

DOI: 10.11779/CJGE20240523

单轴压缩下溶隙灰岩宏细观耦合损伤能量释放率演化规律研究

王润秋¹, 王桂林^{*1,2,3}, 张亮⁴, 孙帆⁵

(1. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045; 2. 库区环境地质灾害防治国家地方联合工程研究中心(重庆), 重庆 400045; 3. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室(重庆大学), 重庆 400045; 4. 西安科技大学建筑与土木工程学院, 陕西 西安 710054; 5. 重庆市地勘局南江水文地质工程地质队, 重庆 401121)

摘要: 灰岩地区存在复杂的溶隙网络, 其控制着灰岩的破裂特征, 作为 Griffith 断裂准则核心的能量释放率可有效表征岩体裂纹扩展过程。为深入研究溶隙灰岩变形破坏过程中的能量特性和细观裂纹萌生、扩展演化规律, 将灰岩溶隙形态概化为裂隙、椭圆孔、类蘑菇孔和类哑铃孔 4 种类型, 并根据非线性动力学理论、Lemaitre 应变等效假设和岩体能量理论, 推导了溶隙灰岩宏细观耦合损伤能量释放率计算公式, 获得了溶隙灰岩破坏过程中的细观裂纹扩展规律。研究表明: 根据能量耗散理论, 类蘑菇孔、裂隙、椭圆孔、完整灰岩和类哑铃孔的灰岩试样能量积聚作用依次减弱; 根据能量耗散特征、宏细观耦合损伤能量释放率以及应力应变曲线, 灰岩变形破坏阶段可分为应力调整阶段(I)、微裂纹或微孔隙稳定闭合阶段(II)、细观裂纹低速扩展阶段(III)、细观裂纹快速扩展阶段(IV)以及宏观主断裂形成阶段(V)等 5 个阶段, 且第 IV 阶段岩样损伤能量释放率突变点可作为岩样破坏前兆识别点。研究结果可为分析岩溶地区地质灾害提供理论指导。

关键词: 溶隙灰岩; 能量演化; 宏细观耦合损伤; 能量释放率; 裂纹扩展

中图分类号: TU45

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2025)09-1903-10

作者简介: 王润秋(1995—), 博士研究生, 主要从事岩体力学相关方面的研究工作, E-mail: 1902016125@qq.com。

Research on evolution law of coupled macro-micro damage release rate of fractured limestone under uniaxial compression test

WANG Runqiu¹, WANG Guilin^{*1,2,3}, ZHANG Liang⁴, SUN Fan⁵

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. National Joint Engineering Research Center of Geohazards Prevention in the Reservoir Areas, Chongqing 400045, China; 3. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area(Chongqing University), Ministry of Education, Chongqing 400045, China; 4. School of Architecture and Civil Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China; 5. Nanjiang Hydrogeological & Engineering Geology Brigade, Chongqing 401121, China)

Abstract: Limestone region is characterized by a complex and extensive karst network, featuring a variety of fracture shapes that can be categorized into four primary types: cracks, elliptical holes, mushroom-like holes, and dumbbell-like holes. Compared with intact limestone, the presence of fissures significantly influences the mechanical properties, energy characteristics and the mechanism of microcracks in limestone. Furthermore, energy release rate, which is the core of the Griffith fracture criterion, effectively characterizes the crack propagation process of rock mass. To investigate energy characteristics and the mechanism of micro-crack initiation and propagation evolution during the deformation and failure of fractured limestone, a formula for the coupled micro-macro damage energy release rate is derived, based on nonlinear

基金项目: 国家自然科学基金项目(51978106); 重庆市研究生科研创新项目(CYS21027); 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室开放基金项目(LNTCCMA-20230110); 重庆市博士后创新人才支持计划项目(CQBX202208) This work was supported by National Natural Science Foundation of China (Grant No.51978106), Graduate Research and Innovation Foundation of Chongqing (Grant No.CYS21027), Open Fund of Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Ministry of Education, Chongqing University (Grant No.LNTCCMA-20230110), Chongqing Postdoctoral Innovative Talent Support Program (Grant No.CQBX202208).

收稿日期(Received): 2024-05-29

修回日期(Revised): 2024-11-26

接受日期(Accepted): 2024-12-24

网络出版日期(Online): 2024-12-25

*通信作者(E-mail: glw@cqu.edu.cn)

dynamic theory, Lemaitre strain equivalent hypothesis, and energy theory. This was followed by the determination of the micro-crack propagation law under Unconfined Compressive Strength (UCS) testing conditions. The results indicate that, according to the energy dissipation theory, the order of energy accumulation is as follows: mushroom-like hole, fissure, elliptic hole, intact limestone, and dumbbell-like hole. Based on energy dissipation characteristics, coupled macro-micro damage energy release rate and stress-strain curve, the deformation and failure stages of fractured limestone and intact limestone can be divided into five stages: stress adjustment stage (Stage I), stable closing of micro-cracks or micro-pores (Stage II), low-speed propagation of micro-cracks (Stage III), rapid propagation of micro-cracks (Stage IV), and the formation of main macroscopic fractures (Stage V). The mutation point of energy release rate in Stage IV prior to the peak can serve as an identification point of failure precursor of rock samples. The research results can provide theoretical guidance for analyzing geological hazards in karst areas.

Key words: fractured limestone; energy evolution; micro-macro coupled damage; energy release rate; crack propagation

0 引言

大量水文地质调查结果显示, 灰岩岩溶地区由于溶蚀作用在其内部形成大量错综复杂且形状不同的孔洞溶隙, 根据其形态特征可概化为裂隙、椭圆孔、类蘑菇孔和类哑铃孔 4 种孔洞类型^[1-2], 当在岩溶地区进行工程建设活动时, 这些溶隙的存在将会严重影响工程岩体的稳定性, 从而引发一系列的地质灾害^[3]. 因此, 开展溶隙灰岩变形破坏演化研究, 能够为岩溶地区灾害防治提供科学依据。

热力学定理告诉人们, 任何物质的破坏均是在能量驱动下的一种状态失稳现象^[4], 由能量理论可知, 岩体变形破坏过程中伴随着能量的输入、转移、转化、积累、耗散和释放^[5], 对于这样的一个过程, 国内外学者对完整或缺陷岩体展开了大量研究。尤明庆等^[6]利用三轴试验, 研究了岩体屈服破坏过程中的能量演化。王桂林等^[7]通过单轴压缩试验和能量微观演化机制研究了单轴压缩下裂隙砂岩阶段性能量演化机制。王猛等^[8]采用单轴及三轴压缩试验, 并结合能量理论和差分方程开发出适用于 FLAC^{3D} 的能量耗散模型。Gong 等^[9]提出了一种峰值强度应变储能指数, 用于估计和分类岩石材料的岩爆倾向性。Song 等^[10]采用有限元方法建立了三维冲击系统模型, 并研究了冲击钻的能量传递效率。

此外, 由于岩体能量与损伤二者互为反馈, 岩体内部能量演化亦能反映岩体内部损伤演化, 因此, 研究岩体变形破坏能量演化机制更能体现出岩体失稳破坏本质。谢和平等^[11]基于能量耗散理论和可释放应变能, 给出了岩体强度丧失准则和整体破坏准则。李景龙等^[12]基于横轴压卸围压试验和单轴压缩再承载试验, 研究了大理岩的峰前卸荷损伤表征以及再承载耗能特性。Zhang 等^[13]利用能量守恒定律和最小耗能原理推导了岩体损伤变量, 并以此建立了非线性蠕变损伤本构模型。Wang 等^[14]为进一步研究锥形截齿对切

割岩石破裂的机理, 进行压痕试验并提出比能量模型。Li 等^[15]在对岩石破坏全过程的能量演化进行分析的基础上, 提出新的脆性指标用来表征岩石在不同约束水平下的应力-应变曲线和破坏行为。

上述研究结果促进了人们对岩体变形破坏过程中能量演化机制的认识, 研究对象多集中于完整岩体或裂隙岩体, 然而对灰岩而言, 其缺陷形式多为溶隙, 对于溶隙灰岩在能量演化方面有待进一步深入研究。其次, 以往文献对于岩样能量演化较少考虑岩体破坏过程中的宏观和细观损伤效应及其对岩体断裂机制的影响, 无法反映岩样裂纹演化真实状态。

基于以上不足之处, 本文以溶隙灰岩为研究对象, 将溶隙灰岩预制成含 4 种不同形状缺陷的试样, 对其展开单轴压缩试验, 并基于能量耗散理论, 分析灰岩试件能量耗散规律。为充分反映损伤对裂纹扩展的影响, 以 Griffith 断裂准则中能量释放率为理论指标, 基于 Lemaitre 应变等效假设, 结合岩体宏观细观损伤, 推导了溶隙灰岩宏观细观耦合损伤能量释放率, 以裂隙灰岩为例, 获得单轴压缩下岩体宏观细观耦合损伤能量释放率演化规律, 分析了岩样整个加载过程中内部宏观细观裂纹演化过程。

1 岩体破裂过程中的能量耗散理论

岩体破裂过程中伴随能量的输入, 其主要的能量转换可分为弹性能、释放能以及耗散能^[7], 转换过程如图 1 所示。

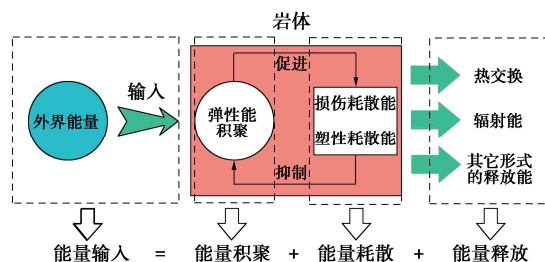


图 1 岩体破裂过程中的能量转换示意图

Fig. 1 Energy conversion in rock mass

根据能量守恒定律, 外部输入岩体的能量等于岩体内部积聚能、耗散能和释放能之和, 可由下式表示:

$$U=U_e+U_h+U_0,$$
 (1)

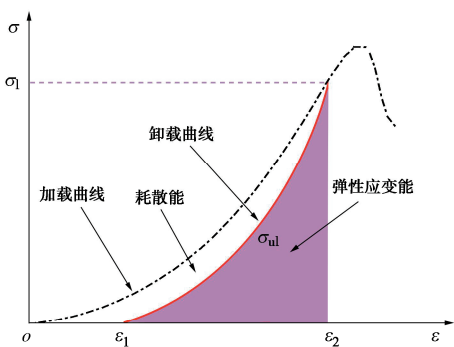
$$U_h=U_p+U_D。$$
 (2)

式中: U 为输入的总能量; U_e 为弹性积聚能; U_h 为耗散能 (损伤耗散、塑性耗散能等); U_0 为释放能 (热辐射、热交换等); U_p 为塑性耗散能; U_D 为损伤耗散能。

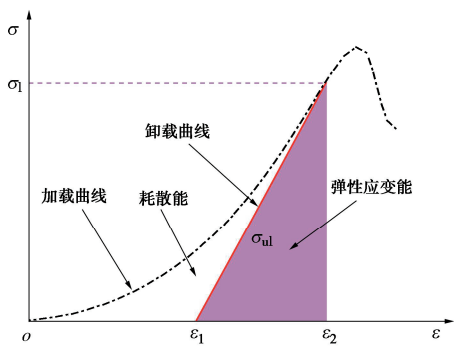
对于室内试验而言, 环境一般为封闭系统, 而且岩样体积较小, 一般可认为不产生释放能 (热辐射、热交换等), 即 $U_0=0$ 。除此之外, 灰岩等脆性岩体, 破坏时一般不进入塑性区, 此时可忽略塑性耗散能 U_p , 仅出现损伤耗散能 U_D ^[7], 即 $U_h=U_D$ 。

此时式 (1) 可简化为

$$U=U_e+U_D。$$
 (3)



(a) 实际过程中的加卸载曲线



(b) 简化后的加卸载曲线

图 2 压缩试验下岩样的能量转化

Fig. 2 Energy conversion of rock sample under compression test
典型压缩试验下岩样的应力应变曲线如图 2 (a) 所示, 其加载过程中总的输入能量密度、弹性能密度和耗散能密度如下^[7]:

输入的总能量密度 u :

$$u=\int_0^{\varepsilon_1}\sigma_1d\varepsilon_1。$$
 (4)

弹性能密度 u_e :

$$u_e=\int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1}\sigma_{ul}d\varepsilon_{ul}。$$
 (5)

耗散能密度 u_D :

$$u_D=\int_0^{\varepsilon_1}\sigma_1d\varepsilon_1-\int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1}\sigma_{ul}d\varepsilon_{ul}。$$
 (6)

式中: σ_1 为加载时的应力; ε_1 为加载时的应变; σ_{ul} 为卸载时的应力; ε_{ul} 为卸载时的应变。

脆性岩体基本不表现出塑性行为, 可假定岩体卸荷是弹性恢复的行为, 此时卸荷的弹性模量 E_0 和加载段的弹性模量 E 相同, 将卸荷曲线简化为一条平行于加载段弹性阶段的曲线^[7, 16], 如图 2 (b) 所示。

在主应力空间内, 脆性岩体总能量密度 u 利用中矩形公式可以进一步写为^[7]

$$u=\sum_{i=1}^n\frac{1}{2}(\sigma_{l(i+1)}+\sigma_{l(i)})(\varepsilon_{l(i+1)}-\varepsilon_{l(i)})。$$
 (7)

由胡克定理可知:

$$u_e=\frac{1}{2E_0}\left[\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-2\mu(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_1\sigma_3)\right]。$$
 (8)

对于单轴压缩而言, $\sigma_2=\sigma_3=0$, 式 8 可以简化为

$$u_e=\frac{1}{2E_0}\sigma_1^2=\frac{1}{2E_0}\sigma_1^2。$$
 (9)

式中: σ_1 , σ_2 和 σ_3 分别为 3 个主应力; μ 为泊松比。

根据式 (6), (9) 可知脆性岩体耗散能为 u_D :

$$u_D=\sum_{i=1}^n\frac{1}{2}(\sigma_{l(i+1)}+\sigma_{l(i)})(\varepsilon_{l(i+1)}-\varepsilon_{l(i)})-\frac{1}{2E_0}\sigma_1^2。$$
 (10)

2 溶隙灰岩单轴压缩试验及能量密度变化规律

2.1 试验方案及试验结果分析

根据《工程岩体试验标准: GB0266—2013》规范要求, 将试样制作成标准岩样, 并利用水刀切割在标准岩样中预制贯通溶隙形状, 溶隙尺寸如表 1 所示。为保证试验结果的可靠性, 每种试样均不少于 3 个, 预制后试件如图 3 所示, 之后对溶隙灰岩进行单轴压缩试验, 并用声发射系统监测其细观裂纹扩展情况^[17]。

表 1 灰岩预制溶隙形状特征

Table 1 Shape characteristics of precast fractured limestone	
溶隙类型	预制溶隙形状特征
裂隙	含单一裂隙, 裂隙长度 10 mm, 倾角 45°
椭圆孔	含单一椭圆孔, 长轴 15 mm, 短轴 5 mm, 长轴倾角 45°
类蘑菇孔	复杂孔, “菌伞” 尺寸与 “椭圆孔” 一致, 下部开孔形成 “菌柄”, “菌柄” 尖端到 “菌伞” 中心 15 mm, “菌柄” 最宽处 5 mm
类哑铃孔	复杂孔, 在 “类蘑菇孔” 基础之上, “菌柄” 尖端再预制一个长轴 10 mm、短轴 5 mm、长轴水平的椭圆孔, 形成 “菌基”

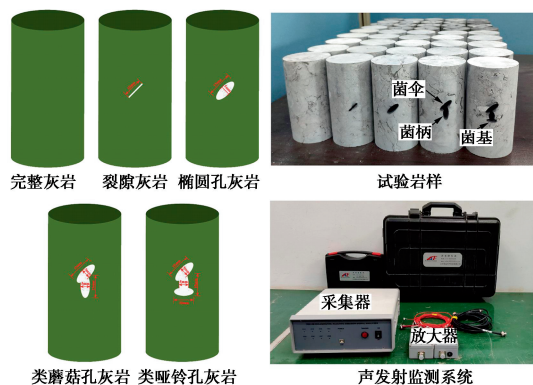


图3 溶隙灰岩试样及声发射监测系统

Fig. 3 Fractured limestone samples and AE monitoring system

根据单轴压缩试验,完整灰岩和溶隙灰岩应力应变曲线如图4所示。由图4可见,其应力应变曲线均表现出压密阶段、弹性阶段、非弹性变形阶段以及最终破坏阶段,且单轴抗压强度和弹性模量均随缺陷体积的增大而逐渐减小,但非弹性变形阶段表现不明显。

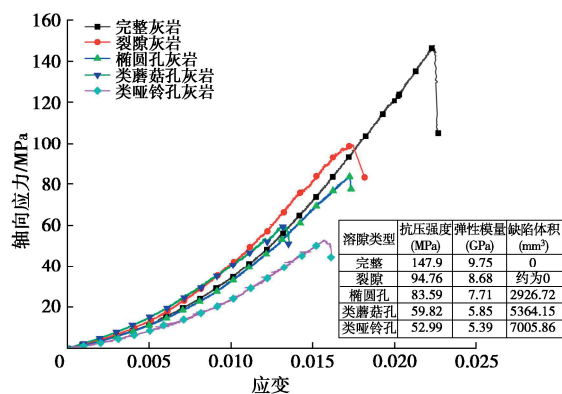


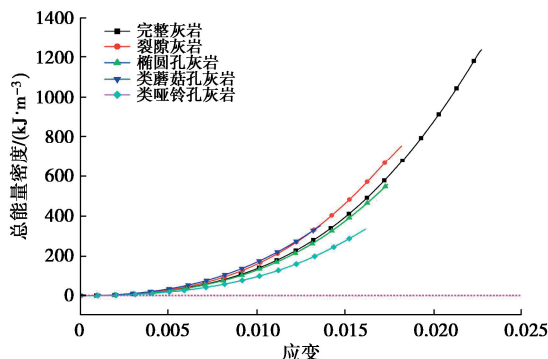
图4 灰岩岩样应力应变曲线

Fig. 4 Stress-strain curves of limestone samples

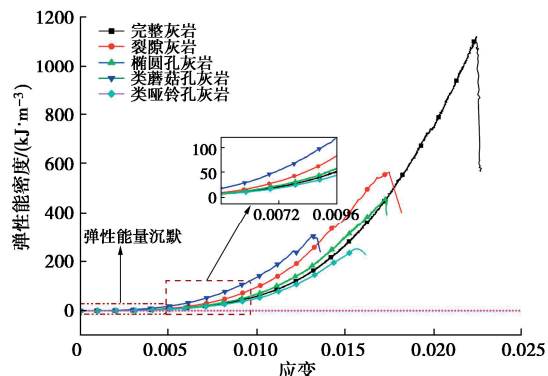
2.2 单轴压缩下完整灰岩和溶隙灰岩能量演化规律

根据式(7),(9),(10)计算出单轴压缩下灰岩岩样总能量密度、弹性能密度、耗散能密度如图5所示。

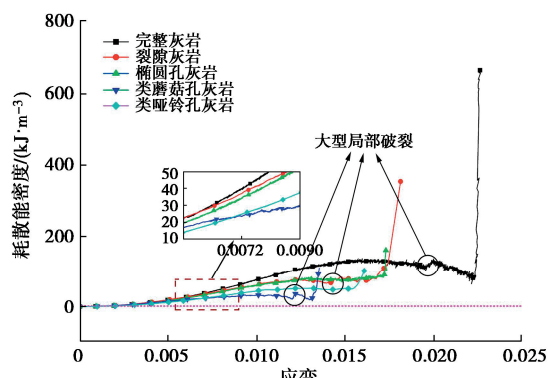
由图5(a)可知,随加载的进行,溶隙灰岩和完整灰岩总能量密度均呈现非线性加速增长趋势。这种趋势随应变增长而逐渐差异化,主要表现为:裂隙灰岩与类蘑菇孔灰岩总能量演化速率最快,总能量密度曲线接近重合,表明裂隙灰岩和类蘑菇孔灰岩内部损伤演化较为相近,其原因可能与类蘑菇孔菌柄尖端应力集中有关;类哑铃孔灰岩总能量增长速率最慢,且破坏时总能量密度最小,表明若属输入相同的外界能量,类哑铃孔灰岩最易失稳破坏;完整灰岩由于整体性更好,不易产生应力集中,因此能够更好储存外界输入的能量,其总能量密度最大;椭圆孔灰岩孔周均为弧状,而没有转角,能有效减缓应力集中效应^[18],因此破坏前,其总能量密度曲线与完整灰岩相近。



(a) 总能量密度



(b) 弹性能密度



(c) 耗散能密度

图5 灰岩岩样总能量密度、弹性能密度、耗散能密度

Fig. 5 Total energy density, elastic energy density, and dissipated energy density curves of limestone samples

加载初期,输入灰岩岩样的大部分能量用于初始孔隙或裂隙的闭合、摩擦,以裂纹表面能的形式而耗散,如图5(c)所示,此时岩样尚未表现出明显储能性质,弹性应变能处于萌生状态,如图5(b)。随着岩样变形逐渐增加,岩样储能性质表现的越发明显,提取出弹性能初始积聚曲线,获得完整灰岩和溶隙灰岩对于弹性能积聚的反应状态,如图5(b)中放大图所示。以完整灰岩为参照,缺陷的存在对于初始弹性能积聚将会造成一定的影响,类蘑菇孔、裂隙、椭圆孔能够促进初始弹性能积聚,而类哑铃孔则会抑制这种能量的积聚作用,具体表现为:类蘑菇孔灰岩>裂隙灰岩>椭圆孔灰岩>完整灰岩>类哑铃孔灰岩。不同溶隙灰岩能量积聚效应存在差异,其原因可能与裂隙

或椭圆尖端应力集中有关, 类蘑菇孔尽管菌伞和菌柄尖端较为圆滑, 但菌柄尖端平行于加载方向, 因此容易产生劈裂效应, 其能量积聚较大。椭圆孔灰岩尖端平滑, 因此其应力集中效应低于裂隙灰岩。类哑铃孔菌基水平, 除菌伞尖端外, 轴向荷载在菌基尖端不易产生应力集中, 同时类哑铃孔体积较大, 抵抗变形的能力降低, 在相同轴向应变下, 轴向荷载最小, 如图4所示, 因此岩体内部弹性应变能最低。此外, 缺陷不仅能够改变初始弹性能积聚作用, 对岩样弹性能储能极限也会产生影响, 如图5(b)中峰值弹性应变能。

岩样初始微裂隙或微孔隙的闭合以及新生裂纹的扩展, 均会伴随能量的耗散过程, 并在整个单轴压缩过程中均有体现, 如图5(c)所示。完整灰岩和溶隙灰岩能量耗散过程具有明显的一致性, 即: 前期, 能量耗散呈现类似于线性增大的形式; 中期, 能量耗散基本维持不变; 后期, 能量耗散剧烈增加。

加载初期, 耗散能主要产生于初始微裂隙或微孔隙闭合以及摩擦, 并且这种行为越剧烈, 岩样中耗散能增长速率越快。基于此, 通过放大图不难发现, 完整灰岩和溶隙灰岩初始加载时, 岩样内部初始微裂隙或微孔隙活动剧烈程度: 完整灰岩 \approx 裂隙灰岩 $>$ 椭圆孔灰岩 $>$ 类蘑菇孔灰岩 $>$ 类哑铃孔灰岩, 表明初始加载时, 岩样缺陷体积越小, 岩样内部活动越剧烈。加载中期, 耗散能基本维持不变, 大多数输入岩样内部的能量转化为弹性能而储存在岩样内部。由于局部应力集中, 岩样部分区域产生大型局部裂纹, 能量的释放将会导致耗散能发生震荡, 先降低, 之后急剧增加, 之后又降低的状态。加载后期, 岩样破坏, 破坏之前的耗散能会逐渐降低, 为之后剧烈的岩体崩坏急剧能量, 岩样破坏瞬间, 耗散能瞬间增加, 几乎与能量轴平行。

3 溶隙灰岩宏观细观耦合损伤能量释放率

基于能量耗散理论, 2.2节得到了单轴压缩下完整灰岩和溶隙灰岩总能量密度、弹性能密度以及耗散能密度。但这些能量指标仅从宏观应力应变上进行推导获得的, 无法体现整个加载过程中岩样内部细观演化过程, 即岩样损伤过程, 同时对于压缩过程中裂纹演化机制也难以体现。为深入分析溶隙灰岩破坏整个过程中裂纹演化过程, 引入损伤能量释放率^[19], 并综合考虑岩体破坏过程的宏观细观耦合损伤, 提出宏观细观耦合损伤能量释放率综合指标, 从能量角度反映受荷岩样裂纹扩展规律。

3.1 溶隙灰岩宏观细观损伤变量

基于 Logistic 非线性动力学模型, Wang 等^[20]将灰岩等脆性岩体细观损伤过程分为压密段、弹性段和损

伤段, 并假定弹性阶段岩体内部基本不产生新损伤, 推导出压密段和损伤段细观损伤变量如下式所示:

$$D_{\text{micro}} = \begin{cases} \frac{\exp(\alpha - r\varepsilon)}{1 + \exp(\alpha - r\varepsilon)} & (0 \leq \sigma < \sigma_{\text{fc}}) \\ 0 & (\sigma_{\text{fc}} \leq \sigma < \sigma_{\text{sf}}) \\ \frac{\exp(\beta + r_c\varepsilon)}{[1 + \exp(\beta + r_c\varepsilon)]} & (\sigma_{\text{sf}} \leq \sigma \leq \sigma_{\text{pk}}) \end{cases} \quad (11)$$

式中: D_{micro} 为细观损伤变量; α 和 β 为待定系数; r 为压密段虚拟微裂纹平均扩展速率; r_c 为损伤段 AE 平均事件率; σ_{fc} 为裂纹闭合应力; σ_{sf} 为裂纹初始扩展应力; σ_{pk} 为峰值应力。其中, α , β 和 r , 可参考文献^[20]拟合获得, r_c 可根据声发射监测数据获得。

岩体裂隙一般由外荷载作用而产生, 其过程可由经典断裂力学来表述, 因此对于含裂隙硬脆性岩体, 宏观损伤可由下式表示^[20]:

$$D_{\text{macro}}^{\text{fracture}} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{9.43BNa^2(1-\mu^2)}{V} \cos^2 \gamma (\sin \gamma - \cos \gamma \tan \varphi)^2} \quad (12)$$

式中: $D_{\text{macro}}^{\text{fracture}}$ 为裂隙宏观损伤变量; B 为裂纹深度; N 为裂纹个数; a 为裂纹半长; φ 为裂纹面处摩擦角; γ 为裂纹倾角; V 为岩样体积。

岩体孔隙溶隙在已生裂隙基础之上受溶蚀水侵蚀冲刷裂隙面而形成, 主要产生过程与溶蚀作用有关。自然条件下, 溶蚀作用的强弱与溶液性质、溶液速度、岩体性质和应力状态等有关, 因此对于一个既定的初始裂纹, 溶蚀作用在各个方向均不相同。假定任意时刻 t 溶隙与溶液之间的接触接触面为 Γ_A' , 每单位面积溶蚀速率为 δ_i' , 如图6所示。除此之外, 假定时间间隔 Δt 范围内, 溶液不发生明显变化, 当 Δt 相对于整个溶蚀过程足够小时, Δt 时间范围内溶隙的溶蚀体积 $\Delta V_{t+\Delta t}$ 可表示为

$$\Delta V_{t+\Delta t} \approx \int_{\Gamma_A'} \delta_i' \Delta t dA \quad (13)$$

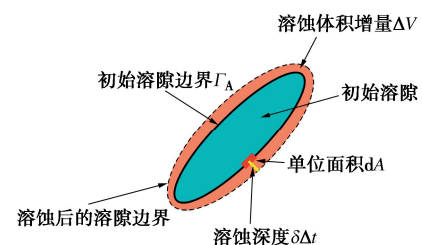


图6 溶隙灰岩溶蚀体积增量示意图

Fig. 6 Schematic diagram of dissolution volume increment of fractured limestone

灰岩孔洞的形成与裂隙有显著差别, 主要表现为溶蚀作用, 和外界环境存在一定关系, 而与复杂的力学行为和岩体应力状态等关联较小。基于此, 假定含孔洞溶隙灰岩宏观损伤不考虑岩体自身力学机制的影

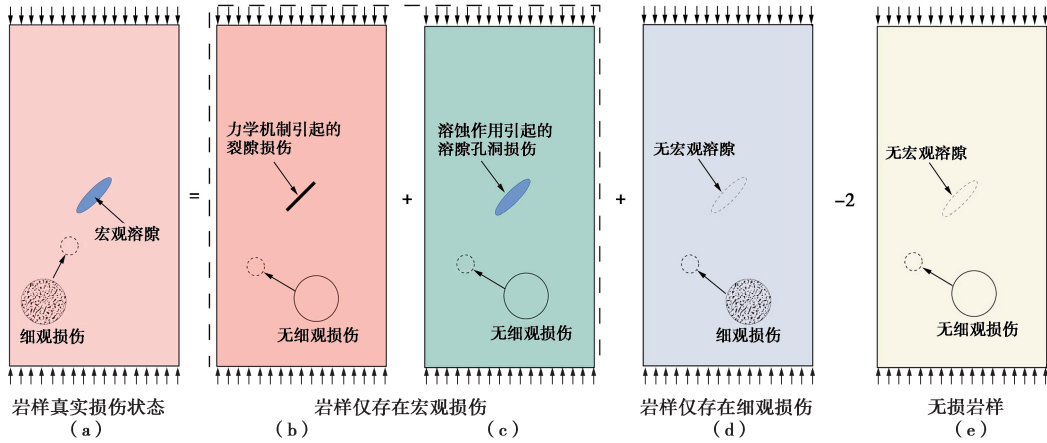


图7 等效应变计算原理示意图

Fig. 7 Diagram of the principle of equivalence strain

响, 仅由溶蚀作用造成, 此时宏观损伤变量可定义为溶蚀体积与初始体积之比:

$$D_{\text{macro}}^{\text{hole}} = \frac{\sum \int_{V_A} \delta_i' \Delta t dA}{V_0} = \frac{V_{\text{hole}}}{V_0} \quad (14)$$

式中: V_{hole} 为溶蚀孔体积; V_0 为初始体积。

3.2 宏观耦合损伤能量释放率

由于灰岩溶隙形状各异, 为统一描述宏细观的损伤, 基于本文试验条件, 并作如下假设:

(1) 因裂纹扩展受宏观缺陷几何应力集中导向作用, 灰岩预制的溶隙宏观缺陷视为各向异性, 加载阶段灰岩新增的细观损伤视为各向同性。

(2) 因加载后溶隙灰岩损伤主要为新增细观损伤的积累, 因此, 溶隙灰岩的损伤可假定为由加载前原有宏观溶隙损伤和加载后新增细观损伤两部分叠加组成, 且两者尺度分界为毫米级以下。

(3) 宏观损伤视为由溶蚀作用引起的孔洞损伤(溶隙损伤)和由力学作用引起的宏观裂隙损伤共同组成, 且溶隙损伤和力学宏观裂隙损伤可分开考虑。

(4) 从裂隙灰岩与其它形状溶隙(椭圆孔、类蘑菇孔和类哑铃孔)灰岩破裂特征对比不难发现, 力学宏观裂隙受溶蚀作用演化为溶隙孔洞过程中, 即使溶隙形状不同, 均在尖端开始破坏且破坏特征类似^[17], 只是表现形式发生了转换, 即由裂纹尖端转化为椭圆长轴尖端, 因此, 这里将力学宏观裂隙损伤视为不可逆而持续存在。

基于此, 岩体受荷破坏的真实应变可由仅含宏观损伤应变和细观损伤应变叠加获得, 如图7所示。

在相同加载应力作用下, 溶隙灰岩应变等效可假定为

$$\varepsilon_{\text{real}} = \varepsilon_{\text{macro}}^{\text{fracture}} + \varepsilon_{\text{macro}}^{\text{hole}} + \varepsilon_{\text{micro}} - 2\varepsilon_0 \quad (15)$$

式中: $\varepsilon_{\text{real}}$ 为真实应变; $\varepsilon_{\text{micro}}$ 为仅有宏观损伤引起的

应变; $\varepsilon_{\text{micro}}$ 为细观损伤引起的应变; ε_0 为无任何损伤岩体引起的应变。

对于灰岩等硬脆性岩体而言, 由于其不进入塑性, 在应力应变曲线上的任意一个微小区段, 假定其满足线弹性, 因此在相同外荷载作用下, 式(15)可等效为

$$\frac{\sigma}{E_{\text{real}}} = \frac{\sigma}{E_{\text{macro}}^{\text{fracture}}} + \frac{\sigma}{E_{\text{macro}}^{\text{hole}}} + \frac{\sigma}{E_{\text{micro}}} - 2\frac{\sigma}{E_0} \quad (16)$$

式中: E_{real} 为真实弹性模量; $E_{\text{macro}}^{\text{fracture}}$ 为力学机制引起的裂隙宏观损伤弹性模量; $E_{\text{macro}}^{\text{hole}}$ 为溶蚀作用引起的孔洞宏观损伤弹性模量; E_{micro} 为细观损伤弹性模量; E_0 为无任何损伤岩体弹性模量。

根据 Lemaitre 应变等效假设^[21], 真实应力在岩体上产生的应变和有效应力在无损岩体上产生的应变等效, 此时

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{real}} &= (1 - D_{\text{real}})E_0, \\ E_{\text{macro}}^{\text{fracture}} &= (1 - D_{\text{macro}}^{\text{fracture}})E_0, \\ E_{\text{macro}}^{\text{hole}} &= (1 - D_{\text{macro}}^{\text{hole}})E_0, \\ E_{\text{micro}} &= (1 - D_{\text{micro}})E_0. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

考虑岩体宏观和细观损伤, 将式(17)代入至式(16), 溶隙灰岩真实损伤可进一步写为

$$\frac{1}{(1 - D_{\text{real}})} = \frac{1}{(1 - D_{\text{macro}}^{\text{fracture}})} + \frac{1}{(1 - D_{\text{macro}}^{\text{hole}})} + \frac{1}{(1 - D_{\text{micro}})} - 2 \quad (18)$$

式中: D_{real} 为真实损伤变量。

化简式(18), 即可得到裂隙灰岩宏观耦合损伤变量:

$$D_{\text{real}} = 1 - \frac{(1 - D_{\text{macro}}^{\text{fracture}})(1 - D_{\text{micro}})}{1 - D_{\text{macro}}^{\text{fracture}} D_{\text{micro}}} \quad (19)$$

其中,

$$D_{\text{macro}} = 1 - \frac{(1 - D_{\text{macro}}^{\text{fracture}})(1 - D_{\text{macro}}^{\text{hole}})}{1 - D_{\text{macro}}^{\text{fracture}} D_{\text{macro}}^{\text{hole}}} \quad (20)$$

值得注意的是,当岩样仅有初始裂隙,溶蚀作用未发生或发生时间较短时,此时 $D_{\text{macro}}^{\text{hole}} = 0$,宏细观耦合损伤变量便退化为仅含裂隙的岩样损伤^[20]。除此之外,当岩体不存在宏观损伤时,岩体损伤仅为压缩过程中产生的细观损伤,此时岩体损伤表达式退化为经典损伤模型^[21]。

根据图4,5可知,溶隙灰岩脆性性质明显,塑性性质不突出,因此假定溶隙灰岩在加载破坏整个过程任意微小时间段上均为弹性,且主要表现为各向同性损伤。此时,岩体的损伤能量释放率或损伤驱动力可以描述为岩体应变能相对于损伤变量的变化率^[19]:

$$Y = -\frac{\partial \Psi_e}{\partial D} \quad (21)$$

岩体的弹性应变能可由下式表示:

$$\Psi_e = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^e : \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (22)$$

式中: $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ 为弹性应变张量; $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{D})$ 为有效弹性张量; \mathbf{D} 为损伤张量。

对于单轴压缩情况下,

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{D}) = (1 - D) \mathbf{E}_0 \quad (23)$$

弹性应变能密度如式(9)所示。将式(23)代入至式(22)中,之后利用式(9)对损伤变量求偏导,便可以获得单轴压缩下岩体损伤能量释放率(损伤驱动力)为

$$Y = \frac{\sigma_1^2}{2E_0(1 - D_{\text{real}})^2} \quad (24)$$

将式(19)代入到式(24)中并取绝对值,即可得到硬脆性岩体宏细观耦合损伤能量释放率 Y_c 为

$$Y_c = \frac{\sigma_1^2(1 - D_{\text{micro}}D_{\text{macro}})^2}{2E_0(1 - D_{\text{micro}})^2(1 - D_{\text{macro}})^2} \quad (25)$$

4 溶隙灰岩阶损伤能量释放率演化规律

灰岩等硬脆性岩体,开裂具有瞬发性,而灰岩自身非均质性较强,最终破坏前往往会出现多次较为大型的局部破裂,如图8声发射监测所示。以裂隙灰岩为例,随加载过程硬脆性岩体细观裂纹扩展,细观损伤逐渐增加,继而相互连接贯通,形成局部破裂,进一步形成大型主断裂,最终导致岩样丧失承载能力,因此灰岩岩样在破坏过程表现出明显阶段性性质^[17],如图5(c)岩体耗散能曲线所示。

这里以裂隙灰岩为例,进一步深入分析溶隙灰岩破坏过程中的损伤能量释放率演化规律,其余溶隙灰岩分析类似。其中,式(11),(12)中裂隙灰岩细观损伤变量参数取值如下: $\alpha = -1.554$, $r = -154.360$, $\beta = -6.286$, $r_c = 42.448$,宏观损伤变量参数取值如下:

$a = 5 \text{ mm}$, $\mu = 0.3$, $\gamma = 45^\circ$,预制裂纹无填充,不考虑裂纹面摩擦角,即 $\varphi = 0^\circ$ 。

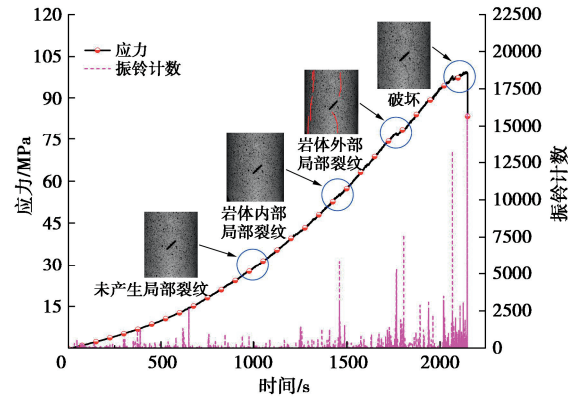


图8 宏观裂纹扩展

Fig. 8 Macroscopic crack propagation

根据图5(c)耗散能曲线,岩样能量演化出现典型的阶段性特点,并且这种演化特点在完整灰岩和溶隙灰岩中均有体现。为研究灰岩岩样单轴压缩下损伤能量演化机制,利用式(25),采用切向模量计算其损伤能量释放率随应变的变化曲线,并综合耗散能、弹性能和总能量曲线,形成如图9所示的综合曲线图。

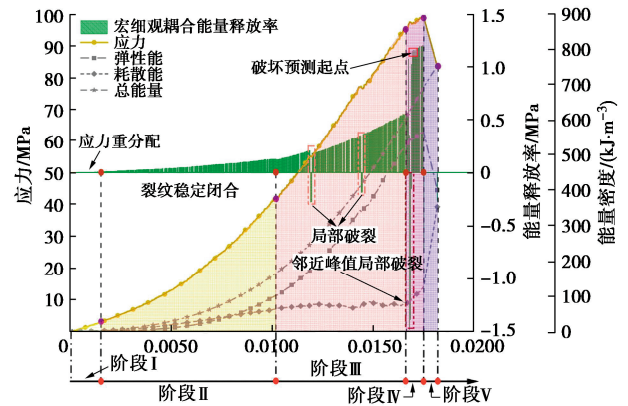


图9 裂隙灰岩损伤能量及其释放率变化综合曲线图

Fig. 9 Comprehensive curve of damage energy and energy release rate of fractured limestone

传统岩石力学将岩体损伤破坏过程划分为压密段、弹性段和非弹性段^[22]。对于硬脆性岩体而言,非弹性段常常表现不明显,传统划分方式存在局限性,因此以往文献^[7, 23]进一步根据岩样中能量演化过程将砂岩等硬脆性岩体破坏过程划分为5个阶段或6个阶段。然而砂岩岩质均质,变形协调性较好,而溶隙灰岩等硬脆性较强且极不均质岩体,变形协调性差,易形成局部应力集中,从而产生大型局部裂纹。因此,若仅从能量的角度来划分溶隙灰岩的破坏阶段,忽略岩样宏细观损伤演化和细观裂纹演化特征是不适宜的。基于此,本文根据岩样加载过程中的宏细观损伤能量释放率结合应力应变特征和能量理论,将单轴压

表 2 裂隙灰岩能量释放率和能量密度阶段性演化特征
Table 2 Energy release rate and energy density evolution characteristics of fractured limestone

阶段编号	阶段名称	损伤能量释放率	弹性应变能	耗散能
I	应力调整阶段	基本为零	基本为零	略有增加，但基本为零
II	微裂纹或微孔隙稳定闭合阶段	线性增加	前中期小于耗散能；后期，呈现非线性增大，大于耗散能	线性增加
III	细观裂纹低速扩展阶段	线性增加	以二次幂律曲线的形式增长	基本维持定值
IV	细观裂纹快速扩展阶段	突增	增速变缓	增加速率加快
V	宏观主断裂形成阶段	峰值处负向急剧增加	降低	增加并表现出明显幂律特点

缩硬脆性岩体变形破坏过程划分为：应力调整阶段（I）、微裂纹或微孔隙稳定闭合阶段（II）、细观裂纹低速扩展阶段（III）、细观裂纹快速扩展阶段（IV）以及宏观主断裂形成阶段（脆性破坏阶段，V）等 5 个阶段，如图 9 和表 2 所示。

第 I 阶段：应力调整阶段。试验开始加载，岩样损伤能量释放率和弹性应变能基本为零，岩样未产生新生微裂纹。岩样内部应力调整，外界输入的能量多用于灰岩矿物晶格之间和微裂纹面之间的摩擦，具体表现为耗散能略有增加，但基本为零。

第 II 阶段：微裂纹或微孔隙稳定闭合阶段。该阶段岩样仍处于压密阶段，内部应力已调整，损伤能量释放率和耗散能以类似线性方式逐渐增加。线性增长的能量释放率表明岩样中由于微裂纹或微孔隙闭合等导致的新增细观裂纹扩展速率线性变化，进一步反向说明微裂纹或微孔隙闭合较为稳定。压密阶段稳定扩展的新增裂隙裂纹表面能应基本维持定值，但由于压缩过程岩体初始裂隙之间摩擦和矿物晶格压缩等影响，导致其耗散能密度呈现线性增长的趋势。此外，该阶段前中期弹性能密度小于耗散能曲线，表明压密阶段前中期，输入岩体中的能量多用于矿物晶格的压缩、摩擦或新生裂纹起裂。该阶段后期，弹性能密度和耗散能密度曲线交点之后，随着外界能量的输入，弹性能密度曲线呈现非线性增大的趋势，而大于耗散能密度，说明岩样中能量流动逐步转向储存在岩体内部的应变能。

第 III 阶段：细观裂纹稳定增长阶段。该阶段岩体宏观细观耦合损伤能量释放率以线性方式逐渐增加，而耗散能基本维持定值。初始荷载达到一定程度，岩样中的微裂纹或微孔隙基本已经闭合，岩样应力应变曲线表现为弹性，此时损伤应变释放率基本呈现线性增长模式（斜率大于压密阶段），岩样新增细观裂纹以一种较为稳定的速率增长，从而导致岩样中耗散能较为稳定，耗散能密度曲线基本平行于应变轴。外界输入岩样中的能量几乎全部被用来压缩岩样矿物晶格，以弹性应变能的形式存储起来，宏观上表现为岩样的弹

性能密度曲线以二次幂律曲线的形式向上增长。此外，该阶段由于灰岩不均质，内部局部位置应力集中，一旦达到灰岩强度，将产生多次小型局部裂纹。

第 IV 阶段：细观裂纹加速增长阶段。相较于第 III 阶段，该阶段岩体损伤能量释放率突增，但趋势仍基本维持线性增长模式，耗散能也逐渐增加。局部微裂纹成核^[24]将导致细观裂纹增长出现短暂降低，损伤能量释放率出现急剧降低现象，成为该阶段开始的标志。瞬间降低的损伤能量释放率，表明大型局部破裂的形成，岩体临近失稳，该阶段持续时间极短。大型局部裂纹一旦形成，岩样内部细观裂纹加速扩展，损伤能量释放率较前阶段剧增，但仍然保持线性增长趋势，表明此阶段尽管岩样已经濒临破坏，但内部裂纹扩展仍然较为稳定。此外，岩体内部大量的弹性能以裂纹表面能的形式向外耗散，耗散能密度曲线逐渐表现出幂律现象，耗散能增加速率加快，细观裂纹加速扩展。

第 V 阶段：宏观主断裂形成阶段（脆性破坏阶段）。随着荷载的进一步增大，岩样中的局部裂纹扩展连通，形成宏观主断裂，岩样破坏，逐渐丧失承载能力。此时岩样内部细观行为活动激烈，一旦达到岩体峰值强度，岩样损伤能量释放率负向急剧增加，表明岩样此时已破坏，宏观主断裂形成。同时，该阶段伴随大量弹性能转化为耗散能，岩样中的损伤加剧，弹性能降低，耗散能增加并表现出明显幂律特点，其曲线与能量轴几乎平行，裂纹扩展速率达到最大值。

灰岩的材料性质决定其在破坏之前主要表现为弹性而基本不出现塑性，如图 9 所示，最直观的特征为其应力应变曲线和损伤能量释放率在临近峰值前表现出多段线性特征。此外，峰前第 IV 阶段岩体损伤能量释放率与前 3 个阶段表现出明显差异，能及时反映岩体破坏来临前内部细观裂纹与能量流动，因此第 IV 阶段损伤能量释放率突增点可作为岩体破坏前兆识别点，如图 9。因此，基于损伤能量释放率和能量耗散理论的灰岩细观特征演化阶段性划分方法，能够更加清晰反映完整灰岩和溶隙灰岩内部细观裂纹演化特征。

5 结 论

论文结合试验和理论分析, 对单轴压缩下无溶隙的完整灰岩和含裂隙、椭圆孔、类蘑菇孔、类哑铃孔等四种形状溶隙灰岩的能量演化特点进行了研究, 并结合细观损伤和能量理论, 推导了溶隙灰岩损伤能量释放率理论计算公式。以裂隙灰岩为例, 研究了其在单轴压缩下的宏细观耦合损伤能量释放率演化规律。主要得到以下5点结论。

(1) 以完整灰岩弹性应变能为参照, 类蘑菇孔、裂隙、椭圆孔能够促进初始弹性能积聚, 而类哑铃孔则会抑制这种能量的积聚作用, 具体表现为类蘑菇孔灰岩、裂隙灰岩、椭圆孔灰岩、完整灰岩和类哑铃孔灰岩的能量积聚作用依次降低。

(2) 溶隙灰岩和完整灰岩能量耗散过程具有明显的一致性, 即: 前期, 能量耗散呈现类似于线性增大的形式; 中期, 能量耗散基本维持不变; 后期, 能量耗散剧烈增加。

(3) 结合细观损伤、溶蚀孔洞损伤和力学裂隙损伤, 基于 Lemaitre 应变等效假设和岩体能量理论等, 建立了溶隙灰岩宏细观耦合损伤能量释放率理论计算公式。从裂隙灰岩为例的分析结果来看, 论文建立的损伤能量释放率公式能较好地反映硬脆性岩体的宏细观耦合损伤破坏过程。

(4) 依据能量耗散特征、宏细观耦合损伤能量释放率以及应力应变曲线, 以裂隙灰岩为例, 可将溶隙灰岩和完整灰岩的变形破坏阶段分为应力调整阶段(I)、微裂纹或微孔隙稳定闭合阶段(II)、细观裂纹低速扩展阶段(III)、细观裂纹快速扩展阶段(IV)以及宏观主断裂形成阶段(V)。

(5) 岩样第IV阶段宏细观耦合损伤能量释放率与前3阶段表现明显出明显差异, 能够反映岩体破坏前岩体内部演化过程, 这个阶段的损伤能量释放率突变点可作为岩体破坏预测前兆识别点。

利益冲突声明/Conflict of Interests: 所有作者声明不存在利益冲突。All authors disclose no relevant conflict of interest.

作者贡献/Authors' Contributions: 王润秋和王桂林设计试验方案和研究内容, 张亮和孙帆采集试验数据, 王润秋完成计算分析和数据解释, 王润秋、王桂林、张亮和孙帆均参与论文的写作和修改。所有作者均阅读并同意最终稿件的提交。The experimental scheme and research content were designed by WANG Runqiu and WANG Guilin. Experimental data were collected by ZHANG Liang and SUN Fan. Computational analysis and data interpretation were completed by WANG Run-qiu. The

manuscript was drafted and revised by all authors (WANG Runqiu, WANG Guilin, Zhang Liang, and Sun Fan). All the authors have read the last version of manuscript and consented for submission.

参考文献:

- [1] FILIPPONI M, JEANNIN P Y, TACHER L. Evidence of inception horizons in karst conduit networks[J]. *Geomorphology*, 2009, **106**(1/2): 86-99.
- [2] LAURITZEN S E, LUNDBERG J. Solutional and erosional morphology[J]. *Speleogenesis: Evolution of Karst Aquifers*, National Speleological Society, Huntsville, 2000: 408-426.
- [3] 杨忠平, 蒋源文, 李 滨, 等. 采动作用下岩溶山体深大裂隙扩展贯通机理研究[J]. *地质力学学报*, 2020, **26**(4): 459-470. (YANG Zhongping, JIANG Yuanwen, LI Bin, et al. Study on the mechanism of deep and large fracture propagation and transfixion in karst slope under the action of mining[J]. *Journal of Geomechanics*, 2020, **26**(4): 459-470. (in Chinese))
- [4] CHEN Z Q, HE C, MA G Y, et al. Energy damage evolution mechanism of rock and its application to brittleness evaluation[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2019, **52**(4): 1265-1274.
- [5] 郑在胜. 岩石变形中的能量传递过程与岩石变形动力学分析[J]. *中国科学 (B 辑 化学 生命科学 地学)*, 1990, **20**(5): 524-537. (ZHENG Zaisheng. Energy transfer process in rock deformation and dynamic analysis of rock deformation[J]. *Science in China Series B (Chemistry)*, 1990, **20**(5): 524-537. (in Chinese))
- [6] 尤明庆, 华安增. 岩石试样破坏过程的能量分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2002, **21**(6): 778-781. (YOU Mingqing, HUA Anzeng. Energy analysis on failure process of rock specimens[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, **21**(6): 778-781. (in Chinese))
- [7] 王桂林, 张 亮, 许 明, 等. 单轴压缩下非贯通节理岩体损伤破坏能量演化机制研究[J]. *岩土工程学报*, 2019, **41**(4): 639-647. (WANG Guilin, ZHANG Liang, XU Ming, et al. Energy damage evolution mechanism of non-across jointed rock mass under uniaxial compression[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, **41**(4): 639-647. (in Chinese))
- [8] 王 猛, 宋子枫, 郑冬杰, 等. FLAC^{3D} 中岩石能量耗散模型的开发与应用[J]. *煤炭学报*, 2021, **46**(8): 2565-2573. (WANG Meng, SONG Zifeng, ZHENG Dongjie, et al. Development and application of rock energy dissipation

- model in FLAC^{3D}[J]. Journal of China Coal Society, 2021, **46**(8): 2565-2573. (in Chinese))
- [9] GONG F Q, YAN J Y, LI X B, et al. A peak-strength strain energy storage index for rock burst proneness of rock materials[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2019, **117**: 76-89.
- [10] SONG H Y, SHI H Z, JI Z S, et al. The percussive process and energy transfer efficiency of percussive drilling with consideration of rock damage[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2019, **119**: 1-12.
- [11] 谢和平, 鞠 杨, 黎立云. 基于能量耗散与释放原理的岩石强度与整体破坏准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(17): 3003-3010. (XIE Heping, JU Yang, LI Liyun. Criteria for strength and structural failure of rocks based on energy dissipation and energy release principles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(17): 3003-3010. (in Chinese))
- [12] 李景龙, 朱子涵, 蔚立元, 等. 大理岩峰前卸荷损伤表征及再承载破坏耗能特征[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, **39**(12): 2429-2438. (LI Jinglong, ZHU Zihan, YU Liyuan, et al. Dissipative characteristics investigation of marble during reloading process considering pre-peak unloading damage[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, **39**(12): 2429-2438. (in Chinese))
- [13] ZHANG S G, LIU W B, LV H M. Creep energy damage model of rock graded loading[J]. Results in Physics, 2019, **12**: 1119-1125.
- [14] WANG X, SU O. Specific energy analysis of rock cutting based on fracture mechanics: a case study using a conical pick on sandstone[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2019, **213**: 197-205.
- [15] LI N, ZOU Y S, ZHANG S C, et al. Rock brittleness evaluation based on energy dissipation under triaxial compression[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2019, **183**: 106349.
- [16] 张志镇. 岩石变形破坏过程中的能量演化机制[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2013. (ZHANG Zhizhen. Energy Evolution Mechanism During Rock Deformation and Failure[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2013. (in Chinese))
- [17] 王桂林, 王润秋, 孙 帆, 等. 单轴压缩下溶隙灰岩声发射 RA-AF 特征及破裂模式研究[J]. 中国公路学报, 2022, **35**(8): 118-128. (WANG Guilin, WANG Runqiu, SUN Fan, et al. RA-AF characteristics of acoustic emission and failure mode of karst-fissure limestone under uniaxial compression[J]. China Journal of Highway and Transport, 2022, **35**(8): 118-128. (in Chinese))
- [18] TAN L H, REN T, DOU L M, et al. Analytical stress solution and mechanical properties for rock mass containing a hole with complex shape[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2021, **114**: 103002.
- [19] 李 灏. 损伤力学基础[M]. 济南: 山东科学技术出版社, 1992. (LI Hao. Fundamentals of Damage Mechanics[M]. Jinan: Shandong Science & Technology Press, 1992. (in Chinese))
- [20] WANG R Q, WANG G L, ZHANG L, et al. Coupled macro-meso damage constitutive model for fractured rocks based on logistic growth theory[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2023, **281**: 109132.
- [21] JEAN L. A continuous damage mechanics model for ductile fracture[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1985, **107**(1): 83-89.
- [22] 张永兴. 岩石力学[M]. 2 版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008. (ZHANG Yongxing. Rock Mechanics[M]. 2nd ed. Beijing: China Architecture & Building Press, 2008. (in Chinese))
- [23] 张 亮, 王桂林, 雷瑞德, 等. 单轴压缩下不同长度单裂隙岩体能量损伤演化机制[J]. 中国公路学报, 2021, **34**(1): 24-34. (ZHANG Liang, WANG Guilin, LEI Ruide, et al. Energy damage evolution mechanism of single jointed rock mass with different lengths under uniaxial compression[J]. China Journal of Highway and Transport, 2021, **34**(1): 24-34. (in Chinese))
- [24] 王 利, 毛原春, 叶金生, 等. 基于微缺陷成核序列的岩石微裂纹生长和损伤演化模型[J]. 工程力学, 2013, **30**(8): 278-286. (WANG Li, MAO Yuanchun, YE Jinsheng, et al. Models for microcracks extension and damage evolution based on number series of microdefects nucleation[J]. Engineering Mechanics, 2013, **30**(8): 278-286. (in Chinese))