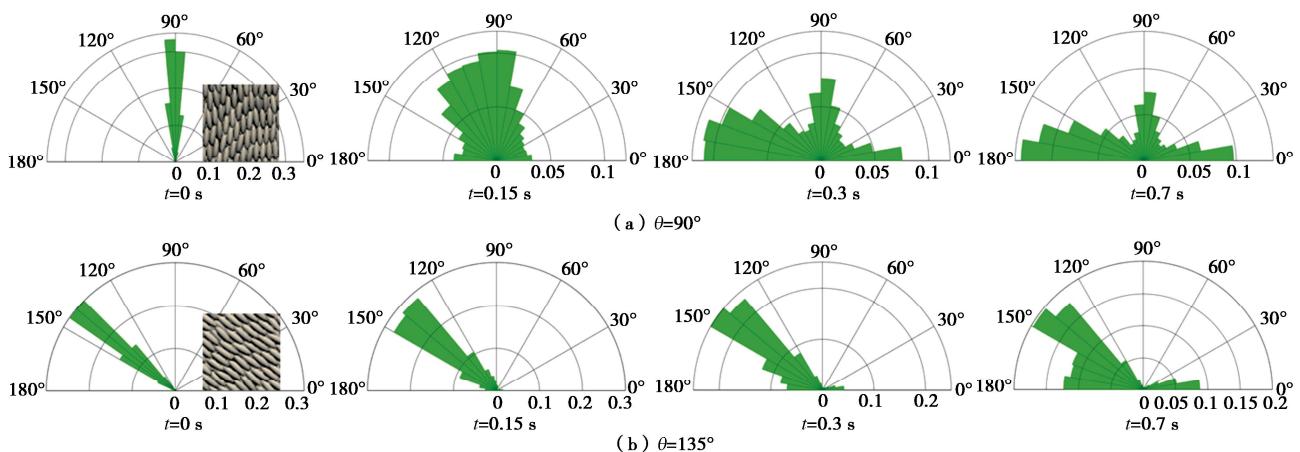


图 12 初始颗粒长轴倾角为 90° 和 135° 的颗粒柱在坍塌过程中的颗粒长轴倾角分布

Fig. 12 Particles orientation during granular column collapse with an initial particle long axis orientation angle of 90° and 135°

列的颗粒柱与初始颗粒倾角为 135° 即颗粒近顺坡向 (堆积后的斜坡) 排列的颗粒柱进行对比。由图 11~13 可见, 在坍塌初期的 $t=0.05$ s, 初始倾角为 90° 的颗粒在重力作用下更容易失稳, 试样中相当一部分颗粒发生运动, 而初始倾角为 135° 的颗粒柱中只有一

小部分靠近临空面的颗粒产生运动。到 $t=0.15$ s 时, 初始倾角为 90° 的颗粒柱中有相当一部分颗粒发生了顺时针或逆时针的旋转且以转向顺坡向的逆时针旋转为主, 而初始倾角为 135° 的颗粒柱中颗粒旋转较少。在 $t=0.15$ ~0.3 s, 由于初始倾角为 90° 的颗粒更容

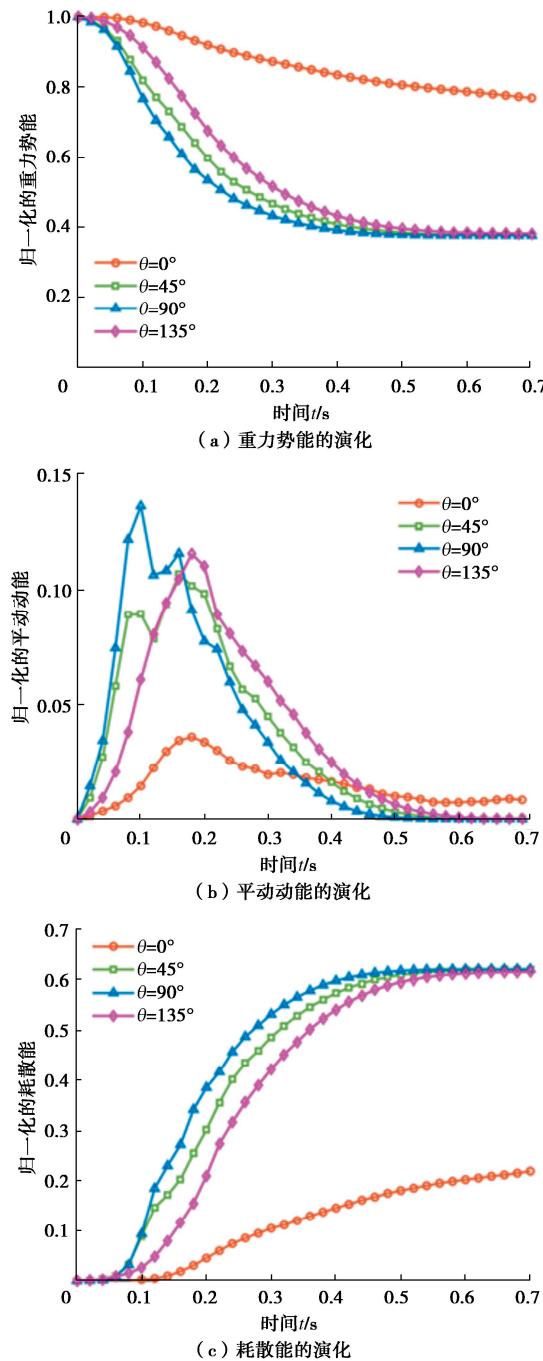


图 13 不同颗粒倾角颗粒柱坍塌过程中的能量演化

Fig. 13 Energy evolution during granular column collapse with different particle orientations

易失稳并旋转, 颗粒间位置也更易调整, 其重力势能降低更快, 颗粒平动能更快地增加到峰值且该峰值较大, 相应地耗散能也更早开始上升, 故到 $t=0.15$ s 时初始倾角为 90° 的颗粒柱的跑出距离更远而堆积高度更低。在 $t=0.15$ s 后, 初始倾角为 90° 的颗粒转向以滑移为主并逐渐减速, 与之相比, 初始倾角为 135° 时, 由于所有颗粒都呈近顺坡向排列, 故更容易发生滑移, 由图 11 (d) 可看到其发生滑移的范围更深且速度较大, 此阶段其重力势能也降低的更快, 平

动动能也较大, 耗散能也快速增加, 跑出距离增大而堆积高度变小。在颗粒柱坍塌的后期, 前端颗粒呈近水平排列, 颗粒形状和摩擦系数均相同, 故两者差别较小。

综上分析可知, 颗粒柱坍塌前期以垮塌加速为主, 初始倾角为 90° 的颗粒更容易倾倒垮塌, 初始倾角为 45° 的颗粒次之, 而初始倾角为 135° 的颗粒不易倾倒; 而坍塌中期则开始以滑移为主, 初始倾角为 135° 的颗粒更容易滑移; 坍塌后期, 两者前端颗粒排列相似, 故无明显差异。对于低柱, 其坍塌的运动模式以滑移为主^[13-14], 故初始倾角为 135° 的颗粒柱的最终跑出距离稍远些; 对于高柱, 前期垮塌效应明显, 故初始颗粒倾角为 90° 的颗粒柱的最终跑出距离最远。综合来看, 尽管颗粒倾角对坍塌过程中的颗粒运动和能量演化产生了一定影响, 但最终的归一化重力势能、平动能和耗散能趋于一致, 因此其对最终跑出距离和最终堆积高度的影响较颗粒形状要小。

3 结 论

(1) 相对于长宽比为 1 (各向等长) 的情形, 长宽比越大 (越细长) 或越小 (越扁平), 颗粒柱坍塌的最终跑出距离减小而最终堆积高度增加。

(2) 随着颗粒块度的增加 (棱角越突出), 颗粒柱坍塌的最终跑出距离减小而最终堆积高度增加。

(3) 初始颗粒长轴倾角近 0° (水平) 的颗粒柱的最终跑出距离明显小于其它颗粒倾角的情形, 且呈现出先在侧向自由面局部颗粒被挤出、而后位于上部的颗粒逐渐滑落的独特运动模式。

(4) 对于低柱, 其坍塌的运动模式以滑移为主, 初始颗粒长轴倾角近 135° (近堆积斜坡的顺坡向) 的颗粒柱的最终跑出距离最远; 对于高柱, 前期垮塌效应明显, 初始颗粒长轴倾角近 90° (直立) 的颗粒柱的最终跑出距离最远。

利益冲突声明/Conflict of Interests: 所有作者声明不存在利益冲突。All authors disclose no relevant conflict of interest.

作者贡献/Authors' Contributions: 金磊、叶阳参与研究内容设计, 叶阳提供模拟指导, 金磊、孙瀚卿完成模拟和分析, 金磊、叶阳、孙瀚卿参与论文写作和修改。所有作者均阅读并同意最终稿件的提交。This study was designed by JIN Lei and YE Yang. The simulations were supervised by YE Yang. The simulations and analyses were conducted by JIN Lei and SUN Hanqing. The manuscript was drafted and revised by JIN Lei, YE Yang and SUN Hanqing. All the authors have read the last version of manuscript and consented for submission.

参考文献:

- [1] LUBE G, HUPPERT H E, SPARKS R S, et al. Collapses of two-dimensional granular columns[J]. *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 2005, **72**(4): 041301.
- [2] TREPANIER M, FRANKLIN S V. Column collapse of granular rods[J]. *Physical Review E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2010, **82**(1): 011308.
- [3] BOUGOUIN A, LACAZE L, BONOMETTI T. Collapse of a liquid-saturated granular column on a horizontal plane[J]. *Physical Review Fluids*, 2019, **4**(12): 124306.
- [4] CROSTA G B, IMPOSIMATO S, RODDEMAN D. Numerical modeling of 2-D granular step collapse on erodible and nonerodible surface[J]. *Journal of Geophysical Research (Earth Surface)*, 2009, **114**(F3): F03020.
- [5] CECCATO F, LEONARDI A, GIRARDI V, et al. Numerical and experimental investigation of saturated granular column collapse in air[J]. *Soils and Foundations*, 2020, **60**(3): 683-696.
- [6] KERMANI E, QIU T. Simulation of quasi-static axisymmetric collapse of granular columns using smoothed particle hydrodynamics and discrete element methods[J]. *Acta Geotechnica*, 2020, **15**(2): 423-437.
- [7] KERMANI E, QIU T, LI T B. Simulation of collapse of granular columns using the discrete element method[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2015, **15**(6): 04015004.
- [8] TAPIA-MCCLUNG H, ZENIT R. Computer simulations of the collapse of columns formed by elongated grains[J]. *Physical Review E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2012, **85**(6): 061304.
- [9] JING L, YANG G C, KWOK C Y, et al. Dynamics and scaling laws of underwater granular collapse with varying aspect ratios[J]. *Physical Review E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2018, **98**(4): 042901.
- [10] 张成功, 尹振宇, 吴则祥, 等. 颗粒形状对粒状材料圆柱塌落影响的三维离散元模拟[J]. *岩土力学*, 2019, **40**(3): 1197-1203. (ZHANG Chenggong, YIN Zhenyu, WU Zexiang, et al. Three-dimensional discrete element simulation of influence of particle shape on granular column collapse[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2019, **40**(3): 1197-1203. (in Chinese))
- [11] MAN T, HUPPERT H E, LI L, et al. Deposition morphology of granular column collapses[J]. *Granular Matter*, 2021, **23**(3): 59.
- [12] 崔 濩, 魏 杰, 王 超, 等. 考虑颗粒级配和形态的颗粒柱坍塌特性离散元模拟[J]. *岩土工程学报*, 2021, **43**(12): 2230-2239. (CUI Wei, WEI Jie, WANG Chao, et al. Discrete element simulation of collapse characteristics of particle column considering gradation and shape[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2021, **43**(12): 2230-2239. (in Chinese))
- [13] LAI Z Q, JIANG E H, ZHAO L J, et al. Granular column collapse: Analysis of inter-particle friction effects[J]. *Powder Technology*, 2023, **415**: 118171.
- [14] HOANG U T, NGUYEN N H T. Particle shape effects on granular column collapse using superquadric DEM[J]. *Powder Technology*, 2023, **424**: 118559.
- [15] GONG J, CHENG L P, LIU M, et al. The effect of particle shape on the collapse characteristics of granular columns via the DEM[J]. *Advanced Powder Technology*, 2024, **35**(1): 104283.
- [16] 蒋明镜, 陈 添, 刘静德, 等. 沉积角对净砂宏观力学特性影响的离散元分析[J]. *岩土力学*, 2016, **37**(2): 554-562. (JIANG Mingjing, CHEN Tian, LIU Jingde, et al. Discrete element analysis of effects of sedimentary angle on macro-micromechanical properties of pure sand[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, **37**(2): 554-562. (in Chinese))
- [17] SOLTANBEIGI B, PODLOZHNYUK A, PAPANICOLOPULOS S A, et al. DEM study of mechanical characteristics of multi-spherical and superquadric particles at micro and macro scales[J]. *Powder Technology*, 2018, **329**: 288-303.
- [18] 王嗣强, 季顺迎. 基于超二次曲面的颗粒材料缓冲性能离散元分析[J]. *物理学报*, 2018, **67**(9): 182-193. (WANG Siqiang, JI Shunying. Discrete element analysis of buffering capacity of non-spherical granular materials based on super-quadric method[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, **67**(9): 182-193. (in Chinese))
- [19] ZHAO Y Z, XU L, UMBANHOWAR P B, et al. Discrete element simulation of cylindrical particles using super-ellipsoids[J]. *Particuology*, 2019, **46**: 55-66.
- [20] GAO X, YU J, PORTAL R J F, et al. Development and validation of SuperDEM for non-spherical particulate systems using a superquadric particle method[J]. *Particuology*, 2022, **61**: 74-90.