

DOI: 10.11779/CJGE20240581

# 岩土工程协同式风险评估方法

肖 特<sup>1,2,3</sup>, 李典庆<sup>\*1,2</sup>, 周创兵<sup>4</sup>

(1. 武汉大学水文与水资源工程与调度全国重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学水利水电学院工程风险与防灾研究所, 湖北 武汉 430072;  
3. 上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240; 4. 南昌大学工程建设学院, 江西 南昌 330031)

**摘要:** 空间变异性是岩土材料的固有属性, 给岩土工程可靠性分析和风险评估带来了巨大挑战。在随机有限元法的框架下, 提出了一种结合多模型效率和精度优势的协同式风险评估方法, 通过随机模拟样本空间建立简单模型和复杂模型的内在联系, 不仅能灵活地处理复杂的岩土体空间变异性, 同时能实现既高效又准确的风险评估。通过基坑、浅基础、边坡等3个典型岩土工程算例验证了协同式风险评估方法的有效性, 其计算效率较传统随机模拟方法提高了数个量级, 为复杂工程定量风险评估提供切实可行的工具。岩土体三维空间变异性会显著影响岩土工程的失效模式、可靠性和风险, 协同式风险评估方法能够合理考虑这些影响, 极大促进随机有限元法在实际工程中的应用。多模型协同策略可以推广应用贝叶斯更新、最优化等诸多目标明确的随机问题。

**关键词:** 岩土工程; 空间变异性; 可靠性分析; 风险评估; 多模型协同

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2025)07-1335-09

作者简介: 肖 特(1991—), 男, 博士, 副教授, 主要从事岩土工程安全及灾害风险防控方面的研究工作。E-mail: xiaote@sjtu.edu.cn。

## Collaborative risk assessment approach in geotechnical engineering

XIAO Te<sup>1,2,3</sup>, LI Dianqing<sup>1,2</sup>, ZHOU Chuangbing<sup>4</sup>

(1. State Key Laboratory of Water Resources Engineering and Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 2. Institute of Engineering Risk and Disaster Prevention, School of Water Resources and Hydropower Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 3. School of Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China; 4. School of Infrastructure Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

**Abstract:** The spatial variability is an inherent property of geo-materials, posing significant challenges to geotechnical reliability analysis and risk assessment. Within the framework of random finite element method, a collaborative risk assessment approach is proposed to integrate the advantages of multiple models in terms of efficiency and accuracy. By establishing an inherent connection between simple and complex models through the sample space of stochastic simulation, the proposed approach flexibly handles the complex spatial variability of geo-materials and achieves both efficient and accurate risk assessment. The effectiveness of the proposed approach is demonstrated through three typical geotechnical examples of excavation, shallow foundation and slope. Its computational efficiency is improved by several orders of magnitude compared to that of the conventional random simulation methods, providing a practical tool for quantitative risk assessment in complex engineering projects. The three-dimensional spatial variability significantly affects the failure modes, reliability and risk of geotechnical structures. The collaborative risk assessment approach can appropriately consider these effects and greatly facilitate the application of random finite element method in practice. The multi-model collaboration strategy can be extended to various stochastic problems with well-defined objectives, such as the Bayesian updating and optimization.

**Key words:** geotechnical engineering; spatial variability; reliability analysis; risk assessment; multi-model collaboration

## 0 引言

土木工程中充满着各种不确定性, 需要在工程设

计里合理考虑以提供充足的安全保障。不同于其他土木工程所涉及的人工材料, 岩土工程面对的天然岩土

基金项目: 国家自然科学基金项目 (U2240211) This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. U2240211).

收稿日期(Received): 2024-06-01 修回日期(Revised): 2024-11-19 接受日期(Accepted): 2024-12-03 网络出版日期(Online): 2024-12-04

\*通信作者 (Email: dianqing@whu.edu.cn)

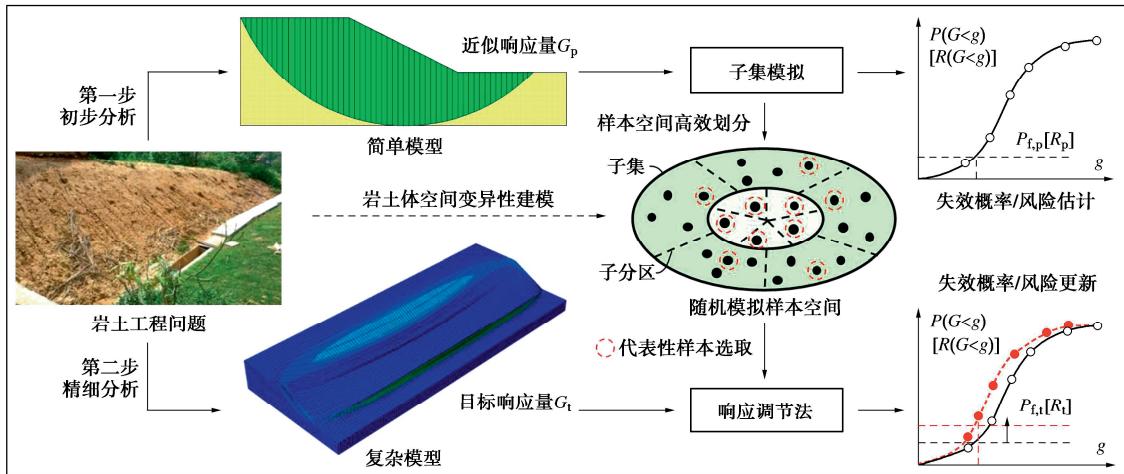


图 1 协同式风险评估分析框架

Fig. 1 Framework of collaborative risk assessment approach

材料具有变异性高、空间变异显著等特征<sup>[1-3]</sup>, 极大影响岩土工程的风险水平。新版欧洲岩土工程设计规范 Eurocode 7<sup>[4]</sup>明确指出需要考虑岩土体空间变异性。在其作用下, 岩土工程可靠性和风险呈现高维不确定性、多失效模式、低失效概率等特征<sup>[5]</sup>, 给传统可靠性分析和风险评估方法带来了巨大挑战。随机有限元法<sup>[6-9]</sup>为解决该问题提供了一种可行的工具, 其结合随机场理论描述空间变异性、有限元法(本文泛指各种基于网格或颗粒的数值分析方法, 包括有限差分法<sup>[10]</sup>、离散元法<sup>[11]</sup>、物质点法<sup>[12]</sup>等)分析岩土结构响应、随机模拟方法传递不确定性并评估可靠性和风险水平。以蒙特卡洛模拟为代表的随机模拟方法能很好地处理高维不确定性和多失效模式。但其计算的低效性在小概率问题中尤为突出, 特别是需要数万次三维有限元分析的情况。这极大限制了随机有限元法在实际岩土工程中的应用。

在确定性有限元分析中, 有普遍采用的策略: 即在采用目标模型(复杂模型, 准确但低效)分析之前, 先采用简化模型(简单模型, 近似但高效)进行初步分析, 如二维模型之于三维模型、稀疏网格之于精细网格, 以确定模型参数和近似响应, 最后再采用目标模型得到准确的响应。这样的两步策略可以避免反复调试复杂模型从而提高效率。如果直接将该策略推广到可靠性分析和风险评估中, 前后两步评估相对独立, 基于简单模型的评估并不能有效提升基于复杂模型的评估效率。在设计优化领域, 空间映射法<sup>[13]</sup>旨在通过代理模型建立简单模型和复杂模型的映射关系, 从而在仅采用简单模型的情况下推测复杂模型的结果。针对图像、气象领域的降尺度法<sup>[14]</sup>和计算机视觉领域的超分辨率法<sup>[15]</sup>具有类似的目的。然而, 两个模型映射关系的复杂程度因问题和模型而异, 在考虑

岩土体空间变异性下的可行性有待研究。

在可靠性分析和风险评估的背景下, 本文旨在提出一种通用的多模型协同策略, 称之为协同式风险评估方法。通过随机模拟样本空间建立简单模型和复杂模型的内在联系, 不仅能灵活地处理复杂的岩土体空间变异性, 同时能实现既高效又准确的风险评估。通过 3 个典型岩土工程算例验证所提方法的有效性, 为复杂工程定量风险评估提供切实可行的工具。

## 1 协同式风险评估方法

### 1.1 基本框架

在随机模拟的框架下, 定量风险评估需要产生一系列随机样本(考虑岩土体空间变异性时即为不同的随机场实现), 然后采用一个确定性模型(复杂模型或简单模型)分析各样本对应的系统响应  $G$  及失效后果  $C$ , 最终得到失效概率  $P_f$  和风险  $R$ <sup>[7]</sup>。由于复杂模型计算耗时, 如何利用简单模型以减少复杂模型分析所需的样本量是提高计算效率的关键。

考虑到简单模型和复杂模型一般具备相同或相近的边界条件、材料参数、力学机理等, 只要模型简化得当, 二者必然存在较高的关联性。虽然简单模型所计算的样本响应的绝对值不一定准确, 但能在一定程度上反映两个样本响应的相对大小, 该信息能为复杂模型省去重新遍历样本空间的大量工作。基于该思想, 协同式风险评估方法的基本框架如图 1 所示, 主要分为两步: ①基于简单模型和子集模拟<sup>[16]</sup>的初步分析; ②基于复杂模型和响应调节法<sup>[17]</sup>的精细分析; 二者通过样本空间进行连接。后文将用下标 p 和 t 分别表示初步分析和精细分析中所涉及的变量。

### 1.2 初步分析

子集模拟<sup>[16]</sup>通过乘法定理将一个小概率事件  $F =$

$\{G < 0\}$ 的发生概率表达为一系列中间失效事件的条件概率的乘积，并通过马尔科夫链蒙特卡洛模拟产生中间事件的条件失效样本，以快速逼近目标失效事件。

对于条件概率为  $p_0$ （一般取  $p_0=0.1$ ）、子集层数为  $m$ 、每层样本数为  $N$  的子集模拟（ $m=1$  时退化为传统蒙特卡洛模拟），样本空间根据简单模型响应量  $G_p$  的大小被划分为  $m+1$  个互斥且穷尽的子集  $\Omega_k$  ( $k=0, 1, \dots, m$ )。根据子集模拟的计算流程<sup>[7]</sup>，每个子集对应不同的概率  $P(\Omega_k)$  和不同的样本数  $N_k$ ：当  $k = 0, 1, \dots, m-1$  时， $P(\Omega_k) = (p_0)^k(1-p_0)$ ,  $N_k = N(1-p_0)$ ；当  $k=m$  时， $P(\Omega_k) = (p_0)^m$ ,  $N_k = Np_0$ 。因此总样本量为  $mN(1-p_0)+Np_0$ 。根据全概率公式，基于简单模型的初步失效概率表达为

$$\begin{aligned} P_{f,p} &= \sum_{k=0}^m P(F_p|\Omega_k)P(\Omega_k) = \sum_{k=0}^m \left( \frac{N_k}{N} \right) P(\Omega_k) \\ &= \sum_{k=0}^m \sum_{j=1}^{N_k} I_{p,kj} w_{p,k} \quad . \end{aligned} \quad (1)$$

式中： $P(F_p|\Omega_k)$  为每个子集的条件失效概率； $I_{p,kj}$  为  $\Omega_k$  中第  $j$  个样本的简单模型响应量  $G_{p,kj}$  的指示函数，当  $G_{p,kj} < 0$  时，样本失效， $I_{p,kj} = 1$ ，否则  $I_{p,kj} = 0$ ； $w_{p,k} = P(\Omega_k)/N_k$  为每个样本在初步分析中的权重。由于子集模拟中不同样本具有不同的权重，其失效概率本质上是各样本指示函数的加权累加。

在定量风险评估中，失效风险通常定义为失效概率和平均失效后果的乘积。针对子集模拟，失效风险可以类似地表达为各样本失效后果的加权累加：

$$R_p = P_{f,p} \bar{C}_p = \sum_{k=0}^m \sum_{j=1}^{N_k} C_{p,kj} w_{p,k} \quad . \quad (2)$$

式中： $C_{p,kj}$  为  $\Omega_k$  中第  $j$  个样本通过简单模型计算的失效后果，若失效未发生，则  $C_{p,kj} = 0$ 。

虽然基于简单模型获得的  $P_{f,p}$  和  $R_p$  只是近似解，但简单模型的高效性保障了初步分析只需很少的计算成本便可完成。更重要的是，子集模拟提供了一种高效逼近失效域的样本空间划分方式，其中的随机样本包含了一定的系统响应信息。这些信息将通过响应调节法合理地利用到基于复杂模型的精细分析中，得到校正的目标失效概率  $P_{f,t}$  和目标风险  $R_t$ 。

### 1.3 精细分析

实际上，因为邻近空间中的样本一般具有相近的系统响应，没必要对初步分析中的所有样本都采用复杂模型重新分析。响应调节法的子分区策略<sup>[17]</sup>便是一种选择少量代表性样本的合理手段。如图 1 所示，根据初步分析中  $G_p$  的大小，可以进一步将每个子集  $\Omega_k$  等分为  $N_s$  个具有相同样本数的子分区  $\Omega_{kj}$  ( $j = 1, 2, \dots, N_s$ ;  $N_s \ll N$ )。在每个子分区的  $N_k/N_s$  个样本中，随机选取一个代表性样本采用复杂模型重新分析，以其失效与否作为代表，来判断整个子分区是否失效。基于

所选的  $(m+1)N_s$  个代表性样本，精细分析的  $P_{f,t}$  和  $R_t$  分别表达为

$$P_{f,t} = \sum_{k=0}^m \sum_{j=1}^{N_s} P(F_t|\Omega_{kj})P(\Omega_{kj}) = \sum_{k=0}^m \sum_{j=1}^{N_s} I_{t,kj} w_{t,k} \quad , \quad (3)$$

$$R_t = \sum_{k=0}^m \sum_{j=1}^{N_s} C_{t,kj} w_{t,k} \quad . \quad (4)$$

式中： $P(F_t|\Omega_{kj})$  为每个子分区的条件失效概率； $I_{t,kj}$  和  $C_{t,kj}$  分别为  $\Omega_{kj}$  中代表性样本的复杂模型响应量  $G_{t,kj}$  的指示函数和失效后果，当  $G_{t,kj} < 0$  时， $I_{t,kj} = 1$ ，否则  $I_{t,kj} = 0$ ； $w_{t,k} = P(\Omega_{kj}) = P(\Omega_k)/N_s$  为代表性样本的权重。响应调节法的渐进无偏性<sup>[17]</sup>确保了  $P_{f,t}$  和  $R_t$  的准确性。

无论是初步分析还是精细分析、失效概率还是风险，式 (1) ~ (4) 具有一致的加权累加表达形式。得益于初步分析在简单模型的基础上预先对样本空间进行了划分，精细分析仅需要  $(m+1)N_s$  次复杂模型分析，远少于基于复杂模型直接采用子集模拟或蒙特卡洛模拟所需的计算量。总之，协同式风险评估方法共需要  $mN(1-p_0)+Np_0$  次简单模型分析和  $(m+1)N_s$  次复杂模型分析，总计算量  $N_T$  按复杂模型次数计为  $N_T = (m+1)N_s + \xi[mN(1-p_0)+Np_0] + N_r$ ，其中  $\xi$  为简单模型与复杂模型的计算耗时比，一般  $\xi \ll 1$ ； $N_r$  为构建简单模型所需的复杂模型计算量，除响应面外的大部分情况下，简单模型可以凭借工程经验构建， $N_r = 0$ 。

与其他随机模拟方法类似，基于精细分析所选的代表性样本同样可以估计某个关心变量  $Y$ （包括但不限于系统响应量  $G$ ）的统计特征。其中，均值  $E(Y)$  和方差  $\text{Var}(Y)$  按样本权重加权表达为

$$E(Y) = \sum Y_i w'_i \quad , \quad (5)$$

$$\text{Var}(Y) = \sum Y_i^2 w'_i - [E(Y)]^2 \quad . \quad (6)$$

式中： $w'_i = w_i/\sum w_i$  为调整后的样本权重。

综上所述，协同式风险评估方法通过样本空间直接联系简单模型和复杂模型，既能避免建立二者间的复杂映射关系，又能充分利用二者优势，实现兼顾精度和效率的可靠性分析和风险评估。

## 2 岩土工程算例分析

### 2.1 算例简述

本节将采用 3 个空间变异性作用下的典型岩土工程算例<sup>[19-21]</sup>验证协同式风险评估方法的有效性，包括基坑开挖变形、浅基础沉降和边坡稳定，以展示 3 种最常用的简单模型和复杂模型的协同组合。具体问题描述分别见附录 A, B, C，所有空间变异参数均用对数正态随机场和平方指数组合予以表征。

#### (1) 基坑算例

表 1 不同可靠性分析方法对比

Table 1 Comparison among different reliability methods

方法	基坑			浅基础			边坡		
	协同式		子集模拟	协同式		子集模拟	协同式		子集模拟
	初步	精细		初步	精细		三维	粗略网格	
确定性模型	响应面	有限元	有限元	二维	—	—	4	4	—
$m$	2	—	2	4	—	—	4	4	3
方法参数	$N$	5000	—	500	500	—	500	500	—
$N_s$	—	10	—	—	10	—	—	10	—
失效概率	均值	$3.43 \times 10^{-2}$	$4.24 \times 10^{-2}$	$4.30 \times 10^{-2}$	$3.53 \times 10^{-3}$	$2.22 \times 10^{-4}$	$2.02 \times 10^{-4}$	$8.64 \times 10^{-4}$	$2.89 \times 10^{-3}$
变异系数		0.054	0.211	0.179	0.273	0.505	0.450	0.346	0.334
等价计算量		100	30	950	15.4	50	1850	37	50
									$2.80 \times 10^{-3}$

开挖宽 40 m, 深 10 m 的基坑, 采用悬式围护结构支护, 墙体宽 1 m、高 20 m。土体弹性模量的竖向自相关距离为 1 m。以基坑开挖完成后的最大地表沉降  $U_v$  超过 0.06 m 作为支护失效判据。

### (2) 浅基础算例

条形基础长 10 m, 宽 2 m, 埋深 0.5 m, 受大小为 500 kPa 的竖向均匀布荷载作用。土体弹性模量的水平和竖向自相关距离分别为 10, 1 m。以中心沉降  $U_v$  超过 0.04 m 作为基础失效判据。

### (3) 边坡算例

土质边坡长 100 m, 高 6 m, 坡角 26.6°。土体不排水抗剪强度的水平和竖向自相关距离分别为 20, 2 m。以安全系数  $F_s$  小于 1 作为边坡失稳判据、滑块体积作为简化的边坡失效后果。

对基坑和浅基础算例仅进行可靠性分析, 对边坡算例开展风险评估。其中: ①基坑算例以有限元为复杂模型、响应面为简单模型, 响应面形式取最简单的一次多项式, 基于 100 个随机样本点建立, 两个模型分别耗时 13, 0 s,  $\xi = 0$ ,  $N_r = 100$ ; ②浅基础算例以三维有限元为复杂模型、二维有限元为简单模型, 二维模型取自三维模型的中心剖面, 分别耗时 24 min 和 12 s,  $\xi = 1/120$ ; ③边坡算例以精细网格有限元为复杂模型、粗糙网格有限元为简单模型, 网格尺寸分别为 1 m × 1 m × 1 m 和 2 m × 2 m × 5 m, 分别耗时 40 min 和 48 s,  $\xi = 1/50$ 。除安全系数  $F_s$  和滑块体积  $V$  外, 同时记录滑块长度  $L$ 、宽度  $W$ 、深度  $D$ , 以更准确地量化滑面形态。

由于协同式风险评估方法利用样本空间建立简单模型和复杂模型的联系, 其初步分析和精细分析必须采用一致的不确定性建模方式以保障样本空间的一致性。对于三维和二维的协同, 建议首先生成三维随机场, 然后输出特定剖面用于二维分析, 部分随机变量并不参与二维分析; 而对于精细网格和粗糙网格的协同, 建议采用两套独立的随机场网格和有限元网格, 先在相同的随机场网格处生成随机场, 再通过空间插值映射到不同的有限元网格处, 最优线性估计法<sup>[18-19]</sup>

非常适合这种情况下的随机场模拟。

## 2.2 结果验证

统一起见, 3 个算例的功能函数分别取  $G = 1 - U_v / 0.06$ ,  $G = 1 - U_v / 0.04$ ,  $G = F_s - 1$ , 以  $G < 0$  表示失效。协同式风险评估方法的参数设置如表 1 所示, 采用直接基于复杂模型的子集模拟作为对比验证。

采用协同式方法和子集模拟所估计的 3 个算例的功能函数累积分布函数如图 2 所示。可以看出, 无论基于简单模型的初步分析是否高估或低估目标可靠性水平, 在基于复杂模型的精细分析修正后, 总能和子集模拟保持很好的一致性, 即使在小概率水平(如  $10^{-3} \sim 10^{-4}$ )也有非常理想的表现。

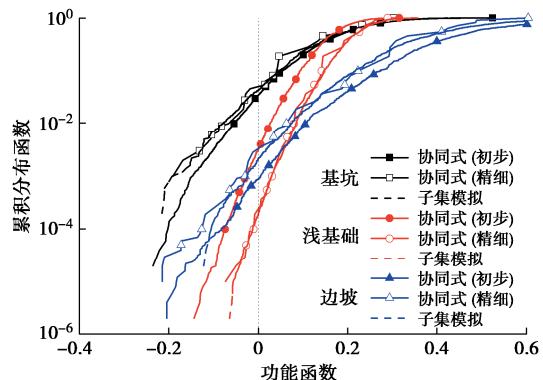


图 2 3 个算例的累积分布函数

Fig. 2 Cumulative distribution functions of three examples

为了估计失效概率的变异性, 重复进行了 20 次独立的协同式分析和子集模拟, 结果如表 1 所示。对于这 3 个算例和所采用的简单模型, 协同式分析和子集模拟在失效概率的均值和变异性方面基本一致, 但前者仅需要后者 1/7, 1/28, 1/16 的计算量。若与传统蒙特卡洛模拟相比, 在相同变异性前提下, 协同式方法可以提高计算效率 4 倍、270 倍、36 倍。注意到 3 个算例的失效概率分别处在  $10^{-2}$ ,  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$  量级, 失效概率越低, 协同式方法计算效率提高得越显著。此外, 以边坡算例为例, 协同式方法、子集模拟、蒙特卡洛模拟的失效样本比例分别为 22/50, 140/1400,

$2.8 \times 10^{-3}$ 。协同式方法的失效样本产生效率远远高于其他方法，非常适合于需要大量失效样本的失效分析和风险评估。

基于协同式方法估计的边坡算例风险也与子集模拟和蒙特卡洛模拟的结果一致，失效概率和风险分别从初步分析的  $8.84 \times 10^{-4}$  和  $1.77 \text{ m}^3$  修正到精细分析的  $2.80 \times 10^{-3}$  和  $7.01 \text{ m}^3$ 。在协同式分析中，选取的 50 个代表性样本同时采用简单模型和复杂模型进行了有限元分析。为了方便比较，各响应均用相应的复杂模型确定性分析结果进行归一化。如图 3 所示，尽管线性拟合线（实线）与  $1:1$  线（虚线）并不重合，这些有限元响应在简单模型和复杂模型中都有超过 0.8 的高相关性，其中安全系数的相关系数更是高达 0.99。这说明所选择的简单模型能很好地反映复杂模型的主要特征。粗糙网格模型总体上会高估安全系数而低估滑块规模，从而导致边坡失效概率和风险的低估。这种差异随着响应的增大而增大。

类似地，在基坑和浅基础算例中，简单模型和复杂模型的相关性也同样高达 0.99。高相关性保障了初步分析能提供足够多有用样本空间划分信息（即各样本空间响应的相对大小排序准确），从而使得精细分析仅需很少量的复杂模型计算便可保证较精确的可靠性和风险估计。从上述 3 个算例可以看出，岩土工程中很容易构建一个与复杂模型具有强相关性的简单模型，至少粗糙网格模型是一个通用的有限元简化方案。

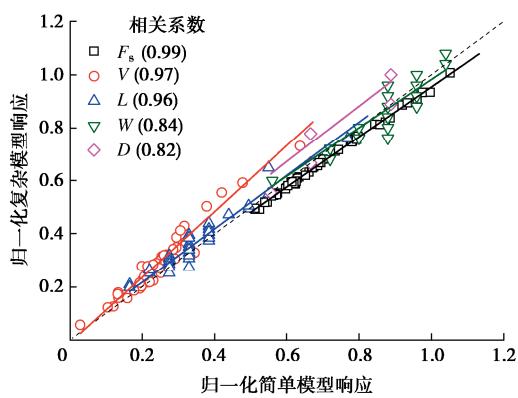


图 3 边坡算例简单模型和复杂模型响应对比

Fig. 3 Comparison of responses using simple model and complex model in slope example

## 2.3 空间变异性的影响

本节以边坡算例为例，进一步说明岩土体三维空间变异性对岩土工程安全的重要影响。大多数现有研究只考虑一维或二维空间变异性，认为竖向空间变异性对边坡可靠性影响显著，而水平空间变异性的影响相对有限<sup>[22]</sup>。以水平和竖向自相关距离  $l_h = 20 \text{ m}$  和  $l_v = 2 \text{ m}$  为基准，再考虑  $l_h = [10, 40, 80, 120] \text{ m}$  和  $l_v = [1, 4, 8, 12] \text{ m}$  与其的组合。以协同式风险评估方法

中的精细分析作为最终结果，其中  $l_h$  和  $l_v$  分别用坡长 100 m 和坡总高 10 m 进行归一化。

图 4 (a) 展示了边坡失效概率和风险随自相关距离的变化。当归一化自相关距离从 0.1 增加到 1.2（即空间变异性变弱），失效概率和风险显著增加了数个量级。该影响随着  $l_h$  超过一半坡长或  $l_v$  超过坡高而减弱。由于  $l_h$  一般在  $20 \sim 40 \text{ m}$ <sup>[2]</sup>，因此水平空间变异性会对长边坡有显著影响，例如数公里长的堤坝。此外，竖向空间变异性比水平空间变异性对边坡失效概率和风险的影响更大。

对于安全系数，基于式 (5), (6) 在整个样本空间进行统计，结果如图 4 (b) 所示。安全系数的均值几乎不受空间变异性影响，其变异性随自相关距离的增加而增加，从而导致失效概率的增加。对于滑块特征，基于式 (5) 仅对真正形成滑块的失效样本进行统计，图 4 (c), (d) 分别给出了滑块体积、长度、宽度、深度随自相关距离的变化。其中，滑块体积和长度随  $l_h$  的增加而增加、随  $l_v$  的增加而略微减小，滑块宽度和深度则基本不变。这表明水平和竖向空间变异性对边坡失效有着不同的作用机理。水平空间变异性对失效模式的影响远大于竖向空间变异性，主要通过影响滑块长度和位置进而影响失效模式。

对比三维和二维边坡风险评估<sup>[7]</sup>，竖向空间变异性对边坡失效概率、后果和风险的影响规律基本一致，说明二维分析能很好地考虑竖向空间变异性的影响。二维风险评估常以滑块面积表示失效后果，而滑块面积（即滑块宽度和深度）基本不随自相关距离变化，说明横向空间变异性对边坡失效后果的影响确实较小，水平空间变异性主要通过纵向空间变异性从滑块长度的角度来影响边坡的失效模式和后果。因此，只考虑横向空间变异性的二维分析并不能合理地考虑水平空间变异性的影响。这也是在边坡算例中选择三维粗糙网格模型（而不是二维模型）作为简化模型的主要原因。

此外，边坡的滑面形态会随着空间变异性变化而改变，尤其是水平空间变异性。图 4 (e), (f) 展示了两次典型随机场实现的滑面。当水平空间变异性较强时（即  $l_h$  较小），滑面近似球形；当其较弱时（即  $l_h$  较大），滑面则近似圆柱形。因此，在考虑岩土体空间变异性的情况下，难以事先确定合理的三维边坡滑面形态，导致三维极限平衡法等方法可能无法定位最危险滑面从而高估安全系数；而三维有限元法则无需对滑面的形状和位置做任何假定，非常适合随机分析。

综上所述，水平空间变异性（特别是纵向空间变异性）会显著影响三维边坡的失效模式、可靠性和风险，尤其是对数公里长的堤坝这类长边坡而言。相比

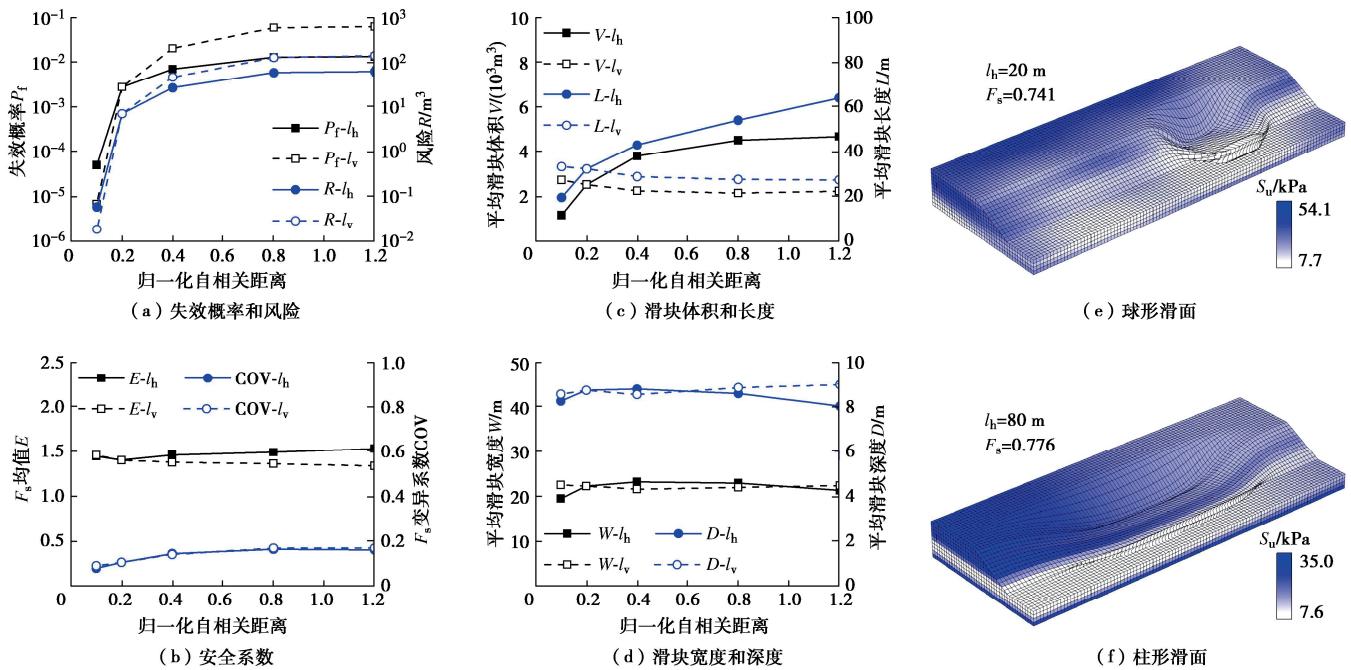


图 4 三维空间变异性对边坡算例的影响

Fig. 4 Effects of 3D spatial variability on slope example

之下，竖向空间变异性对三维边坡的可靠性和风险影响更为显著，但对其失效模式的影响较小。这些影响都可以通过协同式风险评估方法合理地考虑进三维边坡可靠性分析和风险评估中。

### 3 方法扩展

简单模型和复杂模型的高相关性对保障协同式风险评估方法的高效性至关重要。在某些情况下，如果直接构建一个较好的简单模型存在困难，建议采用自适应策略<sup>[23]</sup>逐步构建一个合适的简单模型。以响应面作为简单模型为例，在经过一次协同式分析后，除了初始用于训练的样本外，一系列代表性样本也经过了复杂模型的分析，它们可以共同作为新的训练样本用于更新响应面。比起初始样本，这些代表性样本更趋向于沿真实失效空间分布，因此新响应面能更好地表征失效空间附近的系统响应。以新响应面作为简单模型重复协同式分析，直至结果收敛。结合自适应策略，协同式方法类似于代理模型中的主动学习方法<sup>[24]</sup>，最终将得到一个与复杂模型高度相关的简单模型。

图 5 展示了一个自适应协同式分析的例子<sup>[23]</sup>。初始的简单模型明显偏离了 1:1 线，尤其是在失效域部分，其估计的初步失效概率也明显有偏。经过两次迭代后，简单模型与复杂模型的相关性从 0.968 提高到了 0.983，并修正到沿 1:1 线分布，其失效概率估计也修正为无偏，且变异性迅速下降，最终不到子集模拟的 1/4。在自适应过程中，复杂模型的计算量仅呈

线性增加，在总计算量仍小于子集模拟的情况下可以得到更稳定的可靠性估计。

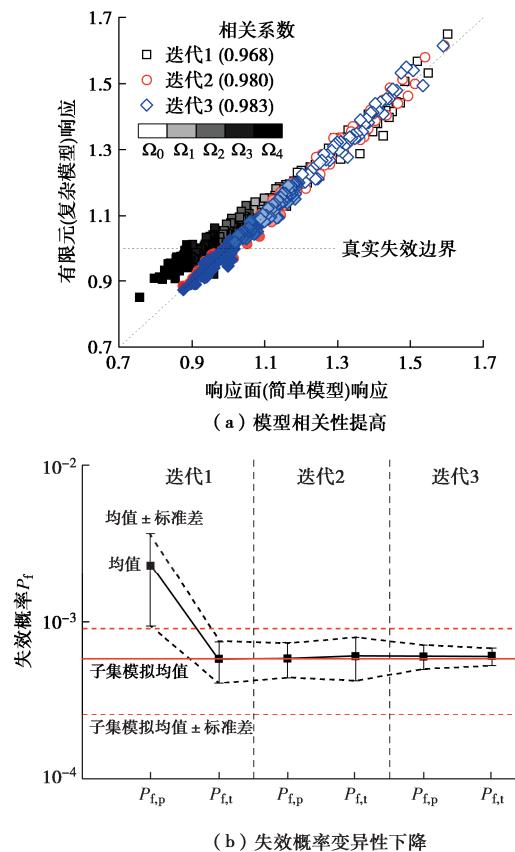


图 5 协同式方法自适应策略

Fig. 5 Adaptive strategy for collaborative approach

另一方面，协同式风险评估方法的计算量主要受

参数  $N_s$  控制, 实际运用中同样可以采用自适应方法选择合适的  $N_s$  值<sup>[25]</sup>。具体而言, 在初步分析完成后, 建议先取较小的  $N_s$  (如  $N_s = 2$ ) 进行精细分析, 然后逐步增大  $N_s$  进行新一轮精细分析, 直到目标失效概率和目标风险收敛。 $N_s$  的变化将重新划分样本空间的子分区, 若新子分区中包含前一步的代表性样本, 则直接选其作为新的代表性样本, 以省去复杂模型的重复计算。

除了可靠性分析和风险评估以外, 协同式风险评估方法中的多模型协同策略可以推广到诸多目标明确的随机问题, 如贝叶斯更新<sup>[26]</sup>、最优化<sup>[27]</sup>等, 具有非常广阔的应用前景。这些问题中存在一个需要被最小化(或最大化)的目标函数, 类似于可靠性分析中逐渐向失效域逼近的功能函数。类似地, 可以采用协同式方法, 以目标函数为驱动划分样本空间, 先基于简单模型进行初步分析, 再利用复杂模型进行修正, 通过样本空间权重调整代替两个模型间的复杂映射关系, 实现既高效又准确的随机分析。

## 4 结 论

本文提出了一种结合多模型效率和精度优势的协同式风险评估方法, 通过随机模拟样本空间建立简单模型和复杂模型的内在联系, 克服了空间变异性带来的高维不确定性、多失效模式、低失效概率挑战, 实现既高效又准确的风险评估。

(1) 通过基坑、浅基础、边坡等3个典型岩土工程算例, 展示了最常用的响应面加有限元、二维加三维、粗糙网格加精细网格的简单模型和复杂模型协同组合, 验证了协同式风险评估方法的有效性, 其计算效率较传统随机模拟方法提高了数个量级, 为复杂工程定量风险评估提供切实可行的工具。

(2) 岩土体三维空间变异性会显著影响岩土工程的失效模式、可靠性和风险。以边坡为例, 坚向空间变异性控制边坡可靠性和风险水平, 水平空间变异性则主导边坡的失效模式和位置。随机有限元法可以合理地考虑空间变异性的影响, 协同式风险评估方法能够极大促进其在实际工程中的应用。

**利益冲突声明/Conflict of Interests:** 所有作者声明不存在利益冲突。All authors disclose no relevant conflict of interest.

**作者贡献/Authors' Contributions:** 肖特和李典庆设计研究内容, 李典庆和周创兵提供研究指导, 肖特完成计算分析, 肖特和李典庆参与论文的写作和修改。所有作者均阅读并同意最终稿件的提交。This study was designed by XIAO Te and LI Dianqing and supervised by LI Dianqing and ZHOU Chuangbing. The numerical analyses were conducted by XIAO Te. The manuscript was drafted and revised by XIAO Te and Li Dianqing.

All the authors have read the last version of manuscript and consented for submission.

## 参考文献:

- [1] 陈祖煜. 建立在相对安全率准则基础上的岩土工程可靠度分析与安全判据[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(3): 521-544. (CHEN Zuyu. Reliability analysis and safety criterion in geotechnical engineering based on the index of safety margin[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(3): 521-544. (in Chinese))
- [2] PHOON K K, CAO Z J, JI J, et al. Geotechnical uncertainty, modeling, and decision making[J]. Soils and Foundations, 2022, 62(5): 101189.
- [3] BAECHER G B. 2021 terzaghi lecture: geotechnical systems, uncertainty, and risk[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2023, 149(3): 03023001.
- [4] CEN/TC 250. EN 1997-1:2024. Eurocode 7: Geotechnical Design. Part 1: General Rules[S]. 2024.
- [5] 肖特. 边坡岩土体空间变异性表征及协同式风险评估方法[D]. 武汉: 武汉大学, 2018. (XIAO Te. Characterization of Spatial Variability of Slope Rock and Soil and Collaborative Risk Assessment Method[D]. Wuhan: Wuhan University, 2018. (in Chinese))
- [6] FENTON G A, GRIFFITHS D V. Risk Assessment in Geotechnical Engineering[M]. New York: John Wiley & Sons, 2008.
- [7] 李典庆, 肖特, 曹子君, 等. 基于高效随机有限元法的边坡风险评估[J]. 岩土力学, 2016, 37(7): 1994-2003. (LI Dianqing, XIAO Te, CAO Zijun, et al. Slope risk assessment using efficient random finite element method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(7): 1994-2003. (in Chinese))
- [8] 朱彬, 裴华富, 杨庆, 等. 基于随机有限元法的波致海床响应概率分析[J]. 岩土力学, 2023, 44(5): 1545-1556. (ZHU Bin, PEI Huafu, YANG Qing et al. Probabilistic analysis of wave-induced seabed response based on stochastic finite element method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2023, 44(5): 1545-1556. (in Chinese))
- [9] 庞锐, 卢韵竹, 季睿, 等. 基于随机动力分析的高土石坝极限抗震能力研究[J]. 岩土工程学报, 2024, 46(10): 2237-2244. (PANG Rui, LU Yunzhu, JI Rui, et al. Study on ultimate seismic capability of high earth-rock dam based on stochastic dynamic analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2024, 46(10): 2237-2244. (in Chinese))
- [10] 张晋彰, 黄宏伟, 张东明, 等. 考虑参数空间变异性的隧道结构变形分析简化方法[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(1): 134-143, 205-206. (ZHANG Jinzhang, HUANG Hongwei,

- ZHANG Dongming, et al. Simplified methods for deformation analysis of tunnel structures considering spatial variability of soil properties[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, **44**(1): 134-143, 205-206. (in Chinese)
- [11] 仉文岗, 王 琦, 刘汉龙, 等. 岩体空间变异性对隧道拱顶失效概率的影响[J]. 岩土力学, 2021, **42**(5): 1462-1472. (ZHANG Wengang, WANG Qi, LIU Hanlong, et al. Influence of rock mass spatial variability on probability of tunnel roof wedge failure[J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, **42**(5): 1462-1472. (in Chinese))
- [12] 刘 鑫, 王 宇, 李典庆. 考虑土体参数空间变异性的边坡大变形破坏模式研究[J]. 工程地质学报, 2019, **27**(5): 1078-1084. (LIU Xin, WANG Yu, LI Dianqing. Slope failure modes at large deformation in spatially variable soils[J]. Journal of Engineering Geology, 2019, **27**(5): 1078-1084. (in Chinese))
- [13] KOZIEL S, CHENG Q S, BANDLER J W. Space mapping[J]. IEEE Microwave Magazine, 2008, **9**(6): 105-122.
- [14] FOWLER H J, BLENKINSOP S, TEBALDI C. Linking climate change modelling to impacts studies: recent advances in downscaling techniques for hydrological modelling[J]. International Journal of Climatology, 2007, **27**(12): 1547-1578.
- [15] HE J, ZHANG L M, XIAO T, et al. Deep learning enables super-resolution hydrodynamic flooding process modeling under spatiotemporally varying rainstorms[J]. Water Research, 2023, **239**: 120057.
- [16] AU S K, BECK J L. Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2001, **16**(4): 263-277.
- [17] AU S K. Augmenting approximate solutions for consistent reliability analysis[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2007, **22**(1): 77-87.
- [18] ZHANG J, XIAO T, JI J, et al. Geotechnical Reliability Analysis: Theories, Methods and Algorithms[M]. Singapore: Springer, 2023.
- [19] XIAO T, LI D Q, CAO Z J, et al. Three-dimensional slope reliability and risk assessment using auxiliary random finite element method[J]. Computers and Geotechnics, 2016, **79**: 146-158.
- [20] 费 康, 彭 劍. ABAQUS 岩土工程实例详解[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2017. (FEI Kang, PENG Jie. ABAQUS in Geotechnical Engineering with Practical Examples[M]. Beijing: Posts and Telecom Press, 2017. (in Chinese))
- [21] AHMED A, SOUBRA A H. Probabilistic analysis of strip footings resting on a spatially random soil using subset simulation approach[J]. Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards, 2012, **6**(3): 188-201.
- [22] JIANG S H, LI D Q, CAO Z J, et al. Efficient system reliability analysis of slope stability in spatially variable soils using Monte Carlo simulation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2015, **141**(2): 04014096.
- [23] ZHOU Z, LI D Q, XIAO T, et al. Response surface guided adaptive slope reliability analysis in spatially varying soils[J]. Computers and Geotechnics, 2021, **132**: 103966.
- [24] 张天龙, 曾 鹏, 李天斌, 等. 基于主动学习径向基函数的边坡系统可靠度分析[J]. 岩土力学, 2020, **41**(9): 3098-3108. (ZHANG Tianlong, ZENG Peng, LI Tianbin, et al. System reliability analyses of slopes based on active-learning radial basis function[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(9): 3098-3108. (in Chinese))
- [25] 李典庆, 肖 特, 曹子君, 等. 基于极限平衡法和有限元法的边坡协同式可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(6): 1004-1013. (LI Dianqing, XIAO Te, CAO Zijun, et al. Auxiliary slope reliability analysis using limit equilibrium method and finite element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(6): 1004-1013. (in Chinese))
- [26] TIAN H M, LI D Q, CAO Z J, et al. Auxiliary Bayesian updating of embankment settlement based on finite element model and response surface method[J]. Engineering Geology, 2023, **323**: 107244.
- [27] DUBOURG V, SUDRET B, BOURINET J M. Reliability-based design optimization using Kriging surrogates and subset simulation[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2011, **44**(5): 673-690.

#### 附录 A:

该基坑算例改自文献[20], 开挖宽 40 m, 深 10 m 的基坑, 采用悬式围护结构支护, 墙体宽 1 m, 高 20 m。土体弹性模量为不确定性参数, 服从均值为 66 MPa、变异系数为 0.15 的对数正态分布, 采用自相关距离为 1 m 的平方指型相关结构来描述其竖向空间

变异性。其他为确定性参数, 土体泊松比 0.2, 重度 20 kN/m<sup>3</sup>, 有效内摩擦角 30°, 水平土压力系数  $K_0 = 2$ , 墙体弹性模量 28 GPa, 泊松比 0.15, 重度 20 kN/m<sup>3</sup>, 墙体与土体间的摩擦系数为 0.577。以基坑开挖完成后的最大地表沉降超过 0.06 m 作为支护失效判据。

目标有限元模型如图 6 (a) 所示, 采用对称建模,

研究区域取  $100\text{ m} \times 100\text{ m}$ , 墙后土体按竖向  $0.5\text{ m}$  划分网格, 远离墙体的区域网格尺寸逐渐变大。确定性分析的最大地表沉降为  $0.048\text{ m}$ , 耗时约  $13\text{ s}$ 。由于部分网格尺寸超过了自相关距离, 随机场模拟时需要考虑空间平均效应。采用协方差矩阵分解法<sup>[18]</sup>模拟随机场, 同一高程单元赋予同一随机变量, 共需 45 个随机变量。一次典型随机场模拟结果如图 6 (a) 所示, 其对应的最大地表沉降为  $0.058\text{ m}$ 。

#### 附录 B:

该浅基础算例改自文献[21], 条形基础长  $10\text{ m}$ 、宽  $2\text{ m}$ 、埋深  $0.5\text{ m}$ , 受大小为  $500\text{ kPa}$  的竖向均匀荷载作用。土体弹性模量为不确定性参数, 服从均值为  $60\text{ MPa}$ 、变异系数为  $0.15$  的对数正态分布, 采用水平自相关距离为  $10\text{ m}$ 、竖向自相关距离为  $1\text{ m}$  的平方指型相关结构来描述其三维空间变异性。其他为确定性参数, 土体黏聚力  $20\text{ kPa}$ 、内摩擦角  $30^\circ$ 、剪胀角  $20^\circ$ 、重度  $18\text{ kN/m}^3$ 、泊松比  $0.3$ 。以中心沉降超过  $0.04\text{ m}$  作为基础失效判据。

目标有限元模型如图 6 (b) 右图所示, 因受到三维空间变异性的作用而不能对称建模, 研究区域取  $30\text{ m} \times 22\text{ m} \times 9.5\text{ m}$ , 共划分 60192 个单元。确定性分析的基础中心沉降为  $0.0307\text{ m}$ , 耗时约  $24\text{ min}$ 。采用最优线性估计法<sup>[18]</sup>模拟三维随机场, 以随机场离散精度达  $95\%$ 为准, 共需 150 个随机变量。一次典型随机场模拟结果如图 6 (b) 所示, 基础发生不均匀沉降, 中心沉降为  $0.0309\text{ m}$ 。取中心剖面建立二维有限元模型作为简化模型(图 6 (b) 左图), 共划分 792 个单元。

其确定性分析的中心沉降为  $0.0327\text{ m}$ , 耗时约  $12\text{ s}$ ; 计算的随机场中心沉降为  $0.0330\text{ m}$ 。由此可见, 二维模型可能会高估基础沉降。

#### 附录 C:

该边坡算例改自文献[19], 土质边坡长  $100\text{ m}$ , 高  $6\text{ m}$ , 坡角  $26.6^\circ$ , 坡顶距基岩面  $10\text{ m}$ 。土体不排水抗剪强度为不确定性参数, 服从均值为  $30\text{ kPa}$ , 变异系数为  $0.3$  的对数正态分布, 采用水平自相关距离为  $20\text{ m}$ 、竖向自相关距离为  $2\text{ m}$  的平方指型相关结构来描述其三维空间变异性。其他为确定性参数, 土体重度  $19\text{ kN/m}^3$ , 弹性模量  $100\text{ MPa}$ , 泊松比  $0.3$ 。以安全系数小于  $1$  作为边坡失稳判据、滑块体积作为简化的边坡失效后果。

目标有限元模型如图 6 (c) 右图所示, 坡顶和坡脚分别外延  $18\text{ m}$ ,  $10\text{ m}$ , 按  $1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m}$  网格尺寸共划分 31000 个单元。确定性分析的边坡稳定安全系数为  $1.593$ , 边坡沿纵向发生整体滑动, 滑面形态接近圆柱形, 滑块体积为  $9068\text{ m}^3$ , 耗时约  $40\text{ min}$ 。采用最优线性估计法<sup>[18]</sup>模拟三维随机场, 以随机场离散精度达  $95\%$ 为准, 共需 120 个随机变量。一次典型随机场模拟结果如图 6 (c) 所示, 安全系数为  $0.741$ , 边坡沿纵向发生局部滑动, 滑面形态接近球形, 滑块体积为  $1365\text{ m}^3$ 。采用粗糙网格的三维有限元模型作为简化模型(图 6 (c) 左图), 按  $2\text{ m} \times 2\text{ m} \times 5\text{ m}$  网格尺寸共划分 1580 个单元。其确定性分析的安全系数为  $1.651$ , 耗时约  $48\text{ s}$ , 滑块体积为  $7030\text{ m}^3$ ; 计算的随机场安全系数为  $0.795$ , 滑块体积为  $860\text{ m}^3$ 。由此可见, 粗糙网格模型可能会高估安全系数、低估滑块体积。

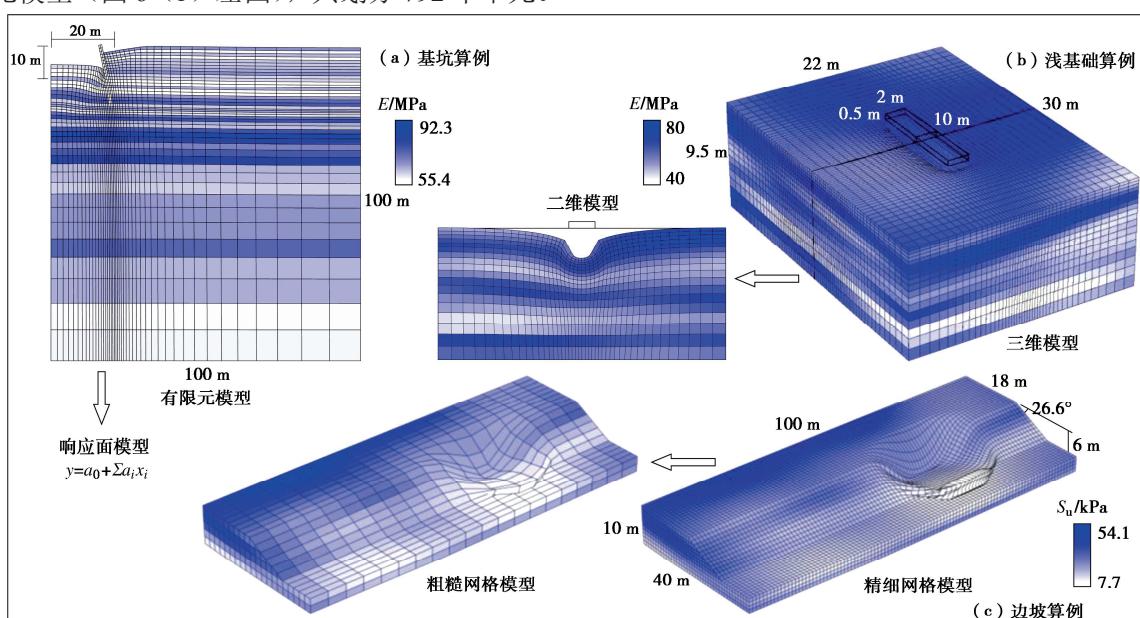


图 6 有限元模型及典型随机场模拟结果

Fig. 6 Finite element models and typical random field simulation results