

DOI: 10.11779/CJGE20240674

考虑加载频率的饱和珊瑚砂超静孔压增量模型

张云飞^{1,2}, 张雷^{*1,2}, 辛双龙², 郭慧仪², 周瑞荣³, 金丹丹⁴, 王炳辉²

(1. 浙江水利水电学院建筑工程学院, 浙江 杭州 310018; 2. 江苏科技大学土木工程与建筑学院, 江苏 镇江 212100; 3. 三江学院土木工程学院, 江苏 南京 210012; 4. 江苏大学土木工程与力学学院, 江苏 镇江 212013)

摘要: 为预测不同循环加载频率 f 作用下的饱和珊瑚砂超静孔压 u_e 的增长, 利用 GDS 动三轴仪开展了一系列的饱和珊瑚砂固结不排水循环三轴试验, 再结合孔压增量比 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 、有效剪切应力比 $\alpha_{dE,N}$ 等概念, 分析 f 对 u_e 增长的影响。结果表明: 加载频率 f 、颗粒级配以及循环应力比 CSR 显著影响珊瑚砂 u_e 的发展; $\beta_{\Delta\mu,N}$ 随着循环振次 N 的发展可分为平稳段与上升段; 同时, 加载频率 f 、平均粒径 d_{50} 和 CSR 对平稳段的 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 具有显著影响, 并建立了相应的影响规律关系式, 而这些因素对有效剪切应力对数衰减率 $\zeta_{\mu,N-1}$ 几乎无影响。考虑以上因素, 建立了一个考虑循环加载频率影响的饱和珊瑚砂孔压增量模型。通过选取已有研究成果的试验数据对该模型进行验证, 显示出该模型具有较好的预测能力。

关键词: 加载频率; 饱和珊瑚砂; 孔压增量模型; 孔压增量比; 有效剪切应力比

中图分类号: TU432 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2025)11-2376-10

作者简介: 张云飞(1998—), 男, 硕士研究生, 主要从事珊瑚砂动力特性研究。E-mail: zyf18652842160@163.com。

A model for excess pore water pressure increment in saturated coral sand considering loading frequency

ZHANG Yunfei^{1,2}, ZHANG Lei^{1,2}, XIN Shuanglong², GUO Huiyi², ZHOU Ruirong³, JIN Dandan⁴, WANG Binghui²

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University of Water Resources and Electric Power, Hangzhou 310018, China;

2. School of Civil Engineering and Architecture, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212000, China; 3. School of Civil Engineering, Sanjiang University, Nanjing 210012, China; 4. Faculty of Civil Engineering and Mechanics, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: In order to predict the generation characteristics of the excess pore water pressure(u_e) in saturated coral sand under different cyclic loading frequencies(f), a series of consolidated undrained cyclic triaxial tests are conducted on saturated coral sand by using the GDS dynamic triaxial apparatus. The effect of loading frequency(f) on the excess pore water pressure(u_e) is then analyzed in conjunction with the concepts of pore pressure increment ratio($\beta_{\Delta\mu,N}$) and effective dynamic shear stress ratio($\alpha_{dE,N}$). These laboratory cyclic tests show that the patterns of u_e generation in those test specimens are related to the paths of loading frequency(f), particle gradation and (CSR). $\beta_{\Delta\mu,N}$ can be divided into a stable stage and a rising stage with the development of the number of cycles(N), and the loading frequencies(f), the mean particle size(d_{50}), and the cyclic stress ratio(CSR) have a significant effect on the $\beta_{\Delta\mu,N}$ of the plateau. Then, the comparison expression about the corresponding law of influences, while these factors have little effect on the logarithmic decay rate of the effective stress($\zeta_{\mu,N-1}$). Considering the above factors, this paper constructs an excess pore pressure increment model for saturated coral sands considering the effect of cyclic loading frequency. The model is validated by selecting experimental data from existing research results, which shows that the model has a good predictive capability.

Key words: loading frequency; saturated coral sand; pore pressure increment modeling; pore pressure increment ratio; effective dynamic shear stress ratio

基金项目: 镇江市科技计划项目(基础研究专项)(JC2024019); 江苏省研究生实践创新计划项目(SJCX24_2547); 国家自然科学基金项目(51978317); 江苏省自然科学基金青年基金项目(BK20200996) This work was supported by the Science and Technology Bureau of Zhenjiang (Basic Research Project) (Grant No.JC2024019), Postgraduate Research & Practice Innovation Program of Jiangsu Province (Grant No.SJCX24_2547), National Natural Science Foundation of China (Grant No.51978317), and Natural Science Foundation of Jiangsu Province (Grant No. BK20200996).

收稿日期(Received): 2024-07-11 修回日期(Revised): 2024-12-12 接受日期(Accepted): 2025-01-08 网络出版日期(Online): 2025-01-09

*通信作者 (E-mail: leizhang@zjweu.edu.cn)

0 引言

珊瑚砂是一种碳酸钙 (CaCO_3) 含量大于 90% 的碳酸盐土^[1-2], 其主要是由海洋生物骨架残骸经物理、生物及化学作用后形成的, 并广泛分布于中国南海地区。为保证南海岛礁工程良好的经济性和便利性, 珊瑚砂常被作为南海岛礁基础设施建设的主要岩土介质材料, 而岛礁设施会受到强震、常受到海浪等不同频率的动力荷载作用, 这些动力荷载引起的珊瑚砂液化是珊瑚岛礁发生重大灾害的主要原因之一。因此, 对南海岛礁珊瑚砂的动力特性, 特别是涉及珊瑚砂液化的孔压增长模型的研究十分有必要。

饱和砂土在不排水条件下, 其超静孔压 u_e 持续上升, 有效应力不断降低, 最终到达初始液化^[3]。因此, 超静孔压 u_e 的增长规律是研究砂土液化的核心内容之一。自黄文熙^[4]进行了开创性的室内试验以来, 饱和砂土 u_e 的增长特性便受到了广泛的研究, 并取得了较为丰富的成果。许多学者研究发现, 饱和砂土中 u_e 的增长特性受到土体性质、循环加载条件、初始应力状态等因素的影响^[5-15]。其中, 循环加载频率 f 对饱和砂土 u_e 的增长特性的认识随着试验设备的发展而进步。早期的研究认为, 加载频率对于饱和砂土 u_e 增长的影响可以忽略不计。随着试验设备的进步和学者对多种荷载耦合作用的考虑, 加载频率对饱和砂土孔压发展及动强度特性的影响又有了新认识。如杨铮涛等^[16]通过不同 f 的循环主应力 90° 跳转的系列不排水剪切试验发现, f 的增大会降低饱和珊瑚砂 u_e 的增长速率, 达到初始液化时的孔压波动终值 Δu_e 随 f 的增大呈减小趋势。许成顺等^[17]对福建标准砂、珊瑚砂和细砂开展了不同循环加载频率下的循环剪切试验, 发现在低频荷载较高频荷载作用下, 土体更易发生剪切膨胀。目前关于 f 对 u_e 发展的影响研究仍然较少, 其主要原因是实际的动力荷载, 如波浪、交通荷载等, 并非单一谐波荷载, 其频率存在特定的变化范围, 不同动力荷载的频率特征存在很大差异^[18], 在研究和工程应用中会面临难以合理选择 f 的问题。但 f 作为动力荷载的重要特征之一, 其对 u_e 发展的影响研究必不可少。且若研究清楚各类动力荷载在其 f 变化范围内对饱和砂土 u_e 的影响规律, 可采用频率组合的最不利作用及其效应等方法, 为相关工程提供借鉴意义。因此, 考虑 f 对饱和珊瑚砂 u_e 发展模式的影响研究是有必要的。

已建立的孔压模型从形式上可分为孔压全量模型和孔压增量模型两大类。其中, 孔压全量模型中, 通常需要给出孔压与循环振次比 (即液化循环振次归一化的参数) 之间的关系, 如马维嘉等^[18]通过改进 Seed 模型能够较好的描述饱和珊瑚砂的 u_e 增长特性; Qin

等^[6]基于能量法表征了各向同性条件下珊瑚砂累积耗散能的产生过程; 吴琪等^[19]提出了基于剪切应变特征的超静孔压发展预测模型。然而, 需要液化循环振次的孔压模型需要事先确定发生液化所需循环振次, 存在一定的局限性。若存在部分排水条件, 则无法进行孔压发展的预测或导致很大误差的预测结果, 而部分排水条件是更符合实际场地条件。孔压增量模型是将某一时段内的孔压增长量与动剪应力 (或动剪应变)、土性参数等因素建立关系, 累加各个时段的孔压增量得到对应的孔压。在进行动力时程分析时, 孔压增量模型不需要事先确定液化循环振次, 即使存在部分排水的情况, 也可以通过逐个振次内考虑传递孔压^[20]的影响实现孔压增长的预测。因此, 近些年来, 较为普遍的采用了孔压增量模型。如 Martin 模型^[21]及其扩展模型^[22]、Chen 等^[23]、王炳辉等^[24-25]提出或改进了经验孔压增量模型。

鉴于上述不同荷载频率下砂土动力响应研究的不足, 本文对取自南海的珊瑚砂进行了一系列不排水循环三轴试验, 探讨了循环加载频率 f 对不同颗粒级配饱和珊瑚砂 u_e 的影响, 并采用增量建模方式建立了不同加载频率 f 影响下的饱和珊瑚砂孔压增量模型。以期为南海珊瑚岛礁液化场地动力稳定性分析提供参考。

1 测试材料、设备和方案

1.1 试验材料

试验所用珊瑚砂取自中国南海南沙群岛的某岛礁。经测定, 该珊瑚砂含有 55.5% 的文石, 41.5% 的高镁方解石和 3.0% 的方解石, CaCO_3 含量约为 90.28%^[1-2]。本文采用 3 组不同颗粒级配的珊瑚砂, 分别为 A、B 和 C 组, 各组颗粒级配的试验结果如图 1, 相关物理性质参数如表 1 所示。

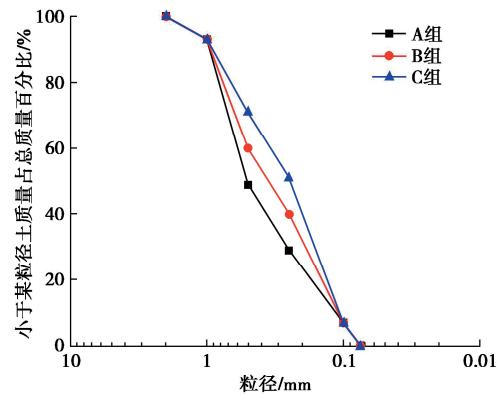


图 1 珊瑚砂的级配曲线

Fig. 1 Particle size distribution curves of coral sand

1.2 试验装置及试样制备

试验仪器采用英国 GDS 动三轴仪, 该仪器由计算机系统、数据采集器、轴向力和轴向位移动态控制主

机以及两个标准压力/体积控制器组成。轴向最大负荷为 ± 5 kN, 精度可达到 0.001 kN, 压力最大可达到 2 MPa, 轴向位移最大量程为 100 mm, 位移精度为 0.07%F.S.

试验使用的试样直径 $D = 50$ mm, 高 $H = 100$ mm。试验采用干装法制样, 控制初始相对密度 $D_r = 50\%$ 。将烘干的珊瑚砂按照级配对每层所需粒径颗粒的质量进行单独配制, 均分 5 层进行装样, 各层之间进行刮毛处理, 以保证试样的均匀性。为使试样达到饱和状态, 制样完成后, 首先通入 15 min 的 CO_2 , 以置换土体中的空气; 然后从试样底部通入无气水, 直至无气泡排出; 最后分三级反压饱和, 当试样的孔压系数 B 达到 0.97 以上时, 可认为砂土已达到饱和。饱和后, 对试样进行均等固结, 并保持初始有效围压为 100 kPa。

表 1 珊瑚砂基本物理性质

Table 1 Physical properties of coral sands

试验组号	d_{50}/mm	C_u	C_c	$\rho_{\min}/(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$	$\rho_{\max}/(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$
A	0.500	5.177	0.946	1.220	1.410
B	0.353	4.587	0.662	1.250	1.520
C	0.250	3.314	0.707	1.280	1.570

1.3 试验方案

为研究循环加载频率 f 影响下, 饱和珊瑚砂的液化特性及其孔压的发展规律, 试验选取 $f = 0.01, 0.1, 1 \text{ Hz}$, 采用正弦波加载, 对固结完成后的试样在循环应力比 $\text{CSR} = 0.2, 0.25, 0.3$ 的条件下开展试验, 其中, $\text{CSR} = \sigma_d/2\sigma'_c$, σ_d 和 σ'_c 分别为轴向动应力幅值和有效围压, 详细工况见表 2。

2 试验结果及分析

2.1 循环加载频率对饱和珊瑚砂孔压增长的影响

图 2 给出了 $D_r = 50\%$, $\text{CSR} = 0.2$ 以及 3 种不同循环加载频率条件下, B 组珊瑚砂固结不排水循环三轴试验超静孔压 u_e 变化的典型试验结果。同时, 也给出了所有试验结果的抗液化强度结果, 如图 3 所示。饱和珊瑚砂超静孔压 u_e 累积增长会伴随孔压的波动, 当孔压首次达到初始有效围压时试样出现“瞬时液化”现象, 取此时的孔压比即 $r_u = 1.0$ 作为珊瑚砂的液化标

准。由图 2, 3 可以看出: 当 CSR 一定且荷载频率越小时, 珊瑚砂中超静孔压的增长速率越快, 而达到液化需要的振次 N_L 则越小。但与此同时, 珊瑚砂经历循环荷载的作用时间越长, 如图 2 (c) 中的珊瑚砂达到初始液化只作用了 36 周的循环振次, 但经历的时间则长达 3600 s, 即 1 h 的荷载作用。其他相同 CSR, 不同频率的试验结果也是相同的规律, 其中 N_L 结果如表 2 和图 3 所示。

通过上述试验结果进行分析得出: 等幅循环加载过程中, 砂土骨架不断发生损伤或重构, 在较低频率 f 下, 单个循环振次试样受到的作用时间长, 导致试样内这种损伤或重构越发显著或充分。而当频率 f 较大时, 试样受循环荷载作用产生的损伤或重构可能并不十分充分, 或受到局部的颗粒间孔隙水无法及时排出而抑制珊瑚砂颗粒的损伤或重构。

2.2 孔压增量比的变化规律

为了研究不同频率对等幅循环荷载作用产生的超静孔压的影响, 本文引入孔压增量比 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 的概念, 定义其表达式为

$$\beta_{\Delta\mu,N} = \frac{\Delta\mu_N}{\sigma'_c - \mu_{N-1}} \quad (1)$$

则, 其累积孔压增量比为

$$\sum_{i=1}^N \beta_{\Delta\mu,i} = \sum_{i=1}^N \frac{\Delta\mu_i}{\sigma'_c - \mu_{i-1}} \quad (2)$$

式中: $\Delta\mu_N$ 为第 N 周内的孔压增量; $\sigma'_c - \mu_{N-1}$ 为第 $N-1$ 周末时刻饱和砂土的有效应力, 即某一周循环荷载作用前砂土的有效应力。孔压增量比 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 是饱和砂土受到动荷载 $\alpha_{d,N}$ 时的孔压比增量。

根据上述孔压增量比 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 的定义, 本文给出了其与循环振次 N 的关系, 如图 4 所示。由图 4 可知: $\beta_{\Delta\mu,N}$ 随着 N 的增加可划分为平稳段和上升段两个阶段。在平稳段, $\beta_{\Delta\mu,N}$ 的变化小, 而在上升段, $\beta_{\Delta\mu,N}$ 随着 N 的增加而迅速增加, 并达到最大值 1。其中, $\beta_{\Delta\mu,N}$ 随 N 变化的平稳段和上升段之间存在一个定量划分界限。根据试验结果, 认为王炳辉等^[24]的划分依据是合适的。因此, 本文采用下式进行阶段划分, 即

$$u_e = (1 - e^{-1})\sigma'_c \approx 0.632\sigma'_c \quad (3)$$

表 2 不排水循环试验方案及 N_L 结果Table 2 Schemes of undrained cyclic tests and results of N_L

编号	f/Hz	CSR	N_L	编号	f/Hz	CSR	N_L	编号	f/Hz	CSR	N_L
A1	1.00	0.20	134.54	B1	1.00	0.20	97.54	C1	1.00	0.20	90.52
A2	0.10	0.20	94.86	B2	0.10	0.20	71.80	C2	0.10	0.20	65.06
A3	0.01	0.20	56.00	B3	0.01	0.20	38.00	C3	0.01	0.20	27.10
A4	1.00	0.25	32.56	B4	1.00	0.25	26.10	C4	1.00	0.25	19.10
A5	0.10	0.25	19.54	B5	0.10	0.25	16.54	C5	0.10	0.25	13.54
A6	0.01	0.25	12.00	B6	0.01	0.25	9.54	C6	0.01	0.25	7.50
A7	1.00	0.30	16.52	B7	1.00	0.30	11.12	C7	1.00	0.30	10.50
A8	0.10	0.30	13.54	B8	0.10	0.30	7.54	C8	0.10	0.30	7.52
A9	0.01	0.30	9.00	B9	0.01	0.30	5.00	C9	0.01	0.30	4.50

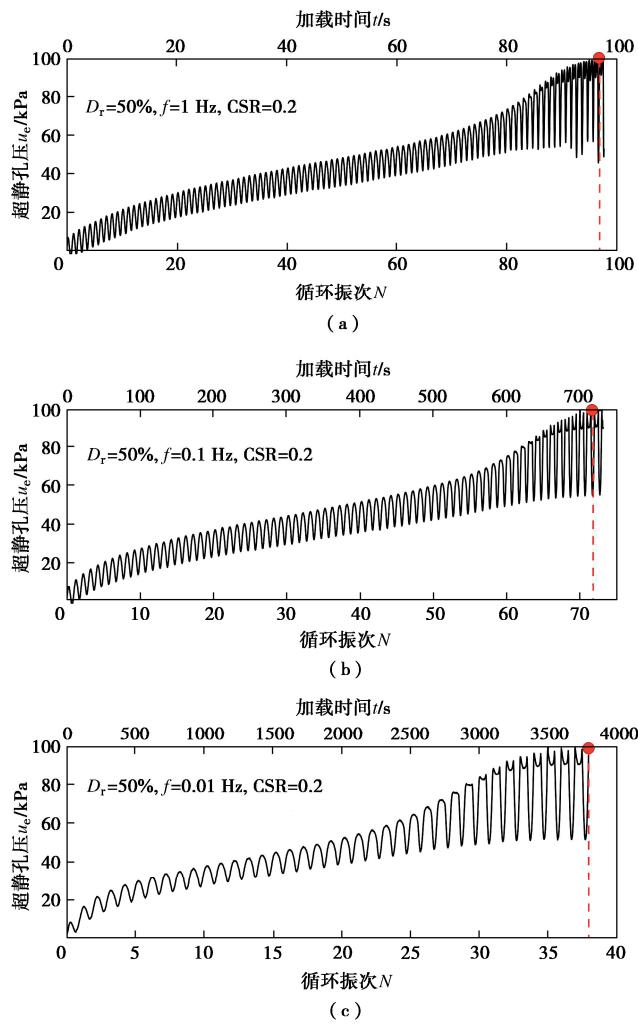


图 2 B 组中 3 种加载频率下珊瑚砂的孔压时程图

Fig. 2 Time-history curves of pore water pressure in coral sand at three different loading frequencies in group B

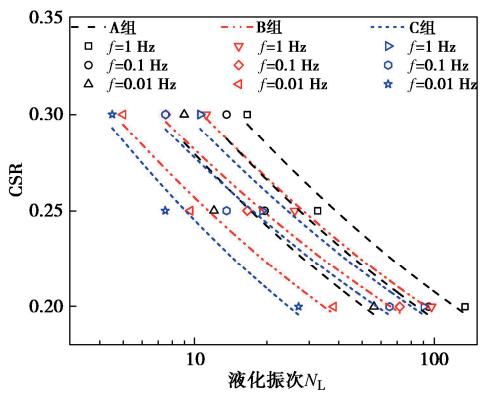


图 3 抗液化强度试验结果

Fig. 3 Test results of liquefaction resistance

在 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 随 N 发展的平稳段, 当 CSR 较小时, 循环周数较多, 平稳段的这一特性十分清晰, 例如图 4 (b) 中, CSR=0.2, $f=1$ Hz 条件下的试验结果, $\beta_{\Delta\mu,N}$ 值保持很小, 且几乎不变。说明每周循环荷载作用下的孔压增量比十分稳定。而稳定的 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 值受到 CSR 和荷

载频率 f 的影响显著。即在同一加载频率 f 下, 该阶段的 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 值随着 CSR 的增大而增大; 在同一 CSR 下, 该 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 值随着 f 的增大而减小。为了定量探究平稳段 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 发展受 f 及 CSR 的影响, 本文将平稳段的均值 β 与加载频率 f 以及 CSR 建立关系, 得到如图 5, 6 所示的结果, 可以看出, $\beta_{\Delta\mu,N}$ 分别与 $\ln(e/f)$ 以及 CSR 具有良好的线性关系, 且随着 $\ln(e/f)$ 和 CSR 的增大而增大。其中, $\ln(e/f)$ 中的 e 为自然对数。

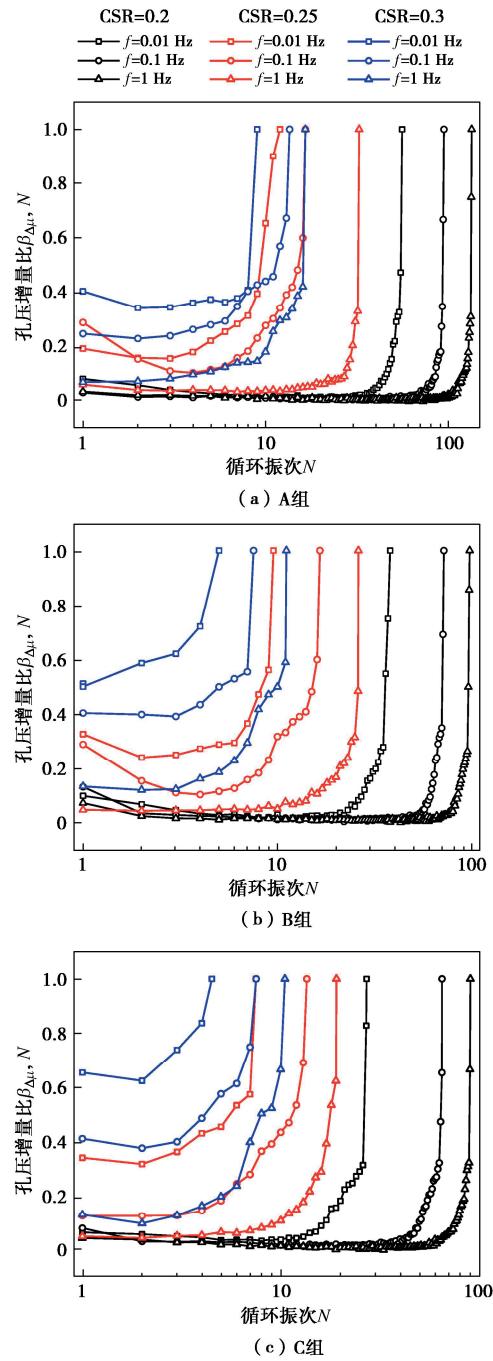
图 4 孔压增量比 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 与循环振次 N 的关系

Fig. 4 Variations of $\beta_{\Delta\mu,N}$ with N

需要指出的是: 在 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 随 N 变化的平稳段, 除第 1 周的 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 值稍高外, 其余周的 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 值都比较接

近。这与王炳辉等^[24]的结果略有区别, 经过分析, 认为王炳辉等^[24]中的 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 划分出的下降段为设备加载启动时的意外扰动产生, 当循环加载不产生意外扰动的情况下, 是不存在下降段的。由于本研究中使用的试验设备相比更为先进, 且设备控制性能好, 启动时对试样的意外扰动作用更小。因此, 将这两个阶段进行合并是合理的。

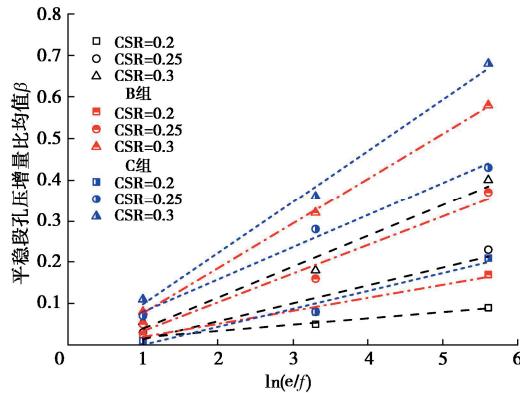


图 5 平稳段孔压增量比均值 β 与 $\ln(e/f)$ 关系图(e 为自然常数)

Fig. 5 Variations of steady section pore pressure increment ratio mean value β with $\ln(e/f)$ (e is a natural constant)

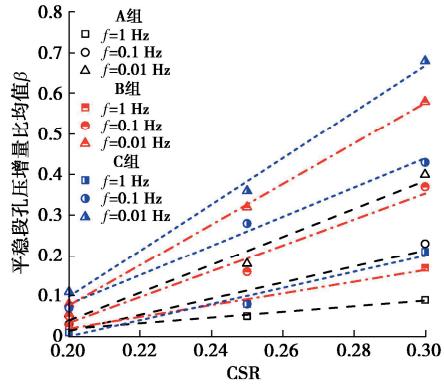


图 6 平稳段孔压增量比均值 β 与 CSR 关系图

Fig. 6 Variations of Steady section pore pressure increment ratio mean value β with CSR

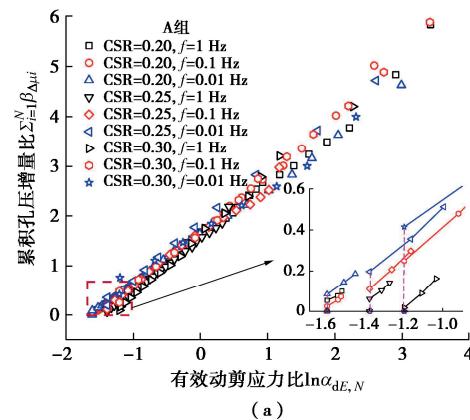
2.3 孔压增量比累积量与有效动剪应力比之间的关系

王炳辉等^[24-25]通过分析孔压增量比累积量 $\sum_{i=1}^N \beta_{\Delta\mu,i}$ 与有效动剪应力比 $\alpha_{dE,N}$ 之间的关系, 如式(4), 推出每一周的孔压增量并建立了孔压增量模型。其中, 有效动剪应力比 $\alpha_{dE,N}$ 为动应力幅值与第 $N-1$ 周末时刻的有效应力的比值, 该概念基于最大往返剪切作用面^[26]以及有效应力意义下的最大往返剪切作用面^[27], $\alpha_{dE,N}$ 的表达式见式(5)。

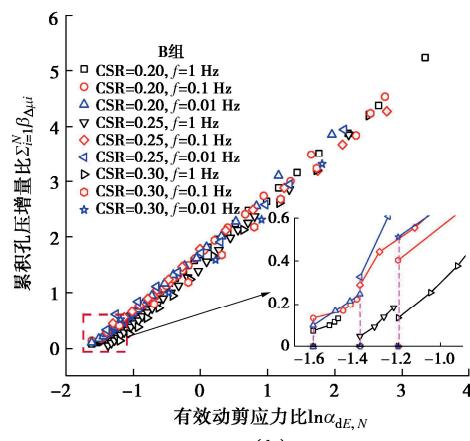
$$\sum_{i=1}^N \beta_{\Delta\mu,i} = k_N \ln \alpha_{dE,N} + a \quad , \quad (4)$$

$$\alpha_{dE,N} = \frac{\tau_d}{\sigma'_c - \mu_{N-1}} \quad (\mu_{N-1} < \sigma'_c) \quad . \quad (5)$$

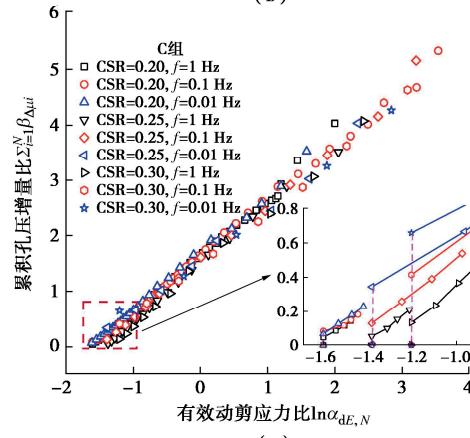
在不同的荷载频率下, 是否成立值得验证。因此, 将本文试验的所有结果整理成孔压增量比累积量与有效动剪应力比的关系, 如图 7 所示。从图 7 中可以看出: 在半对数坐标系下, $\sum_{i=1}^N \beta_{\Delta\mu,i} - \ln \alpha_{dE,N}$ 具有很好的线性关系, CSR 和 f 的大小不影响 $\sum_{i=1}^N \beta_{\Delta\mu,i} - \ln \alpha_{dE,N}$ 线性关系中的斜率 k_N , 且 k_N 的均值都在 1.0~1.05 的范围内, 且 R^2 几乎均大于 0.95。如表 3 所示。王炳辉等^[24-25]的结果显示, k_N 不受 CSR 和固结比 K_c 影响。



(a)



(b)



(c)

图 7 $\sum_{i=1}^N \beta_{\Delta\mu,i}$ 与 $\ln \alpha_{dE,N}$ 关系图

Fig. 7 Variations of $\sum_{i=1}^N \beta_{\Delta\mu,i}$ with $\ln \alpha_{dE,N}$

本文结果显示出该线性关系也不受频率 f 影响。而当 $\sum_{i=1}^N \beta_{\Delta\mu,i} \cdot \ln \alpha_{dE,N}$ 具有线性关系这一性质时, 结合 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 又可以定义为第 N 周的孔压增量比累积量减去第 $N-1$ 周的孔压增量比累积量, 就可推导出第 $N-1$ 周饱和珊瑚砂的有效应力与第 $N-2$ 周饱和珊瑚砂的有效应力之间满足指数衰减的关系, 参考结构动力学中阻尼比的定义, 略加修改得到第 $N-1$ 周循环的有效应力对数衰减率的定义:

$$\xi_{\mu,N-1} = \ln \left(\frac{\sigma'_d - \mu_{N-2}}{\sigma'_c - \mu_{N-1}} \right) \quad (N \geq 2) \quad (6)$$

从上式可知: 后一周的超静孔压可以通过前一周的有效应力状态确定, 即第 N 周的孔压增量比为

$$\beta_{\Delta\mu,N} = k_N \xi_{\mu,N-1} \quad (N \geq 2) \quad (7)$$

而线性关系式(4)中的截距 a 受到荷载和土性等初始条件的影响, 即体现在第 1 周循环荷载作用下的孔压增量。从图 7 中的局部放大图也可以看出: 第 1 周循环荷载作用下的孔压增量比累积量, 从零突然增加, 即为第 1 周的孔压增量比。该值则受到荷载频率和 CSR 的显著影响, 影响规律几乎与图 5, 6 中的规律一致。结合孔压增量比累积量与有效动剪应力比的关系可知: 除了第 1 周之外, 后续的等幅循环荷载作用, 无论频率是多少, 都不影响孔压增量比累积量与有效动剪应力比关系的斜率。荷载频率对珊瑚砂孔压发展的影响, 主要是对第 1 周孔压增量比的影响。

2.4 第一周孔压增量比的增长规律

荷载频率作为动荷载核心特征(幅值、频谱特征和持时)之一, 有必要将频率的影响考虑在内。从上文分析可知, 孔压增量与荷载频率具有相关性, 且珊瑚砂仅第一周的孔压增量比 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 的累积量(即第一周的孔压增量比)受到荷载频率的影响, 其余阶段因受到有效应力对数衰减率的制约而变得极为规律。所以, 荷载频率对孔压模型的影响, 主要分析第一周的

孔压增量比 $\beta_{\Delta\mu,1}$ 。图 8 给出了 $\beta_{\Delta\mu,1}$ 与 $\text{CSR} \times \ln(e/f)$ 的关系图, 从中可以看出: 试验数据可拟合成 9 组线性关系很好的直线; 因频率差异, 这些直线可分为左中右三簇, 因粒组差异每簇中的 3 条直线具有不同的斜率, 而各簇间相同颜色的直线具有十分相近的斜率。即在不同频率和相同级配下的直线斜率几乎相同, 如图中的同色直线几乎平行, 表示不同频率下的直线有不同的截距; 在相同频率和不同级配下的直线斜率有所差异, 如图中不同颜色直线所示, 表示不同级配对同簇直线的斜率有所影响。并得到 $\beta_{\Delta\mu,1}$ 的表达式:

$$\beta_{\Delta\mu,1} = k_1 \text{CSR} \ln(e/f) + b \quad (8)$$

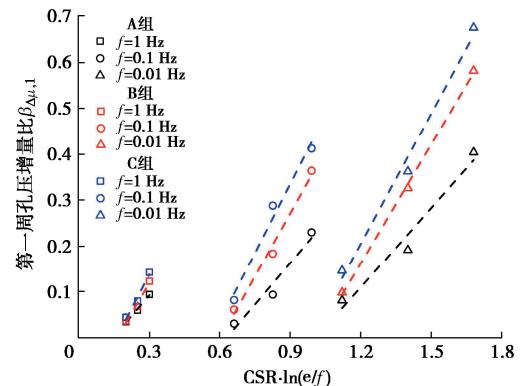


图 8 $\beta_{\Delta\mu,1}$ 与 $\text{CSR} \ln(e/f)$ 关系图

Fig. 8 Variations of $\beta_{\Delta\mu,1}$ with $\text{CSR} \ln(e/f)$

表 4 给出了图 8 各拟合直线的参数, 根据上述分析, 将建立了截距 b 与 $\ln(e/f)$ 的关系, 如图 9 所示, 两者具有很好的线性关系, 且这 3 条拟合直线的截距几乎都为 0, 即截距 b 为

$$b = k_2 \ln(e/f) \quad (9)$$

为充分考虑频率 f 对 $\beta_{\Delta\mu,1}$ 的影响, 将式(9)代入式(8)可得式(10):

$$\beta_{\Delta\mu,1} = (k_1 \text{CSR} + k_2) \ln(e/f) \quad (10)$$

式中: k_1 和 k_2 为拟合参数, 从本文试验结果来看, k_1 ,

表 3 $\sum_{i=1}^N \beta_{\Delta\mu,i}$ 与 $\ln \alpha_{dE,N}$ 线性关系的拟合参数

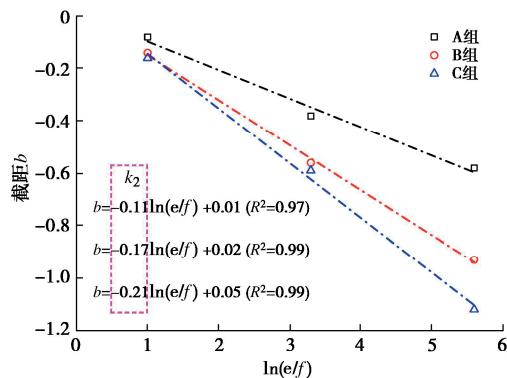
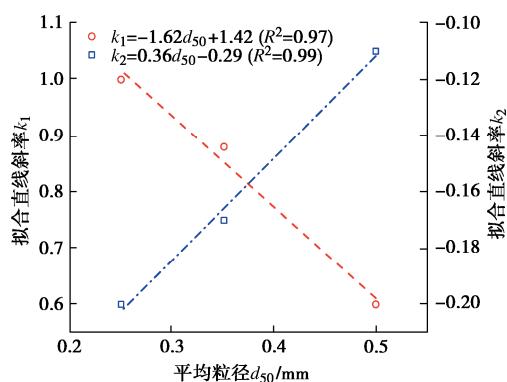
Table 3 Fitting parameters of linear relationship between $\sum_{i=1}^N \beta_{\Delta\mu,i}$ and $\ln \alpha_{dE,N}$

编 号	平稳段			上升段			编 号	平稳段			上升段			编 号	平稳段			上升段		
	k_N	a	R^2	k_N	a	R^2		k_N	a	R^2	k_N	a	R^2		k_N	a	R^2	k_N	a	R^2
A1	0.99	1.61	0.99	1.08	1.64	0.99	B1	0.99	1.61	0.99	1.05	1.67	0.99	C1	0.99	1.60	0.99	1.05	1.64	0.98
A2	1.00	1.62	0.99	1.18	1.65	0.99	B2	0.97	1.58	0.99	1.03	1.68	0.99	C2	0.97	1.59	0.99	0.99	1.66	0.99
A3	0.98	0.98	0.99	0.96	1.70	0.99	B3	0.98	1.61	0.99	1.09	1.73	0.99	C3	1.02	1.68	0.99	1.03	1.72	0.99
A4	1.03	1.50	0.99	1.13	1.54	0.97	B4	1.04	1.45	0.99	1.08	1.43	0.95	C4	1.08	1.52	0.99	1.10	1.53	0.99
A5	1.13	1.72	0.99	0.93	1.64	0.99	B5	0.95	1.63	0.98	0.92	1.72	0.99	C5	1.08	1.60	0.99	1.06	1.58	0.99
A6	1.12	1.83	0.96	1.08	1.68	0.97	B6	1.05	1.84	0.93	1.00	1.55	0.99	C6	0.96	1.39	1.00	0.98	1.52	0.99
A7	1.08	1.36	0.99	1.16	1.33	0.98	B7	1.06	1.38	0.99	1.08	1.44	0.99	C7	1.12	1.47	0.99	1.02	1.54	0.99
A8	1.14	1.75	0.91	1.12	1.56	0.99	B8	0.97	1.33	1.00	1.13	1.38	0.99	C8	0.93	1.53	1.00	1.02	1.50	0.99
A9	0.99	2.00	1.00	0.92	1.68	0.99	B9	1.00	1.42	0.99	1.02	1.40	1.00	C9	1.01	1.51	1.00	0.98	1.45	1.00
均 值	1.05	1.60	1.06	1.60			均 值	1.00	1.53	1.05	1.56			均 值	1.02	1.54	1.02	1.57		

表 4 $\beta_{\Delta\mu,1}$ 与 CSR $\ln(e/f)$ 线性关系的拟合参数Table 4 Fitting parameters of linear relationship between $\beta_{\Delta\mu,1}$ and CSR $\ln(e/f)$

粒组	频率 f /Hz	斜率 k_1	k_1 均值	截距 b	R^2
A 组	1	0.60		-0.08	0.99
A 组	0.1	0.60	0.6	-0.38	0.92
A 组	0.01	0.58		-0.58	0.94
B 组	1	0.86		-0.16	0.95
B 组	0.1	0.91	0.88	-0.56	0.96
B 组	0.01	0.86		-0.93	0.99
C 组	1	0.98		-0.16	0.97
C 组	0.1	1.00	0.97	-0.59	0.99
C 组	0.01	0.94		-1.12	0.99

k_2 与平均粒径 d_{50} 均有十分好的线性关系。其中, $k_1=-1.62d_{50}+1.42$, $k_2=0.36d_{50}-0.29$, 如图 10 所示。

图 9 截距 b 与加载频率 f 关系图Fig. 9 Variations of b with f 图 10 k_1 和 k_2 与平均粒径 d_{50} 关系图Fig. 10 Variations of k_1 and k_2 with d_{50}

3 孔压增量模型的建立与验证

3.1 孔压增量预测模型的建立

根据式(1)可知, 循环荷载下饱和砂土中的孔压增量可表示为

$$\Delta\mu_N = \beta_{\Delta\mu,N}(\sigma'_c - \mu_{N-1}) \quad (11)$$

基于上述分析, 式(11)中的 $\Delta\mu_N$ 可分为两部分: ①

第一周的孔压增量 $\Delta\mu_1$ 通过将式(10)代入式(11)得到。②第一周后的孔压增量 $\Delta\mu_N$ 则根据式(7)和式(11)迭代得到, 其中, k_N 的取值以式(3)为判断标准, 当 $\beta_{\Delta\mu,N}=1$ 时, 孔压 u_e 达到有效围压值, 迭代计算结束。根据数值验证, 式(7)的结果连续, 能反映 u_e 的累积增长过程。

综合上述分析, 可建立的饱和珊瑚砂孔压增量模型为

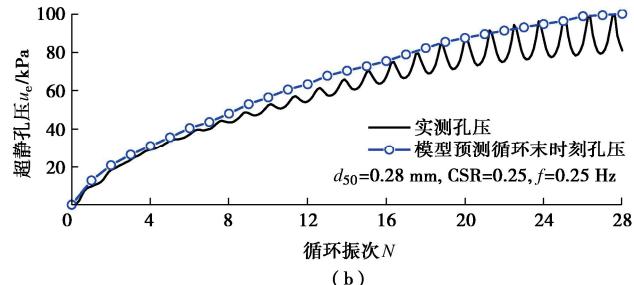
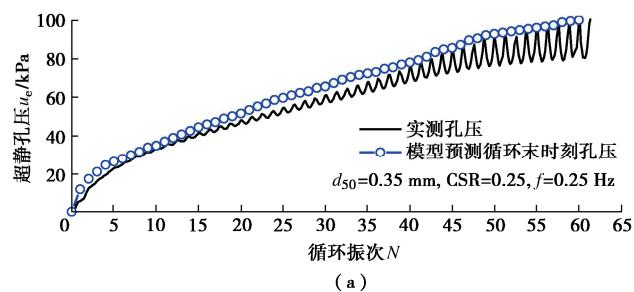
$$\Delta\mu_N = \begin{cases} \sigma'_c(k_1 \text{CSR} + k_2) \ln(e/f) & (N=1) \\ k_N \xi_{\mu,N-1}(\sigma'_c - \mu_{N-1}) & (N \geq 2) \end{cases} \quad (12)$$

式中: σ'_c 为有效围压; CSR 为循环应力比; e 为自然常数; f 为加载频率; 当 $u_e \leq 0.632 \sigma'_c$ 时, $k_N=1.02$; 当 $u_e > 0.632 \sigma'_c$ 时, $k_N=1.04$ 。

该孔压模型适用于等幅循环荷载作用下珊瑚砂的孔压增长预测, 其中荷载幅值应超过门槛循环荷载(即达到门槛剪应变所需的循环荷载)。对于非等幅荷载作用下孔压的累积增长是否存在这个规律有待进一步研究。模型中荷载频率 f 仅适用于本文试验采用的频率范围内, 超出该范围的情况, 仍有待进一步研究确认。

3.2 本文孔压增量预测模型的验证

为了验证式(12)孔压增量模型的合理性, 本文选取了文献[7]与文献[15]的试验结果进行验证, 图 11, 12 给出了已有文献试验数据中超静孔压 u_e 的实测值和通过本文理论模型所得到的预测值的对比结果。由图可知, 在加载频率 f 、平均粒径 d_{50} 和循环应力比 CSR 不同的情况下, u_e 的预测结果与 u_e 的实测时程曲线均有较好的吻合度, 表明本文所建立的孔压增量模型预测性较好。同时, 根据对比结果, 表 5 给出了本文及文献[7]与文献[15]试验结果的模型参数。



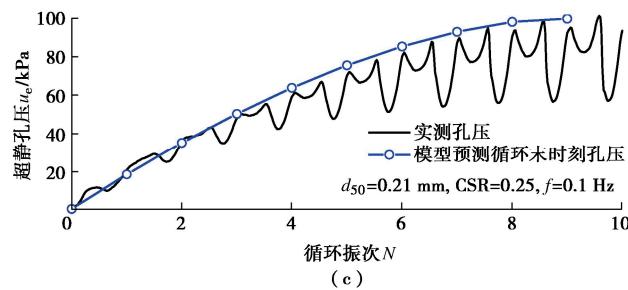
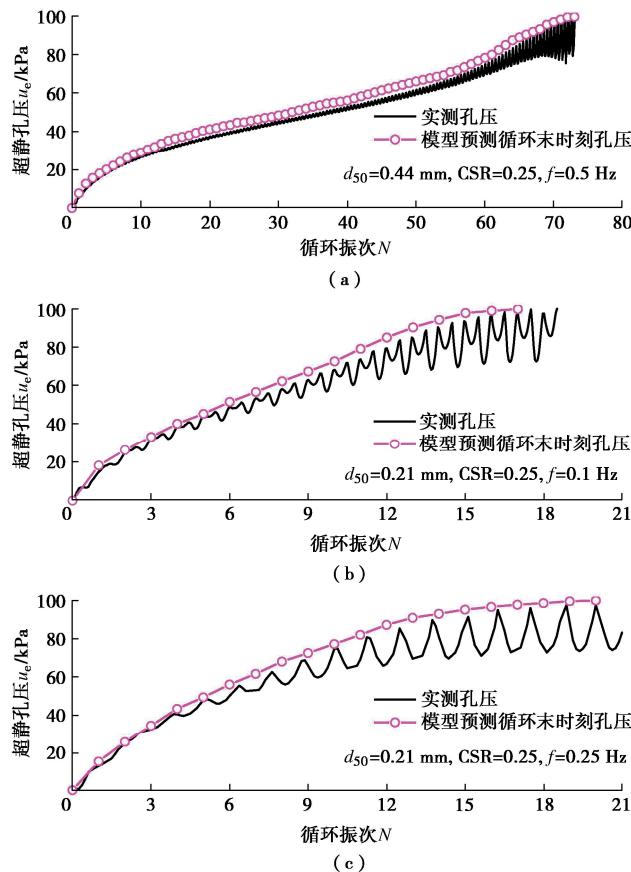
图 11 Wu 等^[7]珊瑚砂的实测值与预测值对比结果Fig. 11 Comparison of measured and predicted values of coral sands by Wu et al^[7]图 12 刘抗等^[15]珊瑚砂的实测值与预测值对比结果Fig. 12 Comparison of measured and predicted values of coral sands by Liu Kang et al^[15]

表 5 试验模型参数

Table 5 Test model parameters

粒组	k_1	k_2	平稳段		d_{50}/mm
			k_N	k_N	
本文	A 组	0.61	-0.11		0.500
	B 组	0.85	-0.16	1.02	0.353
	C 组	1.02	-0.20		0.250
文献	a 组	0.85	-0.16		0.350
	b 组	0.97	-0.19	1.00	0.280
[7]	c 组	1.08	-0.22		0.210
文献	a 组	0.71	-0.13		0.440
	b 组	1.08	-0.22	0.99	0.210
[15]	c 组	1.08	-0.22		0.210

4 结 论

基于一系列固结不排水循环三轴试验, 本文探究了不同循环加载频率 f 和不同循环应力比 CSR 对不同级配饱和珊瑚砂超静孔压 u_e 发展特性的影响, 最终得到以下 3 点结论。

(1) 加载频率 f 、循环应力比 CSR 和颗粒级配对饱和珊瑚砂超静孔压 u_e 随循环振次 N 的发展速率有显著影响。在其他试验条件相同的情况下, f 增大及 CSR 的减小都会导致饱和珊瑚砂的 u_e 随 N 的发展速率显著降低。

(2) 孔压增量比 $\beta_{\Delta\mu,N}$ 随着循环振次 N 的增加, 其变化趋势可分为平稳段与上升段。其中, f 和 CSR 对平稳段孔压增量比的均值 β 以及第一周的孔压增量比 $\beta_{\Delta\mu,1}$ 有显著影响, 并建立了相应的影响规律关系式。但 f 和 CSR 对 $\sum_{i=1}^N \beta_{\Delta\mu,i}$ 与 $\ln \alpha_{dE,N}$ 线性关系的斜率无影响, 并存在一个不受 f 和 CSR 影响的有效应力对数衰减率 $\zeta_{\mu,N-1}$ 。

(3) 考虑循环加载频率的影响, 本文建立了一个饱和珊瑚砂的孔压增量模型, 并通过与已有研究成果进行对比分析, 验证了该预测模型的合理性。

利益冲突声明/Conflict of Interests: 所有作者声明不存在利益冲突。All authors disclose no relevant conflict of interest.

作者贡献/Authors' Contributions: 张云飞设计试验方案, 张雷和王炳辉提供研究指导, 张云飞完成论文的初稿写作, 王炳辉和张雷对论文进行修改, 张云飞、辛双龙和郭慧仪完成室内试验, 周瑞荣和金丹丹对理论分析工作提供工作支持。所有作者均阅读并同意最终稿件的提交。This study was designed by ZHANG Yunfei and supervised by ZHANG Lei and WANG Binghui. The manuscript was drafted by ZHANG Yunfei and revised by WANG Binghui and ZHANG Lei. The laboratory tests were conducted by ZHANG Yunfei, XIN Shuanglong and GUO Huiyi. The work support for theoretical analysis was provided by ZHOU Ruirong and JIN Dandan. All the authors have read the last version of manuscript and consented for submission.

参考文献:

- [1] CHEN G X, QIN Y, MA W J, et al. Liquefaction susceptibility and deformation characteristics of saturated coral sandy soils subjected to cyclic loadings - a critical review[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2024, 23(1): 261-296.
- [2] MA W J, QIN Y, ZHAO K, et al. Comparisons on liquefaction behavior of saturated coral sand and quartz sand under

- principal stress rotation[J]. *Marine Georesources & Geotechnology*, 2022, **40**(2): 235-247.
- [3] 高冉, 叶剑红. 中国南海吹填岛礁钙质砂动力特性试验研究[J]. *岩土力学*, 2019, **40**(10): 3897-3908, 3919. (GAO Ran, YE Jianhong. Experimental investigation on the dynamic characteristics of calcareous sand from the reclaimed coral reef islands in the South China Sea[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2019, **40**(10): 3897-3908, 3919. (in Chinese))
- [4] 沉痛悼念黄文熙教授[J]. *岩土工程学报*, 2001, **23**(1): 1-2. (Deeply mourn professor Huang Wenxi[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2001, **23**(1): 1-2. (in Chinese))
- [5] SEED H B, LEE K L. Liquefaction of saturated sands during cyclic loading[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1966, **92**(6): 105-134.
- [6] QIN Y, YANG Z T, DU X Y, et al. An energy-based model for the generation of excess pore water pressure in saturated coral sand[J]. *Marine Georesources & Geotechnology*, 2024, **42**(2): 193-204.
- [7] WU Q, QIN Y, WANG L Y, et al. Development characteristics of excess pore water pressure in saturated marine coral sand based on shear strain characteristics: an experimental study[J]. *Applied Ocean Research*, 2023, **137**: 103594.
- [8] PAN K, YANG Z X. Effects of initial static shear on cyclic resistance and pore pressure generation of saturated sand[J]. *Acta Geotechnica*, 2018, **13**(2): 473-487.
- [9] PARK T, PARK D, AHN J K. Pore pressure model based on accumulated stress[J]. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2015, **13**(7): 1913-1926.
- [10] ISHIHARA K, TATSUOKA F, YASUDA S. Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses[J]. *Soils and Foundations*, 1975, **15**(1): 29-44.
- [11] KHASHILA M, HUSSIEN M N, KARRAY M, et al. Use of pore pressure build-up as damage metric in computation of equivalent number of uniform strain cycles[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2018, **55**(4): 538-550.
- [12] 张建民, 谢定义. 饱和砂土振动孔隙水压力增长的实用算法[J]. *水利学报*, 1991, **22**(8): 45-51. (ZHANG Jianmin, XIE Dingyi. Practical algorithm for increasing vibration pore water pressure in saturated sand[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1991, **22**(8): 45-51. (in Chinese))
- [13] 刘汉龙, 张宇, 郭伟, 等. 微生物加固钙质砂动孔压模型研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2021, **40**(4): 790-801. (LIU Hanlong, ZHANG Yu, GUO Wei, et al. A prediction model of dynamic pore water pressure for MICP-treated calcareous sand[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2021, **40**(4): 790-801. (in Chinese))
- [14] CETIN K O, BILGE H T. Cyclic large strain and induced pore pressure models for saturated clean sands[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2012, **138**(3): 309-323.
- [15] 刘抗, 陈国兴, 吴琪, 等. 循环加载方向对饱和珊瑚砂液化特性的影响[J]. *岩土力学*, 2021, **42**(7): 1951-1960. (LIU Kang, CHEN Guoxing, WU Qi, et al. Effects of cyclic loading directions on liquefaction characteristics of saturated coral sand[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2021, **42**(7): 1951-1960. (in Chinese))
- [16] 杨铮涛, 秦悠, 吴琪, 等. 循环加载频率对饱和珊瑚砂液化特性的影响[J]. *岩土力学*, 2023, **44**(9): 2648-2656. (YANG Zhengtao, QIN You, WU Qi, et al. Influence of cyclic loading frequency on liquefaction behaviors of saturated coral sand[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2023, **44**(9): 2648-2656. (in Chinese))
- [17] 许成顺, 王冰, 杜修力, 等. 循环加载频率对砂土液化模式的影响试验研究[J]. *土木工程学报*, 2021, **54**(11): 109-118. (XU Chengshun, WANG Bing, DU Xiuli, et al. Experimental study on effect of cyclic loading frequency on liquefaction mode of sand[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2021, **54**(11): 109-118. (in Chinese))
- [18] 马维嘉, 陈国兴, 李磊, 等. 循环荷载下饱和南沙珊瑚砂的液化特性试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2019, **41**(5): 981-988. (MA Weijia, CHEN Guoxing, LI Lei, et al. Experimental study on liquefaction characteristics of saturated coral sand in Nansha Islands under cyclic loading[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, **41**(5): 981-988. (in Chinese))
- [19] 吴琪, 王路阳, 刘启菲, 等. 基于剪切应变特征的饱和珊瑚砂超静孔压发展模型试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2023, **45**(10): 2091-2099. (WU Qi, WANG Luyang, LIU Qifei, et al. Experimental study on development model of excess pore pressure for saturated coral sand based on shear strain characteristics[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2023, **45**(10): 2091-2099. (in Chinese))
- [20] 谢定义, 张建民. 周期荷载下饱和砂土瞬态孔隙水压力的变化机理与计算模型[J]. *土木工程学报*, 1990, **23**(2): 51-60. (XIE Dingyi, ZHANG Jianmin. Research on transient change mechanism of pore water pressure in saturated sand under cyclic loading[J]. *China Civil Engineering Journal*,

- 1990, **23**(2): 51-60. (in Chinese))
- [21] MARTIN G R, SEED H B, FINN W D. Fundamentals of liquefaction under cyclic loading[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1975, **101**(5): 423-438.
- [22] JIANG Y S, GREEN R A, TAYLOR O D. Expanded Byrne model for evaluating seismic compression[J]. Earthquake Spectra, 2021, **37**(2): 612-636.
- [23] CHEN G X, QIN Y, WU Q, et al. A unified model of cyclic shear-volume coupling and excess pore water pressure generation for sandy soils under various cyclic loading patterns[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2024, **150**(9): 04024075.
- [24] 王炳辉, 陈国兴. 循环荷载下饱和南京细砂的孔压增量模型[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(2): 188-194. (WANG Binghui, CHEN Guoxing. Pore water pressure increment model for saturated Nanjing fine sand subjected to cyclic loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(2): 188-194. (in Chinese))
- [25] 王炳辉, 陈国兴, 李方明. 饱和南京细砂孔压增量模型的普适性研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2010, **30**(5): 487-496. (WANG Binghui, CHEN Guoxing, LI Fangming. Research on universality of pore water pressure increment model for saturated Nanjing fine sand[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2010, **30**(5): 487-496. (in Chinese))
- [26] 张克绪. 饱和砂土的液化应力条件[J]. 地震工程与工程振动, 1984, **4**(1): 99-109. (ZHANG Kexu. Stress condition inducing liquefaction of saturated sand[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1984, **4**(1): 99-109. (in Chinese))
- [27] 王炳辉. 江苏沿江(海)地区新近沉积土动力特性的试验研究[D]. 南京: 南京工业大学, 2010. (WANG Binghui. Experimental Study on the Dynamic Characteristics of Recently Deposited Soils Along the River (Sea) in Jiangsu Province[D]. Nanjing: Nanjing University of Technology, 2010. (in Chinese))