

DOI:

基于有限元-边界元耦合方法的嵌岩群桩时效行为研究

陈远峰^{1,2,3,4}, 艾智勇^{*4}, 马占国^{2,3}, 叶梓坤⁴, 茅献彪^{2,3}

(1. 新疆大学地质与矿业工程学院, 新疆 乌鲁木齐 830046; 2 中国矿业大学力学与土木工程学院, 江苏 徐州 221116; 3. 中国矿业大学深地工程智能建造与健康运维全国重点实验室, 江苏 徐州 221116; 4. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘要: 针对嵌岩群桩的时效行为, 本文采用有限元法将群桩离散为单桩与桩单元, 通过三节点轴力杆来模拟桩单元, 组装得到群桩的总刚度矩阵方程; 引入分数阶 Merchant 模型及分数阶 Poyting-Thomson 模型, 以分别描述上覆土体与饱和软岩的黏弹性特征; 然后根据饱和岩土介质与嵌岩群桩相互作用的耦合方程, 并考虑承台处的受力平衡及位移协调条件, 推导得到竖向受荷嵌岩群桩各基桩桩顶反力及承台位移的矩阵解答; 结合李氏比拟法及 Laplace 积分变换技术, 最终得到竖向受荷嵌岩群桩时效问题的解答。设计数值算例讨论岩体分数阶次及黏弹性参数对嵌岩群桩时效行为的影响, 结果表明: 嵌岩群桩的承台变形和各基桩桩顶反力随时间逐渐增大并趋于稳定。

关键词: 分数阶 Merchant 模型; 分数阶 Poyting-Thomson 模型; 饱和软岩; 嵌岩群桩; 时效行为

中图分类号: TU473 文献标识码: A 文章编号:

作者简介: 陈远峰(1989 -), 男, 博士, 师资博士后, 主要从事岩土及地下工程方面的研究工作。E-mail: chenyuanf0418@cumt.edu.cn。

Research on time-dependent behavior of rock-socketed pile group based on FEM-BEM coupling method

CHEN Yuan-feng^{1,2,3,4}, AI Zhi-yong^{*4}, MA Zhan-guo^{2,3}, YE Zi-kun⁴, MAO Xian-biao^{2,3}

(1. College of Geology and Mines Engineering, Xinjiang University, Urumqi 830046, China; 2. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 3. State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 4. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: For the time-dependent behavior of rock-socketed pile groups, the finite element method is utilized to discretize the pile group into singles and pile elements, and the global stiffness matrix equation of the pile group can be obtained by assembling the pile elements simulated by the three-nodal axial rod. Then, the fractional Merchant model and the fractional Poyting-Thomson model are introduced to describe the viscoelastic characteristics of the overlying soil layer and saturated soft rock, respectively. Based on the coupling equation of the interaction between the saturated rock-soil mass and the rock-socketed pile group, and the equilibrium condition and the compatibility condition of pile cap, the matrix solution of the top reaction force of each single pile and the displacement of the cap is derived. Combining Li's analogy method and the Laplace transformation technology, the solution to the time-dependent behavior of vertically loaded rock-socketed pile group is finally obtained. Some examples are designed to discuss the influence of the fractional order and the viscoelastic parameter of rock mass on the time-dependent behavior of the pile group, showing that the deformation of the pile cap and the top reaction force of each pile in rock-socketed pile group gradually increases over time and eventually stabilize.

Key words: fractional merchant model; fractional Poyting-Thomson model; saturated soft rock; rock-socketed pile group; time-dependent behavior

0 引言

为满足各种高层或超高层建筑、大型机场与桥梁等重型结构的承载要求, 嵌岩桩得到了广泛应用。由于嵌岩单桩的承载与抗变形能力有限, 工程实践中更

基金项目: 国家重点研发计划项目(NO. 2019YFE0118500), 江苏省卓越博士后计划项目(NO. JB0205039)

收稿日期: 2024-08-4

*通讯作者 (zhiyongai@tongji.edu.cn)

多地采用嵌岩群桩来支撑上部结构，以降低基础的沉降、提高地基承载力^[1]。另一方面，在我国江西、安徽、江苏等华东地区，普遍发育着以泥质粉砂岩和泥岩为主的泥质软岩，且其上方往往覆盖着第四纪松散沉积物；此类岩体往往强度较低，渗水、吸水性好，故其流变特性十分显著^[2]。近年来，嵌岩桩基在该地区的大型桥梁、码头等重型结构中得到广泛应用^[3,4]。由此可见，开展黏弹性饱和岩土介质与竖向受荷嵌岩群桩相互作用时效问题研究，对于我国华东地区嵌岩桩基设计施工具有重要的学术和工程应用价值。

胡念等^[5]采用有限元软件 ANSYS 对加卸载条件下超长嵌岩钻孔灌注群桩的承载特性和受力机理进行了研究。邢皓枫等^[6]根据赫章特大桥复杂地质情况，采用三维有限元方法研究了超大直径嵌岩群桩的受力特性及其变化规律。徐徽^[7]则以深圳平安大厦大直径扩底嵌岩桩为工程背景，采用 FLAC3D 软件对嵌岩群桩基础的沉降规律及承载机理进行了分析。王明珉等^[8]利用有限元软件 PLAXIS，对既有嵌岩群桩基础间增补非嵌岩短桩的作用机理及荷载分配规律进行了研究。Chen et al.^[11]则基于有限元-边界元耦合方法，对层状饱和岩土体与竖向受荷嵌岩群桩相互作用问题进行了分析。周火明等^[9]通过桩-软岩复合地基缩尺模型载荷试验，研究了桩身应力、桩底压力、承台下软岩压力以及软岩深部变形的时效特征。实际上，岩土介质具有明显的成层性、各向异性和流变性^[10-14]。但目前还未见到考虑各向异性及流变特性的成层岩土体与嵌岩群桩相互作用的研究报道。因此，本文进一步基于有限元-边界元耦合方法，对黏弹性饱和岩土与竖向受荷嵌岩群桩相互作用时效问题进行研究，并分别讨论分数阶次以及岩体黏弹性参数等因素对嵌岩群桩受力变形时效特征的影响。相关研究成果不仅有助于完善岩土体与嵌岩桩基的相互作用理论，具有重要的理论意义和学术价值；还能为嵌岩桩基的优化设计与施工提供指导，并为既有嵌岩桩基工程的承载变形预测及灾害防治提供科学依据，具有广阔的工程应用前景。

1 分析方法

首先建立如图 1 所示的计算模型，其中嵌岩群桩基础由 n_p 根相同的基桩和一个刚性承台组成。对于浅层土体以及下层岩体，由于 Merchant 模型能够较全面地反映实际工程中所遇到的软土的应力松弛和蠕变特性，该模型在软土流变分析中得到了广泛的应用，因此这里选择 Merchant 模型来描述浅层土体的黏弹性响应^[15]。另一方面，对于软弱岩石以及含有泥质充填

物和夹层破碎带的岩体或者承受的外部荷载较大时，其流变特性十分显著，而 Poynting-Thomson 模型能够反映岩体瞬时变形后的长期黏滞效应，因此可采用该模型来描述此类岩体的流变特征^[16]。相比于整数阶黏弹性模型，分数阶黏弹性模型能够更准确地描述地基的流变特性^[10, 12]。

为了简化分析，对模型做出如下假设^[1]：（1）岩土体为横观各向同性弹性介质且均匀、密实和连续；（2）岩土介质渗流满足达西定律，并考虑渗透各向异性的影响；（3）岩土介质先期自重沉降（固结）已完成，故不考虑体力的影响；（4）饱和岩土体各个参数在沉降过程中保持不变；（5）桩的受力变形特性符合一维压缩杆理论；（6）岩土体的连续性不因桩的存在而改变；（7）群桩承台视为完全刚性，且不与岩土体接触；（8）各基桩桩顶与承台之间视为刚性连接。

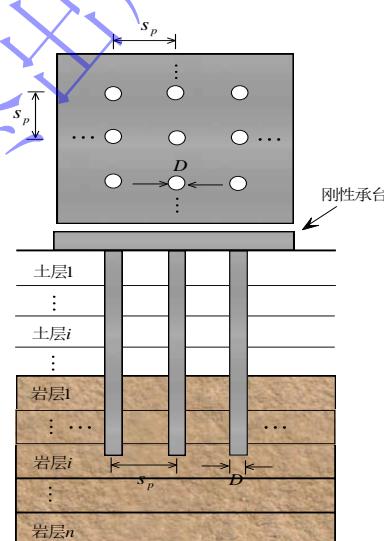


图 1 层状黏弹性饱和岩土中的嵌岩群桩

Fig.1 Rock-socketed pile group in layered viscoelastic saturated rock-soil mass

1.1 嵌岩群桩刚度矩阵方程的推导

对于图 1 由 n_p 根基桩组成的群桩，将每根基桩划分成 m 个单元，为了提高计算效率，采用文献^[11]中所使用的三节点轴力杆单元对各基桩进行离散，则任意基桩 i 的刚度矩阵方程可表示为：

$$\mathbf{K}_p^i \mathbf{U}_p^i(t) = \mathbf{F}_p^i(t) - \mathbf{Q}_p^i(t) \quad (1)$$

式中： $\mathbf{U}_p^i(t)$ 为 t 时刻 i 基桩节点的竖向位移向量，

$$\mathbf{U}_p^i(t) = [u_{1z}^i \quad u_{2z}^i \quad \dots \quad u_{(2m+1)z}^i]^T, \text{ 其中 } u_{jz}^i \text{ 为 } i \text{ 桩 } j \text{ 节}$$

点的竖向位移； $\mathbf{F}_p^i(t)$ 为 i 基桩桩顶的外荷载向量，

$$\mathbf{F}_p^i(t) = \begin{bmatrix} F^i & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{(2m+1)}^T, \text{ 其中 } F^i \text{ 为作用在 } i \text{ 桩桩}$$

顶的外荷载; $\mathbf{Q}_p^i(t)$ 为 i 桩桩侧摩阻力与端阻力形成的等效反力向量, 参考文献^[14]中的做法, 本文采用简化的处理方式, 将桩身侧摩阻力和端阻力等效至桩单元的节点上, 因此 $\tilde{\mathbf{Q}}_p^i(t) = [q_{1z}^i \ q_{2z}^i \ \dots \ q_{(2m+1)z}^i]^T$,

其中的 q_{jz}^i 为 i 桩 j 节点处的等效竖向应力; \mathbf{K}_p^i 为 i 桩的刚度矩阵, 其表达式为:

$$\mathbf{K}_p^i = \frac{E_{pi} A_i}{3l_i} \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ -8 & 16 & -8 & 0 & & & & & \vdots \\ 1 & -8 & 14 & -8 & 1 & & & & \vdots \\ 0 & 0 & -8 & \ddots & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & 1 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & 14 & -8 & 1 & & & \\ \vdots & \vdots & & & -8 & 16 & -8 & & \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & -8 & 7 \end{bmatrix}_{(2m+1) \times (2m+1)} \quad (2)$$

式中: $l_i = L^i/m$, l_i 为 i 桩的单元长度, L^i 为基桩 i 桩长; E_{pi} 和 A_i 分别为基桩 i 的弹性模量和横截面积。

对于由 n_p 根基桩组成的嵌岩群桩, 将式(1)扩展到每根基桩的分析中, 可得到群桩的总矩阵方程为:

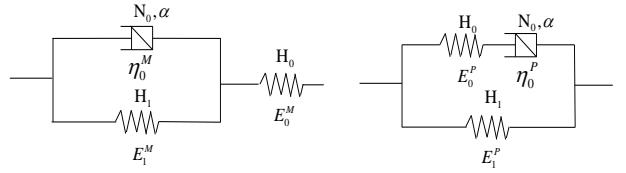
$$\mathbf{K}_p \mathbf{U}_p(t) = \mathbf{F}_p(t) - \mathbf{Q}_p(t) \quad (3)$$

式 中 : $\mathbf{U}_p(t) = [\mathbf{U}_p^1 \ \mathbf{U}_p^2 \ \dots \ \mathbf{U}_p^{n_p}]^T$,
 $\mathbf{F}_p(t) = [\mathbf{F}_p^1 \ \mathbf{F}_p^2 \ \dots \ \mathbf{F}_p^{n_p}]^T$,
 $\mathbf{Q}_p(t) = [\mathbf{Q}_p^1 \ \mathbf{Q}_p^2 \ \dots \ \mathbf{Q}_p^{n_p}]^T$, \mathbf{K}_p 为群桩的总刚度矩阵, 其具体表达式为:

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_p^1 & & & \mathbf{0} \\ & \mathbf{K}_p^2 & & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & \mathbf{K}_p^{n_p} \end{bmatrix} \quad (4)$$

1.2 岩土体柔度矩阵方程的建立

本文分别采用分数阶 Merchant 模型及分数阶 Poyting-Thomson 模型(简称 PTh 模型)来描述浅层土体以及下层岩体的黏弹性行为, 相关模型如图 2 所示, 图中 H_0 、 H_1 和 N_0 分别表示 Hook 体与 Abel 黏壶。



(a) 分数阶 Merchant 模型 (b) 分数阶 PTh 模型

Fig.2 Two fractional viscoelastic models

对于分数阶 Merchant 及分数阶 PTh 模型, 文献已经推导出了其本构模型表达式^[10, 12], 如下所示:

$$\sigma + \frac{\eta_0^M}{E_0^M + E_1^M} \frac{d^\alpha \sigma}{dt^\alpha} = \frac{E_0^M E_1^M}{E_0^M + E_1^M} \varepsilon + \frac{\eta_0^M E_0^M}{E_0^M + E_1^M} \frac{d^\alpha \varepsilon}{dt^\alpha} \quad (5)$$

$$\frac{E_0^P}{\eta_0^P} \sigma + \frac{d^\alpha \sigma}{dt^\alpha} = \frac{E_0^P E_1^P}{\eta_0^P} \varepsilon + (E_0^P + E_1^P) \frac{d^\alpha \varepsilon}{dt^\alpha} \quad (6)$$

式中: d^α/dt^α 为 R-L 型微分算子; E_0^M 、 E_1^M 、 η_0^M 分别为 Merchant 模型的弹性模量与黏滞系数; E_0^P 、 E_1^P 、 η_0^P 分别为 PTh 模型的弹性模量与黏滞系数; α 为分数阶次; σ 和 ε 分别为应力与应变; 上标 M 和 P 分别代表 Merchant 模型和 PTh 模型。

对于各向同性岩土介质, 在泊松比不变的假设下, 岩土介质的弹性模型 E 控制其应力-应变之间的关系, 因此可在 Laplace 变换域内将弹性解答中的弹性模量用柔度系数 $\tilde{V}(s) = \tilde{\varepsilon}(s)/\tilde{\sigma}(s)$ 的倒数进行替换, 从而实现弹性与黏弹性的对应。对于图 2 所示分数阶 Merchant 模型以及分数阶 PTh 模型, 当初始应力与应变为零时, 其在 Laplace 变换域内的柔度系数分数为:

$$\tilde{V}(s) = \frac{1}{E_0^M} + \frac{1}{E_1^M + s^\alpha \eta_0^M} \quad (7)$$

$$\tilde{V}(s) = \frac{\eta_0^P s^\alpha + E_0^P}{E_1^P (\eta_0^P s^\alpha + E_0^P) + \eta_0^P s^\alpha E_0^P} \quad (8)$$

式中: s 为对应于时间 t 的 Laplace 变换系数。

但对于横观各向同性介质, 由于其应力-应变关系由多个材料参数共同控制, 因此应引入横观各向同性介质的其它柔度系数。在泊松比不变的假设下, 横观各向同性体的应力与应变均是与时间有关的变量, 它们在 Laplace 变换域内对应的水平向、竖向以及切向的柔度系数分别为:

$$\tilde{V}_h(s) = \frac{\tilde{\varepsilon}_h(s)}{\tilde{\sigma}_h(s)}, \quad \tilde{V}_v(s) = \frac{\tilde{\varepsilon}_v(s)}{\tilde{\sigma}_v(s)}, \quad \tilde{V}_g(s) = \frac{\tilde{\varepsilon}_g(s)}{\tilde{\sigma}_g(s)} \quad (9)$$

为了将弹性-黏弹性对应原理推广到横观各向同性介质中, 假定不同方向上对应的流变模型参数具有

不变的比例关系，可分别得到分数阶 Merchant 模型以及分数阶 PTh 模型对应的柔度系数为：

$$\zeta^M \tilde{V}_g(s) = \zeta^M \tilde{V}_h(s) = \tilde{V}_v(s) = \frac{1}{E_{0v}^M} + \frac{1}{E_{1v}^M + s^\alpha \eta_{0v}^M} \quad (10)$$

$$\zeta^P \tilde{V}_g(s) = \zeta^P \tilde{V}_h(s) = \tilde{V}_v(s) = \frac{\eta_{0v}^P s^\alpha + E_{0v}^P}{E_{1v}^P (\eta_{0v}^P s^\alpha + E_{0v}^P) + \eta_{0v}^P s^\alpha E_{0v}^P} \quad (11)$$

式中： ζ 和 ζ^P 分别为横向与竖向、剪切向与竖向参数间的比例系数； E_{0v}^M 、 E_{1v}^M 和 η_{0v}^M 为竖向的 Merchant 模型参数； E_{0v}^P 、 E_{1v}^P 和 η_{0v}^P 为竖向的 PTh 模型参数。

文献^[17]采用 Laplace-Hankel 积分变换方法和扩展的精细积分法，给出了竖向轴对称荷载作用下层状横观各向同性饱和岩土介质的解答，在推导过程中假设岩土体为横观各向同性介质，且其渗流满足达西定律。基于上述基本解，利用弹性-黏弹性对应原理，分别将分数阶 Merchant 模型黏弹性体以及分数阶 PTh 模型黏弹性体在 Laplace 变换域内柔度系数的倒数替换横观各向同性饱和岩土介质中土体与岩体在 Laplace 变换域内的弹性模量，再通过积分逆变换技术，即可得到对应的黏弹性问题在物理域内的解答，其求解思路如图 3 所示。



图 3 层状横观各向同性饱和岩土黏弹性求解思路

Fig.3 Solution ideas for viscoelasticity of layered transversely isotropic saturated rock-soil mass

考虑到本文解答中 Bessel 函数是震荡函数，为消除当计算点与荷载作用点重合时函数的奇异性对计算的影响，以保证数值计算的稳定性，本文 Hankel 逆变换的数值实现借鉴文献^[18]中的方法：首先以奇异点为界，将 Bessel 函数的两相邻零点作为一积分区段，把原来 Hankel 逆变换的半无限积分区间划分为多个积分分段；然后，每个分段采用 Gauss-Legendre 积分方法进行数值计算；最后，将每段积分结果进行累加便获得最终的积分值。为了提高计算效率，本文 Laplace 逆变换采用 Schapery 方法^[19]。

针对桩-土/岩相互作用问题，本文将桩-土/岩相互作用模型分解成两个部分，然后取各自隔离体进行分析。如图 4 (a) 所示，基桩采用 1.1 节所示的有限单元法进行分析，桩身同时受到外荷载以及桩-土-岩界

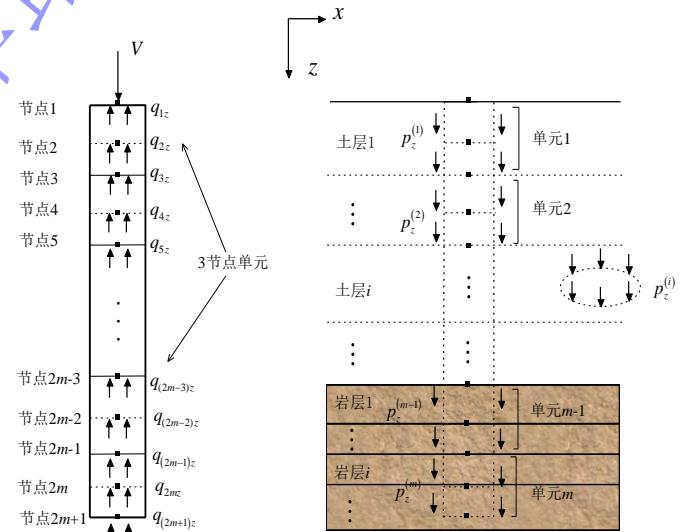
面上的侧摩阻力，且等效至桩单元的节点上，进而建立单桩刚度矩阵方程；而对于岩土体，则采用边界元法进行受力分析，如图 4 (b) 所示，岩土体在桩身位置处受到从桩传递过来的相互作用力，通过沿桩身边界进行积分，可得到整个桩身范围内的边界力引起的桩身任意点处的位移与超孔压，进而建立层状饱和岩土体的柔度或者刚度矩阵方程。

对于黏弹性饱和岩土体中的单桩，桩端与桩侧反力是随时间缓慢变化的，结合缓变荷载下饱和岩土体时间-位移解答^[11]，可分别得到 Laplace 变换域内 s 时刻缓变荷载与其对应的竖向位移与超孔压之间的关系如下：

$$\tilde{u}_z(\alpha, \beta, s) = \tilde{U}(\alpha, \beta, s) \tilde{p}(\alpha, s) \quad (12)$$

$$\tilde{\sigma}_w(\alpha, \beta, s) = \tilde{E}(\alpha, \beta, s) \tilde{p}(\alpha, s) \quad (13)$$

式中 $\tilde{U}(\alpha, \beta, s) = s \cdot \tilde{\Psi}(\alpha, \beta, s)$ 和 $\tilde{E}(\alpha, \beta, s) = s \cdot \tilde{\Phi}(\alpha, \beta, s)$ 分别为变换域内的柔度系数，它们可分别由上述黏弹性地基解^[17]获得； $\tilde{u}_z(\alpha, \beta, s)$ 、 $\tilde{\sigma}_w(\alpha, \beta, s)$ 和 $\tilde{p}(\alpha, s)$ 分别为变换域内的竖向位移、超孔压与竖向力。



(a) 作用在桩上节点力 (b) 作用在岩土体上边界力

图 4 层状岩土体与单桩相互作用示意图

Fig.4 Interaction between layered rock-soil mass and single pile

由于桩-土-岩边界为曲面，为了计算方便，将点力作用下求解的柔度系数，转换成环力作用下的柔度系数，从而避免 xoy 面上的积分，进而通过沿深度方向进行积分来求解地基的柔度系数。

对式 (12) 和式 (13) 进行积分，并把其中的积分分段定为单元 e 所对应的深度 $L^{(e)}$ ，则由该深度内所有荷载引起的 β 点的位移和超孔压为：

$$\tilde{u}_z(L^{(e)}, \beta, s) = \int_{L^{(e)}} \tilde{U}(\alpha, \beta, s) \tilde{p}(\alpha, s) dL^{(e)} \quad (14)$$

$$\tilde{\sigma}_w(L^{(e)}, \beta, s) = \int_{L^{(e)}} \tilde{E}(\alpha, \beta, s) \tilde{p}(\alpha, s) dL^{(e)} \quad (15)$$

式中： $\tilde{u}_z(L^{(e)}, \beta, s)$ 和 $\tilde{\sigma}_w(L^{(e)}, \beta, s)$ 分别代表 Laplace 变换域内单元 e 深度内荷载引起的 β 点处的竖向位移与超孔压。

根据有限元-边界元耦合的方法，任意时刻 t 岩土边界上某一单元内的荷载与该单元三个节点上的边界力具有如下的插值关系：

$$p(\alpha, t) = \Phi \mathbf{P}^{(e)}(t) \quad (16)$$

式中： $\Phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3]$ ， $\mathbf{P}^{(e)}(t)$ 为边界力矢量。

对上式进行 Laplace 变换，并将其代入式(14)和(15)，则单元 e 上的边界力引起的任意点 β 处的位移与超孔压为：

$$\tilde{u}_z(L^{(e)}, \beta, s) = \int_{L^{(e)}} \tilde{U}(\alpha, \beta, s) \Phi dL^{(e)} \tilde{\mathbf{P}}^{(e)}(s) \quad (17)$$

$$\tilde{\sigma}_w(L^{(e)}, \beta, s) = \int_{L^{(e)}} \tilde{E}(\alpha, \beta, s) \Phi dL^{(e)} \tilde{\mathbf{P}}^{(e)}(s) \quad (18)$$

进一步地，由整个桩身范围内的边界力引起的任意点 β 处的位移与超孔压可表示为：

$$\tilde{u}_z(L, \beta, s) = \sum_{e=1}^m \left[\int_{L^{(e)}} \tilde{U}(\alpha, \beta, s) \Phi dL^{(e)} \tilde{\mathbf{P}}^{(e)}(s) \right] \quad (19)$$

$$\tilde{\sigma}_w(L, \beta, s) = \sum_{e=1}^m \left[\int_{L^{(e)}} \tilde{E}(\alpha, \beta, s) \Phi dL^{(e)} \tilde{\mathbf{P}}^{(e)}(s) \right] \quad (20)$$

式中： m 代表桩单元的个数。

对于层状饱和岩土介质中的嵌岩群桩，由于需要考虑桩-土-岩、桩-桩之间的相互作用，因此需要对式(19)和式(20)进行扩展，以便于建立层状黏弹性饱和岩土体与嵌岩群桩相互作用的耦合方程。

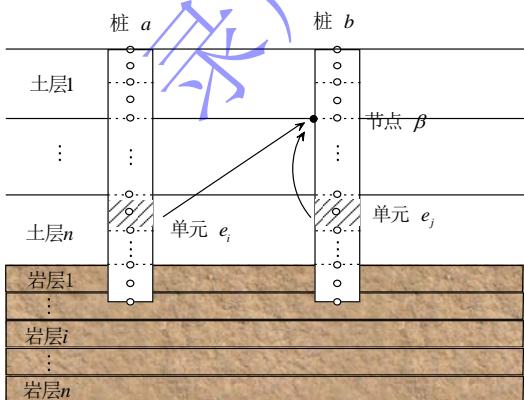


图 5 嵌岩群桩中任意两基桩相互作用示意图
Fig.5 Schematic of the interaction between any two piles in a rock-socketed pile group

对于由 n_p 根基桩组成的群桩基础，每根基桩被离散成 m 个单元，首先取任意两根基桩进行分析。如图 5 所示，基桩 b 中任意节点 β 对应的地基边界上的点产生的位移不仅由自身桩段范围内边界力引起，还由其它基桩（如桩 a ）对地基的作用力引起。因此，通过对式(19)和式(20)进行扩展，可得到群桩中任意节点处位移与超孔压的表达式：

$$\tilde{u}_z \left(\sum_{i=1}^{n_p} L^{(i)}, \beta, s \right) = \sum_{\gamma=1}^{n_p} \sum_{e=1}^m \left[\int_{L^{(e)}} \tilde{U}(\alpha, \beta, s) \Phi dL^{(e)} \tilde{\mathbf{P}}_\gamma^{(e)}(s) \right] \quad (21)$$

$$\tilde{\sigma}_w \left(\sum_{i=1}^{n_p} L^{(i)}, \beta, s \right) = \sum_{\gamma=1}^{n_p} \sum_{e=1}^m \left[\int_{L^{(e)}} \tilde{E}(\alpha, \beta, s) \Phi dL^{(e)} \tilde{\mathbf{P}}_\gamma^{(e)}(s) \right] \quad (22)$$

式中： $\tilde{u}_z \left(\sum_{i=1}^{n_p} L^{(i)}, \beta, s \right)$ 和 $\tilde{\sigma}_w \left(\sum_{i=1}^{n_p} L^{(i)}, \beta, s \right)$ 分别为群桩中所有桩-土/岩界面上的荷载引起的 β 点处的竖向位移与超孔压； $L^{(i)}$ 为群桩中任意基桩 i 的长度。

将式(21)和式(22)推广到群桩中所有节点，然后将基桩节点对应的地基边界点的位移、超孔压和边界点力统一用矩阵表达，可得：

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_{g1}(s) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{W}}_{g\gamma}(s) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{W}}_{gn_p}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}_{11} & \cdots & \tilde{\mathbf{G}}_{1\gamma} & \cdots & \tilde{\mathbf{G}}_{1n_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{G}}_{\gamma 1} & \cdots & \tilde{\mathbf{G}}_{\gamma\gamma} & \cdots & \tilde{\mathbf{G}}_{\gamma n_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{G}}_{n_p 1} & \cdots & \tilde{\mathbf{G}}_{n_p \gamma} & \cdots & \tilde{\mathbf{G}}_{n_p n_p} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}_{g1}(s) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{P}}_{g\gamma}(s) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{P}}_{gn_p}(s) \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{\sigma}}_{g1}(s) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{\sigma}}_{g\gamma}(s) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{\sigma}}_{gn_p}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_{11} & \cdots & \tilde{\mathbf{R}}_{1\gamma} & \cdots & \tilde{\mathbf{R}}_{1n_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{R}}_{\gamma 1} & \cdots & \tilde{\mathbf{R}}_{\gamma\gamma} & \cdots & \tilde{\mathbf{R}}_{\gamma n_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{R}}_{n_p 1} & \cdots & \tilde{\mathbf{R}}_{n_p \gamma} & \cdots & \tilde{\mathbf{R}}_{n_p n_p} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}_{g1}(s) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{P}}_{g\gamma}(s) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{P}}_{gn_p}(s) \end{bmatrix} \quad (24)$$

式中： $\tilde{\mathbf{W}}_{g\gamma}(s)$ 、 $\tilde{\mathbf{\sigma}}_{g\gamma}(s)$ 和 $\tilde{\mathbf{P}}_{g\gamma}(s)$ 分别为变换域内群桩中第 γ 根基桩所有节点对应的地基边界上的位移、超孔压和边界力所构成的向量； $\tilde{\mathbf{G}}_{\gamma\gamma}$ 和 $\tilde{\mathbf{R}}_{\gamma\gamma}$ 分别是岩土体的总柔度矩阵，它们反映了第 γ 根基桩的桩周岩土受荷对第 γ 根基桩桩周岩土的影响。

式(23)和式(24)可简写为：

$$\tilde{\mathbf{W}}_g(s) = \tilde{\mathbf{G}}_g \tilde{\mathbf{P}}_g(s) \quad (25)$$

$$\tilde{\mathbf{\sigma}}_g(s) = \tilde{\mathbf{R}}_g \tilde{\mathbf{P}}_g(s) \quad (26)$$

1.3 嵌岩群桩与岩土体相互作用问题的求解

为了实现有限元-边界元耦合分析, 需要建立边界力与等效节点力向量之间的转换矩阵, 单桩的总体转换如下所示^[13, 14]:

$$\tilde{\mathbf{Q}}(s) = \tilde{\mathbf{T}}\tilde{\mathbf{P}}(s) \quad (27)$$

式中: $\tilde{\mathbf{Q}}(s)$ 和 $\tilde{\mathbf{T}}$ 分别为单桩的等效节点力向量及总体转换矩阵。

通过对式 (27) 进行扩展, 可得到群桩的总体转换矩阵方程为:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_{g1}(s) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{Q}}_{gy}(s) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{Q}}_{gn_p}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{T}}_{11} & \cdots & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \tilde{\mathbf{T}}_{yy} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \cdots & \tilde{\mathbf{T}}_{n_p n_p} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}_{g1}(s) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{P}}_{gy}(s) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{P}}_{gn_p}(s) \end{bmatrix} \quad (28)$$

上式可简写为:

$$\tilde{\mathbf{Q}}_g(s) = \tilde{\mathbf{T}}_g \tilde{\mathbf{P}}_g(s) \quad (29)$$

式 (3) 进行关于时间 t 的 Laplace 变换, 可得:

$$\mathbf{K}_g \tilde{\mathbf{U}}_g(s) = \tilde{\mathbf{F}}_g(s) - \tilde{\mathbf{Q}}_g(s) \quad (30)$$

结合式 (25)、式 (29) 和式 (30), 可得到嵌岩群桩与岩土体相互作用的矩阵方程为:

$$(\mathbf{K}_g + \tilde{\mathbf{T}}_g \tilde{\mathbf{G}}_g^{-1}) \tilde{\mathbf{U}}_g(s) = \tilde{\mathbf{F}}_g(s) \quad (31)$$

式中: $\tilde{\mathbf{F}}_g(s)$ 为群桩中各基桩桩顶所受外力总向量;

$\tilde{\mathbf{U}}_g(s)$ 为群桩桩身节点位移总向量。

对式 (31) 进行求逆, 可得:

$$\tilde{\mathbf{U}}_g(s) = \tilde{\mathbf{D}}_g \tilde{\mathbf{F}}_g(s) \quad (32)$$

式中: $\tilde{\mathbf{D}}_g = (\mathbf{K}_g + \tilde{\mathbf{T}}_g \tilde{\mathbf{H}}_g^{-1})^{-1}$ 。

由于各基桩所受外力只来源于桩顶, 因此消去 $\tilde{\mathbf{F}}_g(s)$ 中的零向量, 同时对矩阵 $\tilde{\mathbf{D}}_g$ 、向量 $\tilde{\mathbf{U}}_g(s)$ 进行缩减, 建立各基桩桩顶位移与桩顶力之间的关系, 则式 (32) 可表示为:

$$\tilde{\mathbf{U}}_d(s) = \tilde{\mathbf{D}}_d \tilde{\mathbf{F}}_d(s) \quad (33)$$

式中: $\tilde{\mathbf{U}}_d(s) = [\tilde{U}_{1z}^{(1)} \quad \tilde{U}_{1z}^{(2)} \quad \dots \quad \tilde{U}_{1z}^{(n_p)}]^T$, 其中 $\tilde{U}_{1z}^{(i)}$ 为

第 i 根基桩的桩顶位移; $\tilde{\mathbf{D}}_d$ 为矩阵 $\tilde{\mathbf{D}}_g$ 删去除掉节点所对应行列以外的元素所得;

$\tilde{\mathbf{F}}_d(s) = [F_1^{(1)} \quad F_1^{(2)} \quad \dots \quad F_1^{(n_p)}]^T$, 其中 $F_i^{(i)}$ 为第 i 根基桩的桩顶外力。

图 6 所示为群桩承台受力示意图。刚性承台在上部荷载和桩顶反力的作用下达到平衡, 于是有:

$$\tilde{\mathbf{V}}(s) = \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{F}}_d(s) \quad (34)$$

式中: $\tilde{\mathbf{V}}(s) = [\tilde{V}(s)]$, 其中 $\tilde{V}(s)$ 为承台上部荷载;

$$\tilde{\mathbf{B}} = [1^{(1)} \quad 1^{(2)} \quad \dots \quad 1^{(n_p)}]^T$$

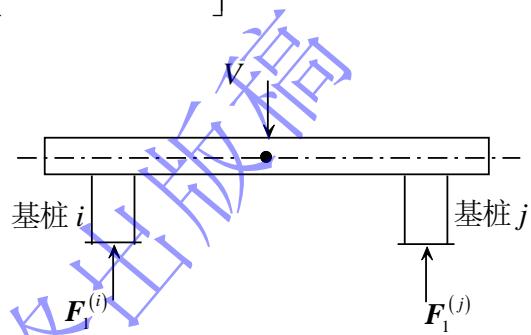


图 6 群桩刚性承台受力示意图

Fig.6 Force diagram of rigid bearing platform

由承台底部与各基桩桩顶位移协调可知:

$$\tilde{\mathbf{U}}_d(s) = \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{U}}_z(s) \quad (35)$$

式中: $\tilde{\mathbf{U}}_z(s) = [\tilde{U}_z(s)]$, $\tilde{U}_z(s)$ 为承台位移。

结合式 (33) ~ (35), 可得:

$$\tilde{\mathbf{U}}_z(s) = (\tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{D}}_d^{-1} \tilde{\mathbf{B}}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{V}}(s) \quad (36)$$

由于 $\tilde{\mathbf{V}}(s)$ 和 $\tilde{\mathbf{D}}_d^{-1}$ 均为已知, 通过上式可直接求得承台位移 $\tilde{\mathbf{U}}_z(s)$, 进而可通过式 (35) 和式 (33) 求得各基桩的桩顶外力, 而群桩桩身节点处的位移则可通过式 (31) 进一步获得。最后, 通过数值逆变换, 即可得到上述各量在物理域内的真实解答。

2 数值计算与分析

依据上述理论分析, 编制相应的 MATLAB 计算程序对黏弹性饱和岩土介质与嵌岩群桩相互作用的时效规律进行研究。除了 2.1 节外, 定义如下无量纲参数: 无量纲桩顶荷载 $V^* = 9V^{(i)}/V$, 无量纲承台位移

$$w_z^* = 9DE^* u_z(0)/V \quad (E^* = E_{0v}^p + E_{1v}^p), \text{ 无量纲时间}$$

$$\tau = E_{0v}^M k_{v1} t / (\gamma_w D^2), \text{ 其中: } u_z(0) \text{ 为承台竖向位移,}$$

$$E_{0v}^M \text{ 和 } k_{v1} \text{ 分别为 Merchant 模型的弹性模量与土体竖}$$

向渗透系数, γ_w 为水的重度, E_{0v}^P 、 E_{1v}^P 和 D 分别为 PTh 模型的弹性模量和基桩直径。

2.1 验证

由于黏弹性饱和岩土介质中嵌岩群桩的研究还未见文献报告,为了验证本文理论与计算方法的正确性,将本文理论退化到层状黏弹性饱和地基与群桩相互作用问题进行验证。陆建飞等^[15]采用 Merchant 模型来模拟土骨架的流变特性,并采用积分方程解法给出了考虑地基固结与流变特性的群桩黏弹性解答。采用本文理论对文献中算例进行重新计算,如图 7 所示。计算时,群桩为 3×3 等间距分布,桩间距 $s_p/D = 5$, 基桩长径比 $L/D = 25$, $R_p = 0.5D$, 群桩上为刚性承台,其上作用有竖向总荷载 V ; 黏弹性饱和半空间地基的相关参数见表 1, 其中 E_0 、 E_1 和 η 分别为 Merchant 模型的参数, k 、 v 和 γ_w 分别为地基的渗透系数、泊松比及水的重度。定义时间因子 $\tau = [2(1-v)E_1 k t] / [(1-2v)\gamma_w R_p^2]$, 比较 $\tau_1 = 5.1E-3$ 和 $\tau_2 = 5.1E4$ 两个时刻刚性承台的竖向位移,其中位移用无量纲表示为 $u_z^* = 9R_p E_1 u_z / V$, 相关结果如表 2 所示。从表中可知,本文结果与文献结果吻合较好,证明了本文计算方法的正确性。

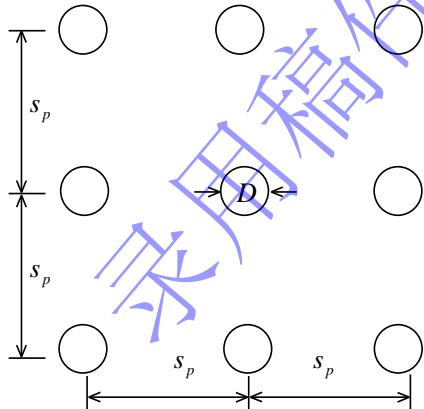


图 7 3×3 刚性承台群桩
Fig.7 3×3 pile group with rigid bearing platform

表 1 群桩与层状地基模型参数

Table 1 Parameters for pile group and layered foundation

地层	h/R_p	$k/m \cdot s^{-1}$	v	E_p/E_0	E_p/E_1	$R_p E_p / (k\eta)$
土层	∞	1E-7	0.49	250	1000	5E4

表 2 不同时刻承台无量纲竖向位移结果
Table 2 Dimensionless vertical displacement for bearing platform at different time

时刻	方法	陆建飞等	本文
τ_1		0.0384	0.04028
τ_2		0.1737	0.176

为了进一步验证本文理论与计算方法的正确性,将本文结果与 ABAQUS 数值结果进行对比。数值计算模型如图 8 所示,模型采用 1/4 对称建模以提高计算效率。参考文献^[20, 21]中的现场试验结果,双层黏弹性岩石地基的参数如表 3 所示,其中 k_v 和 k_h 为竖向和水平向渗透系数, v_h 为水平向应力引起的正交水平向应变的泊松比,而 v_{vh} 为竖向应力引起的水平向应变的泊松比,其它模型参数为: 基桩长 $L=8m$, 桩径 $D=1m$, 桩身弹模 $E_p = 30GPa$, 桩间距 $s_p = 3m$, 地基厚度 $H = 25m$, 其中上层岩层厚度 $h_1 = 8m$, 下层岩层厚度 $h_2 = 17m$ 。

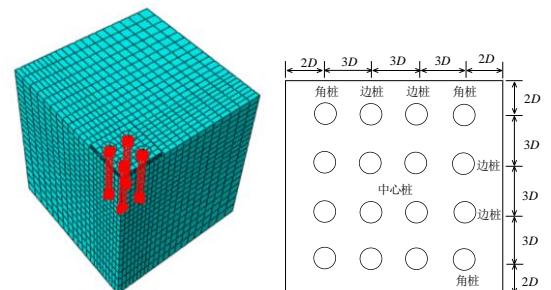


图 8 数值计算模型及承台布局
Fig.8 Numerical calculation model and cap layout

表 3 双层黏弹性饱和岩石地基参数
Table 3 Parameters of two layered viscoelastic saturated rock foundation

岩层	E_{0v}^P / GPa	E_{1v}^P / GPa	$\eta_{0v}^P / GPa \cdot s$	$k_v (= k_h) / m \cdot s^{-1}$	ζ	ζ	$v_{vh} (= v_h)$
1	25	15	1E7	1E-7	1	0.4167	0.2
2	20	10	1E8	1E-8	1	0.4	0.25

由于 ABAQUS 所提供的黏弹性本构方程是基于松弛剪切模量 Prony 级数形式的积分型本构方程,与本文所用线性微分型 PTh 模型有所不同。因此,参考潘晓明等^[22]的研究工作,将表 3 中所提供的整数阶 PTh 模型参数转化为可供 ABAQUS 调用的输入参数,即 Prony 级数的相关参数 g_1 和 τ_1 ,此时在 ABAQUS

黏弹性材料模块中, 上、下两层岩体对应输入的 Prony 级数的相关参数为 $g_1^1 = 0.571$, $\tau_1^1 = 4E5s$ 和 $g_1^2 = 0.625$, $\tau_1^2 = 5E6s$ 。另外, 在桩-岩共同作用的分析中, 由于桩-岩接触面存在有效应力及侧摩阻力, 因此在分析中应同时设置接触面的切向行为及法向行为。由于桩侧与岩体的接触面不会出现贯穿的情况, 因此这里法向采用“硬接触”连接, 切向采用“Rough”连接。为了便于对比分析, 此处定义无量纲时间为 $\tau = E_{0v}^{1P} k_{v1} t / (\gamma_w D^2)$, 无量纲承台位移为 $w_z^* = 16E_{0v}^{1P} D u_z / V$, 无量纲桩顶荷载 $V^* = 16V^{(i)} / V$, 其中 E_{0v}^{1P} 和 k_{v1} 分别为上层岩体的竖向黏弹性模量及渗透系数。

图9和图10所示分别为嵌岩群桩承台竖向位移及各基桩桩顶荷载随时间的变化规律。通过对比可知, 本文计算所得结果与 ABAQUS 结果较为吻合, 进一步验证了本文理论和计算方法的正确性。

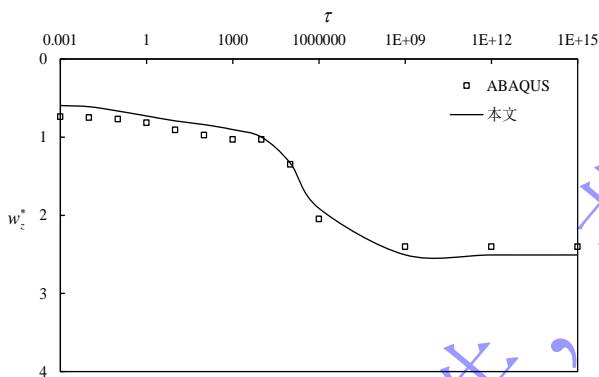


图9 群桩承台竖向位移-时间关系对比

Fig.9 Comparison of vertical displacement-time relationship of pile cap

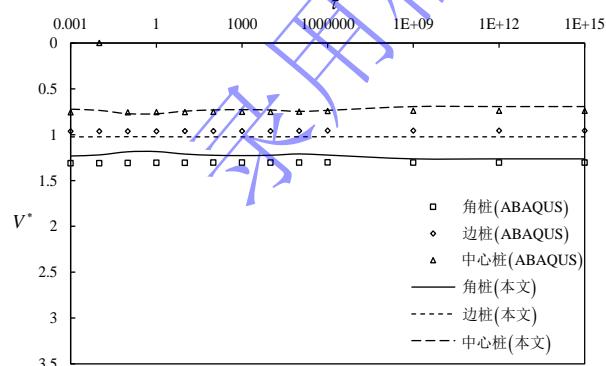


图10 群桩中各基桩桩顶荷载-时间关系对比

Fig.10 Comparison of pile top load-time relationship

由于黏弹性饱和岩土介质中嵌岩群桩的试验研究还未见文献报告, 为了更进一步地验证本文理论与计算方法能适用于实际工程, 将本文理论退化到嵌岩单桩, 并与张良翰等^[23]的现场实测结果进行对比。张良

翰等^[23]曾以夏洒江特大桥 4 号桥墩试桩为例, 开展了嵌岩单桩竖向承载力现场测试, 试桩地点在主桥 4 号桥墩基础附近, 试桩所处的岩土层参数如表 4 所示。其它相关计算参数如下: 基桩长 $L = 71m$, 桩径 $D = 2.2m$, 桩身弹性模量 $E_p = 30GPa$ 。图 11 中 u_z 代表单桩桩顶的竖向位移。

表4 试桩所处的岩土层参数

Table 4 Parameters of the rock-soil layers of the test pile

岩土层名称	厚度/m	剪切模量/MPa	泊松比
碎石土	9.3	38.462	0.37
粉质粘土	4.9	15.278	0.38
卵石	10.6	83.333	0.34
强风化页岩	11.5	37.879	0.28
中风化页岩	18.4	104.167	0.26
中风化砂岩	36.3	141.026	0.24

图 11 所示为本文数值计算结果与张良翰等的现场试验结果对比。从图中可知, 当桩顶外荷载小于 100MN 时, 本文结果与现场结果拟合的较好。在这一阶段, 地基处于弹性变形阶段。然而, 随着桩顶竖向荷载的逐渐增大, 土体发生塑性变形, 此时本文理论与现场实测结果的差异越来越大。这是因为, 本文计算理论是基于弹性小变形的假设。实际工程中, 除了在巨大荷载作用下岩土体发生塑性变形外, 工作荷载作用下地基一般处于弹性变形状态, 因此本文提出的计算方法适用于大部分实际工程。

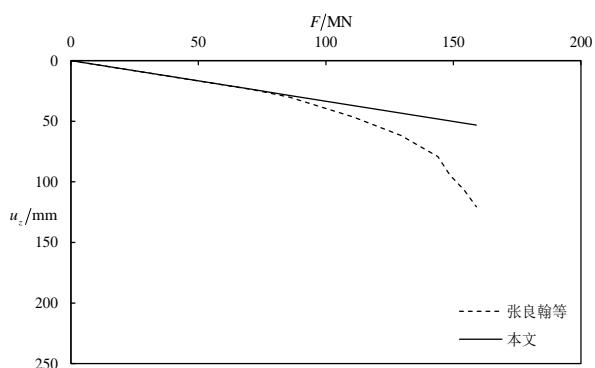


图11 试桩试验结果与本文数值结果对比

Fig.11 Comparison of the pile test results and numerical results in this paper

2.2 分数阶次的影响

为了研究分数阶 PTh 模型的分数阶次 α 对嵌岩群桩受力变形时效行为的影响, 根据文献^[3, 24-26]中的现场实践结果, 本节模型参数如表 5 所示。采用图 1 所示的由 3×3 基桩组成的计算模型, 此时 Merchant 模型

的分数阶次为 0.8 保持不变，仅改变分数阶 PTh 模型的参数。其余参数为：桩径 $D=0.8\text{m}$ ，桩长 $L=8\text{m}$ ，嵌岩深度 $L_r=4\text{m}$ ，桩间距 $s_p=3.2\text{m}$ ，基桩弹性模量 $E_p=30\text{GPa}$ 。以下选取三种工况进行研究：(1) $\alpha=0.6$ ；(2) $\alpha=0.8$ ；(3) $\alpha=1$ 。

表 5 双层黏弹性饱和岩土参数

Table 5 Parameters of two layered viscoelastic saturated rock-soil mass

材 料	$E_{0v}^{M(P)}$ MPa	$E_{1v}^{M(P)}$ MPa	$\eta_{0v}^{M(P)}$ MPa·s	$k_v (=k_h)$ m·s ⁻¹	ζ	ζ	$v_{vh} (=v_h)$	h / m
土	10	5	1E8	1E-8	1.5	0.4	0.25	4
岩	5000	2500	1E11	1E-9	2	0.5	0.2	40

图 12 所示为不同分数阶时各基桩桩顶荷载随时间的变化规律。从图中可知，随着时间的增加，任意工况下角桩桩顶反力逐渐增大并趋于稳定，而边桩与中心桩桩顶反力逐渐减小。另外，分数阶次对各基桩初始及最终时刻桩顶反力无影响，然而随着分数阶次的增加，各基桩桩顶反力达到稳定所需的时间逐渐减小。

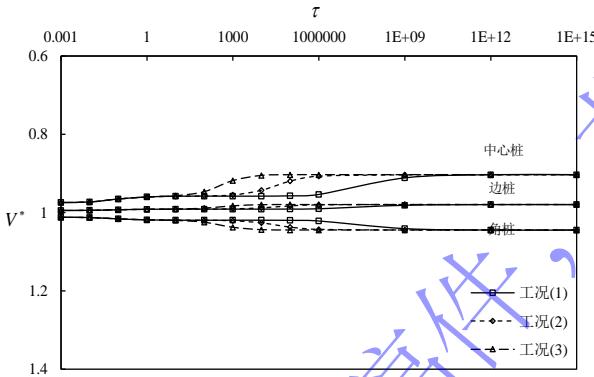


图 12 分数阶次对各基桩桩顶荷载分配的影响

Fig.12 Effect of fractional order pm top load distribution of each pile

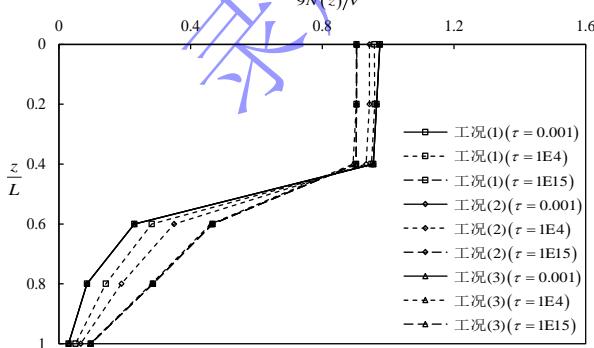


图 13 分数阶次对中心桩桩身轴力分布的影响

Fig.13 Effect of fractional order on the axial force distribution of central pile

图 13 所示为不同分数阶次对中心桩桩身轴力分

布的影响。由图中可知，由于岩土体刚度比的差异，桩身轴力在岩土分界面附近发生突变。此外，通过对比可知，黏弹性岩石地基的分数阶次对桩身初始及最终时刻轴力分布无影响，随着分数阶次的增大，嵌岩段任意深度处桩身轴力增长速率越大。这主要是因为，从分数维的角度来看，分数阶次的变化主要表征物体的不同流动状态，体现了应力-时间关系的非线性特征。另外，随着时间的增加，浅层土体任意深度处桩身轴力略有减小，但减小的幅度不大，说明由桩顶传递到岩土体中的外荷载主要由嵌岩段岩体承担，浅层土体提供的侧摩阻力很小。**因此**，在嵌岩群桩的分析中，当岩土体的刚度比相对较大时，可忽略浅层土体的影响。

图 14 所示为不同分数阶次下承台竖向位移随时间的变化规律。从图中可知，随着时间的增加，承台位移逐渐增大并趋于稳定。三种工况下群桩承台的初始位移与最终位移均相同，说明分数阶次对嵌岩群桩的初始及最终沉降无影响。随着分数阶次的增加，工况(3)承台达到最终稳定所需的时间最小，而工况(2)和工况(1)中所需时间依次增加，说明随着分数阶次的增加，岩土体的沉降速率增大，因此承台达到稳定变形所需的时间逐渐减小。显然，相比于整数阶模型，分数阶黏弹性模型能在更广范围内描述岩土介质的流变特征，针对不同黏弹特性的岩土体，可方便地通过改变分数阶次来模拟其固结流变特性，具有适用性广、灵活性强的特点。

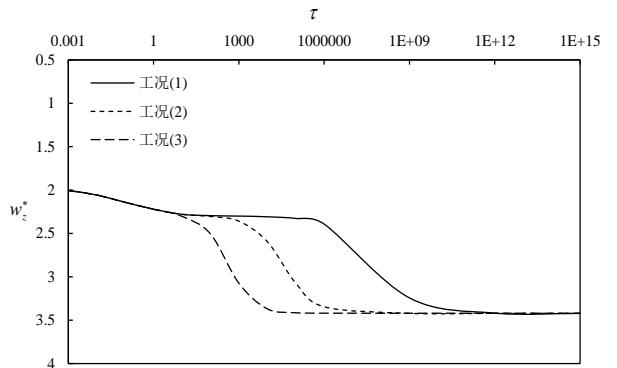


图 14 分数阶次对嵌岩群桩承台竖向位移的影响

Fig.14 Effect of fractional order on pile cap's vertical displacement

2.3 岩体黏弹性参数的影响

为了研究岩体黏弹性参数对**嵌岩群桩受力变形时效行为**的影响，仍采用与 2.2 节一致的计算模型，并设计如下四种工况：(1) $E_{0v}^P/E_{1v}^P=2$ ， $\eta_{0v}^P=1\text{E}11\text{MPa}\cdot\text{s}$ ；(2) $E_{0v}^P/E_{1v}^P=4$ ， $\eta_{0v}^P=1\text{E}11\text{MPa}\cdot\text{s}$ ；(3) $E_{0v}^P/E_{1v}^P=4$ ， $\eta_{0v}^P=1\text{E}12\text{MPa}\cdot\text{s}$ ；(4) 横观各向

同性弹性岩体，且弹性模量 $E_v = 7.5 \text{ GPa}$ 。四种工况下岩体的终态模量相同，均为 $E_v^* = E_{0v}^P + E_{1v}^P = 7.5 \text{ GPa}$ 。土体与基桩的参数与 2.2 节相同。

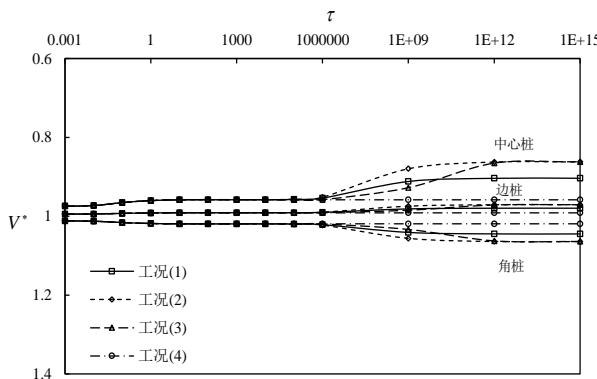


图 15 岩体黏弹性参数对基桩桩顶荷载分配的影响
Fig.15 Effect of viscoelastic parameters of rock mass on load distribution of each pile top

图 15 所示为不同工况下群桩中各基桩桩顶荷载随时间的变化规律。从图中可知，任意时刻角桩桩顶反力最大，边桩次之，中心桩最小，且随着时间的增加，角桩荷载逐渐增大并趋于稳定，而边桩与中心桩则逐渐减小，各基桩桩顶反力差异逐渐增大。对比工况（1）和工况（2）可知，工况（2）中各基桩桩顶反力差异更大；而对比工况（2）和工况（3）可知，两种工况下最终时刻各基桩桩顶反力差异相同，但工况（2）各基桩桩顶反力达到最终时刻所需时间较短。而对于工况（4），由于是弹性地基，各基桩桩顶反力很快便达到最终稳定，且桩顶反力差异最小。同时还可看出，中心桩桩顶反力受岩体黏弹性参数的影响更为显著；因此，在实际工程中，应加强对中心桩应力的监测。

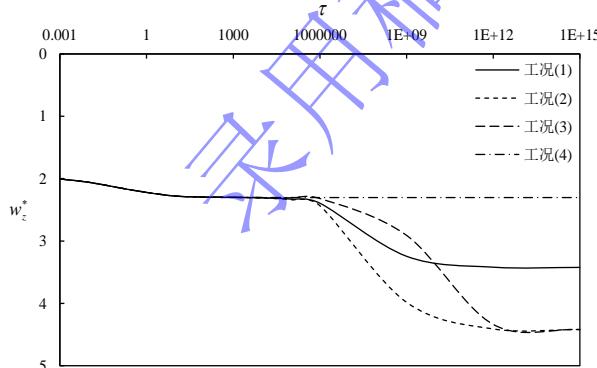


图 16 岩体黏弹性参数对承台竖向位移的影响
Fig.16 Effect of viscoelastic parameters of rock mass on pile cap's vertical displacement

图 16 所示为不同工况下承台竖向位移随时间的变化规律。通过对比可知，四种工况下承台初始沉降均相同，而对比工况（1）和（2）可知，工况（1）最

终沉降相对较小，说明承台的竖向位移受 PTh 模型中 E_{0v}^r/E_{1v}^r 的控制，且随着模量比的增加，承台最终沉降也逐渐增大。对比工况（2）和（3）可知，两者的最终沉降均相同，但工况（2）达到最终沉降所需时间最短，说明岩体的黏滞系数 η_{0v} 仅影响承台的沉降速率，但对最终沉降无影响。而工况（4）中承台的最终沉降相比与初始沉降略有增加，承台变形的时效性不显著。因此，在嵌岩群桩设计与施工过程中，要重视岩体流变特性的影响。

3 结论

针对黏弹性饱和岩土介质与竖向受荷嵌岩群桩相互作用时效问题，本文引入分数阶 Merchant 模型和分数阶 PTh 模型来描述浅层土体与下部岩体的黏弹性行为，并结合李氏比拟法和积分变换技术，推导了分数阶黏弹性饱和岩土体与竖向受荷嵌岩群桩相互作用时效问题的解答。通过与已有文献、ABAQUS 结果以及现场实测结果进行对比，验证了本文理论和计算方法的正确性，然后设计算例讨论了分数阶次以及岩体黏弹性参数对群桩受力变形的影响规律，并得到如下结论：

(1) 随着分数阶次的增加，群桩各基桩桩顶反力、桩身轴力以及承台竖向位移达到最终稳定所需的时间逐渐减小，但其初始及最终值却不受分数阶次影响。相比于整数阶，选择恰当的分数阶次能更好地描述岩土地基的流变特性。

(2) 在终态模量 E_v^* 相同的情况下，黏弹性参数 E_{0v}^r/E_{1v}^r 越大，则承台最终位移及各基桩桩顶反力差异越大。黏滞系数 η_{0v} 的变化仅影响群桩位移及各基桩桩顶反力的发展进程，但不会影响其最终状态。

(3) 对于弹性饱和岩土中的嵌岩群桩，承台达到最终沉降所需时间较短。而黏弹性饱和岩土中的嵌岩群桩，承台变形随时间缓慢发展的。随着时间的增加，各基桩桩顶反力逐渐增大并趋于稳定。因此，在实际工程中，应重视岩土介质流变的影响。

参考文献：

- [1] CHEN Y F, AI Z Y, MA Z G, et al. Vertical performance of rock-socketed pile group in layered saturated rock-soil mass[J]. *Computers and Geotechnics*, 2023, 157(5): 105322.
- [2] 朱定华, 陈国兴. 南京红层软岩流变特性试验研究[J]. 南京工业大学学报, 2002, 24(5): 77-79.
ZHU Ding-hua, CHEN Guo-xing. Experimental study of Nanjing red-bed on rheology[J]. *Journal of Nanjing*

- University of Technology**, 2002, 24(5): 77-79.
- [3] 刘松玉, 季鹏, 韦杰. 大直径泥质软岩嵌岩灌注桩的荷载传递性状[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(4): 58-61.
LIU Song-yu, JI Peng, WEI Jie. Load transfer behavior of large diameter cast-in-place pile embedded in soft rock[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1998, 20(4): 58-61.
- [4] 丁翠红, 钱世楷. 软岩嵌岩桩承载性状的研究探讨[J]. 浙江工业大学学报, 2002, 30(5): 441-445.
DING Cui-hong, QIAN Shi-kai. Research on load transfer behavior of large diameter soft rock socketed pile[J]. **Journal of Zhejiang University of Technology**, 2002, 30(5): 441-445.
- [5] 胡念, 高睿, 曾亚武. 超长嵌岩钻孔灌注群桩承载特征与受力机理研究 [J]. 长江科学院院报 , 2008, 25(5): 162-165+170.
HU Nian, GAO Rui, ZENG Ya-wu. Research on bearing behaviors and mechanisms of super-long rock-socketed bored pile group[J]. **Journal of Yangtze River Scientific Research Institute**, 2008, 25(5): 162-165+170.
- [6] 邢皓枫, 李浩铭, 安新, 等. 超大直径嵌岩桩受力特性的数值模拟及其规律性分析[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(S2): 1126-1129.
XING Hao-feng, LI Hao-ming, AN Xin, et al. Numerical simulation and analysis of mechanical characteristics for large-diameter rock-socketed piles[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(S2): 1126-1129.
- [7] 徐薇. 深圳平安大厦超大直径扩底嵌岩桩竖向承载机理 [D]. 中国矿业大学(北京), 2015.
XU Wei. Research of vertical bearing capacity of rock-socketed mega diameter drilled shaft with belled bottom of Shenzhen Pingan center. China University of Mining and Technology(Beijing), 2015.
- [8] 王明珉, 刘攀, 王垚, 等. 嵌岩群桩基础间增补非嵌岩短桩的作用机理及荷载分配规律[J]. 建筑结构, 2022, 52(2): 22-27.
WANG Ming-min, LIU Pan, WANG Yao, et al. Action mechanism and loads distribution rule of supplementing non-rock-socketed short piles between rock-socketed piles[J]. **Building Structure**, 2022, 52(2): 22-27.
- [9] 周火明, 熊诗湖, 黄正加, 等. 桩-软岩复合地基流变机理缩尺模型试验研究[J]. 长江科学院院报 , 2015, 32(2): 64-67+71.
ZHOU Huo-ming, XIONG Shi-hu, HUANG Zheng-jia, et al. Scale model test on the rheological mechanism of pile-soft rock composite foundation[J]. **Journal of Yangtze River Scientific Research Institute**, 2015, 32(2): 64-67+71.
- [10] AI Z Y, GUI J C, MU J J. 3-D time-dependent analysis of multilayered cross-anisotropic saturated soils based on the fractional viscoelastic model[J]. **Applied Mathematical Modelling**, 2019, 76(12): 172-192.
- [11] AI Z Y, DAI Y C, CHENG Y C. Time-dependent analysis of axially loaded piles in transversely isotropic saturated viscoelastic soils[J]. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, 2019, 101: 173-187.
- [12] CHEN Y F, AI Z Y. Viscoelastic analysis of transversely isotropic multilayered porous rock foundation by fractional Poyting-Thomson model[J]. **Engineering Geology**, 2020, 264(1): 105327.
- [13] AI Z Y, GUI J C, CHENG Y C. Performance of vertically loaded pile group embedded in layered transversely isotropic saturated viscoelastic soils[J]. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, 2020, 110(1): 112-123.
- [14] AI Z Y, CHEN Y F. FEM-BEM coupling analysis of vertically loaded rock-socketed pile in multilayered transversely isotropic saturated media[J]. **Computers and Geotechnics**, 2020, 120(4): 103437.
- [15] 陆建飞, 王建华, 沈为平. 考虑固结和流变的群桩的积分方程解法[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(6): 650-653.
LU Jian-fei, WANG Jian-hua, SHEN Wei-ping. The integral equation method to solve pile group problem considering the consolidation and rheology of soil[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2000, 22(6): 650-653.
- [16] WANG H N, ZENG G S, UTILI S, et al. Analytical solutions of stresses and displacements for deeply buried twin tunnels in viscoelastic rock[J]. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, 2017, 93: 13-29.
- [17] AI Z Y, CHENG Y C. Extended precise integration method for consolidation of transversely isotropic poroelastic layered media[J]. **Computers and Mathematics with Applications**, 2014, 68: 1806-1818.
- [18] AI Z Y, YUE Z Q, THAM L G. Extended Sneddon and Muki solutions for multilayered elastic materials[J]. **International Journal of Engineering Science**, 2002, 40(13): 1453-1483.
- [19] Schapery RA. Approximate methods of transform inversion for visco-elastic stress analysis[C]. In: Proceedings of the Fourth US National Congress on Applied Mechanics, Berkeley, California, vol. 2; 1962: 1075–1085.

- [20] Chen X Y, Zhang M Y, Bai X Y. Axial Resistance of Bored Piles Socketed into Soft Rock[J]. **KSCE Journal of Civil Engineering**, 2019, 23(1): 46-55.
- [21] Horvath R G, Schebesch D, Anderson M. Load-displacement behaviour of socketed piers—Hamilton General Hospital[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1989, 26(2): 260-268.
- [22] 潘晓明, 余俊, 杨钊, 等. 一种将线性粘弹微分型本构方程应用到 ABAQUS 的方法[J]. 华侨大学学报（自然科学版）, 2010, 31(5): 570-575.
PAN Xiao-ming, YU Jun, YANG Zhao, et al. A method using linear viscoelastic differential constitutive equation into ABAQUS[J]. **Journal of Huaqiao University (Natural Science)**, 2010, 31(5): 570-575.
- [23] 张良翰, 杨荣双, 杨劲屾. 参数反演法在深厚嵌岩群桩基础受力分析中的应用[J]. 世界桥梁, 2021, 49(2): 96-100.
ZHANG Liang-han, YANG Rong-shuang, YANG jin-shen. Application of parameter inversion method to mechanical property analysis of deep rock-socketed group piles foundation[J]. World Bridges, 2021, 49(2): 96-100.
- [24] 史佩栋, 梁晋渝. 嵌岩桩竖向承载力的研究[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(4): 32-39.
SHI Pei-dong, LIANG Jin-yu. Vertical bearing capacity of rock-socketed piles[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1994, 16(4): 32-39.
- [25] 吴江斌, 王卫东, 陈锴. 438m 武汉中心大厦嵌岩桩设计[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(S1): 76-81.
WU Jiang-bin, WANG Wei-dong, CHEN Kai. Design of socketed piles for 438 m-high Wuhan center building[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(S1): 76-81.
- [26] 王卫东, 吴江斌, 聂书博. 武汉绿地中心大厦大直径嵌岩桩现场试验研究 [J]. 岩土工程学报, 2015, 37(11): 1945-1954.
WANG Wei-dong, WU Jiang-bin, NIE Shu-bo. Field loading tests on large-diameter rock-socketed bored piles of Wuhan Greenland center tower[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2015, 37(11): 1945-1954.