

DOI: 10.11779/CJGE20240491

循环加载频率对饱和砂土剪切模量衰退特性的影响

辛双龙¹, 王炳辉¹, 张雷^{*1,2}, 张云飞¹, 许成顺³, 金丹丹⁴

(1. 江苏科技大学土木工程与建筑学院, 江苏 镇江 212100; 2. 浙江水利水电学院建筑工程学院, 浙江 杭州 310018; 3. 北京工业大学
城市建设学部, 北京 100124; 4. 江苏大学土木工程与力学学院, 江苏 镇江 212013)

摘要: 为揭示饱和砂土在不同加载频率作用下剪应变发展特性和剪切模量的衰退特性, 基于竖向-扭转耦合剪切仪设备, 开展了不同加载频率下不同相对密实度的饱和砂土不排水循环扭剪试验, 采用模量衰退指数 δ 对饱和砂土的剪切模量衰退特性进行量化, 分析饱和砂土的剪应变发展特性及剪切模量衰退特性等。结果表明: 随着加载频率 f 的增大, 饱和砂土的剪胀剪缩特性逐渐减小, 达到初始液化的循环次数 N_L 逐渐增加; 且 f 的增大抑制了剪切应变的发展。相近剪应变水平下的 δ 随 f 的增大而减小, 并提出一种基于剪应变的模量衰退模型预测 δ 。剪切模量 G 随着循环次数 N 和孔压比 r_u 的增大而逐渐衰减, 相同 r_u 和 N 水平下, G 随 f 的增大而增大。加载频率 f 对 $\delta-r_u$ 与 $\delta-N/N_L$ 关系的影响较小, 并基于 Matasovic 模型建立 $\delta-r_u$ 新模型, 将 Seed 单参数孔压模型代入新模型可得到 $\delta-N/N_L$ 新模型, 该模型可以较好地预测本文试验数据且适用性较好。

关键词: 加载频率; 剪应变; 孔压比; 循环次数; 剪切模量; 模量衰退

中图分类号: TU411 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2025)09-1977-10

作者简介: 辛双龙(2000—), 男, 硕士研究生, 主要从事土动力学等方面的研究工作。E-mail: 18362896535@163.com。

Effect of cyclic loading frequencies on shear modulus decay characteristics of saturated sand

XIN Shuanglong¹, WANG Binghui¹, ZHANG Lei^{1,2}, ZHANG Yunfei¹, XU Chengshun³, JIN Dandan⁴

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212100, China; 2. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University of Water Resources and Electric Power, Hangzhou 310018, China; 3. Faculty of Architecture, Civil and Transportation Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 4. School of Civil Engineering and Mechanics, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: In order to reveal shear strain development characteristics and shear modulus decline characteristics of saturated sand under different loading frequencies, undrained cyclic torsional shear tests of saturated sand with different relative densities under different loading frequencies are carried out on the basis of vertical-torsional coupled shear apparatus, and the modulus decline index δ is used to quantify shear modulus decline characteristics of saturated sand, and shear strain development characteristics and shear modulus decline characteristics of saturated sand are analysed. The results show that shear expansion of saturated sand decreases gradually with increasing loading frequency f , and the number of cycles N_L of initial liquefaction increases gradually; and the increase of f inhibits the development of strain in saturated sand. δ at similar shear strain levels decreases with increasing f , and a modulus decay model based on shear strain is proposed to predict δ . Shear modulus G gradually decays with the increase of the number of cycles N and pore pressure ratio r_u , and G increase with the increase of f at the same r_u and N level. The effect of loading frequency f on the relationship between $\delta-r_u$ and $\delta-N/N_L$ is small, and a new model of $\delta-r_u$ is established based on Matasovic model, and a new model of $\delta-N/N_L$ can be obtained by substituting one-parameter pore-pressure seed model into the new model, which can predict the experimental data better in this paper and has a better applicability.

基金项目: 镇江市科技计划项目(基础研究专项)(JC2024019); 国家自然科学基金项目(51978317); 江苏省自然科学基金青年基金项目(BK20200996)
This work was supported by the Science and Technology Bureau of Zhenjiang (Basic Research Project) (Grant No. JC2024019), National Natural Science Foundation of China (Grant No.51978317), Natural Science Foundation of Jiangsu Province (Grant No. BK20200996).

收稿日期(Received): 2024-05-21 修回日期(Revised): 2024-11-12 接受日期(Accepted): 2024-11-15 网络出版日期(Online): 2024-11-16

*通信作者 (E-mail: leizhang@zjwu.edu.cn)

Key words: loading frequency; shear strain; pore pressure ratio; number of cycles; shear modulus; modulus decline

0 引言

波浪荷载、交通荷载和地震荷载是土动力学的常见动力荷载，三者之间的本质差异之一是荷载频率的不同^[1]。因此，加载频率对土体动力特性（包括动力强度特性和动力变形特性）的影响是土动力学研究的重要内容之一。

早期的研究认为，加载频率对于饱和砂土动力强度特性的影响可以忽略不计^[2-5]。随着试验设备的进步和学者对多种荷载耦合作用的考虑，荷载频率对土体动强度特性和变形特性的影响，又逐渐被重视起来，并有了新认识。郭莹等^[6]采用“土工静力-动力液压三轴-扭转多功能剪切仪”进行不同振动频率下的饱和砂土动三轴试验，得到饱和砂土的液化强度随着加载频率的增加而显著增加。Zhu 等^[7]也证实了这一结论。上述关于加载频率对土体动力特性影响的研究主要集中于抗液化性能上，同时考虑加载频率对土体变形特性的研究相对较少。

在土体动力变形特性方面，早期主要针对剪切模量随应变增长而衰退关系的研究^[8]，取得了丰富的成果。近些年来，一些学者开展了不同密实度^[9]、固结比^[10]、孔压增长^[11-12]、复杂应力路径^[13]、以及加载频率^[14-17]等条件下土体变形特性的研究。其中，许成顺等^[15]通过对福建标准砂进行一系列不同频率的循环扭剪试验，得出低频荷载作用下所产生的流滑变形明显大于高频荷载作用下的流滑变形。Dash 等^[14]研究发现加载频率对饱和砂土剪切模量 G 与剪应变 γ_a 的关系无显著影响，但对 G 与循环次数 N 的关系影响甚大。杨铮涛等^[16-17]对南海珊瑚砂进行不同加载频率 f 的不排水循环扭剪试验，表明 f 对于珊瑚砂的广义剪应变幅值 γ_{ga} 随 N 的积累具有显著影响；且 f 对于珊瑚砂的模量衰退指数 δ 与 N 的相关性影响较大，同一循环次数水平下的 δ 随着 f 的增大而增大。综上， f 对应变的发展的影响的认识较为充分，而 f 对模量衰退的影响则仅考虑了循环次数这一因素，未见不同加载频率下考虑应变与孔压增长效应的模量衰退规律方面的研究。

本文针对上述的加载频率对饱和砂土变形特性认识的不足，进行了不同加载频率下饱和砂土的不排水循环扭剪试验，探究加载频率对不同密实度饱和砂土剪切模量衰退特性的影响，并建立了基于剪应变 γ_a 、孔压比 r_u 和循环次数 N 的模量衰退预测模型，深化了对饱和砂土动力特性受加载频率影响的认识。

1 试验方案

1.1 试验设备及材料

本文开展的试验采用北京工业大学竖向-扭转耦

合剪切仪设备^[15]。该设备能够在 4 个不同的方向加载试样：轴向力 (W)，扭矩力 (M_T)，内围压 (p_i)，外围压 (p_o)，试样受力状态如图 1 所示。因此，设备可实现轴向和扭转静态加载及循环加载，也可进行常规和复杂应力路径的动三轴试验和扭剪试验等。同时，可施加的最高循环荷载频率为 5 Hz，且能够装载空心圆柱形的试样，外径为 100 mm，内径为 60 mm，高度为 150 mm。

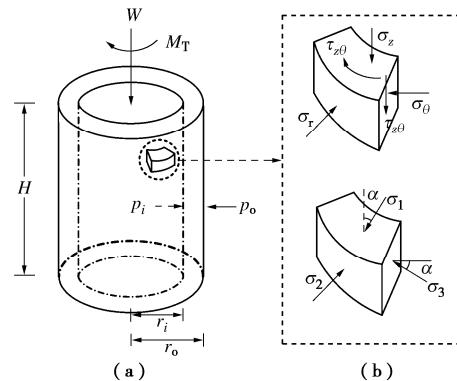


图 1 空心圆柱试样受力状态

Fig. 1 Stress state of hollow cylindrical specimen

试验采用福建标准砂，其相对质量密度 $G_s=2.64$ ，最小干密度 $\rho_{min}=1.33 \text{ g/cm}^3$ ，最大干密度 $\rho_{max}=1.64 \text{ g/cm}^3$ 。福建标准砂的粒径级配曲线如图 2 所示，其中，不均匀系数 $C_u=1.73$ ，曲率系数 $C_c=0.88$ ，平均粒径 $d_{50}=0.40 \text{ mm}$ 。

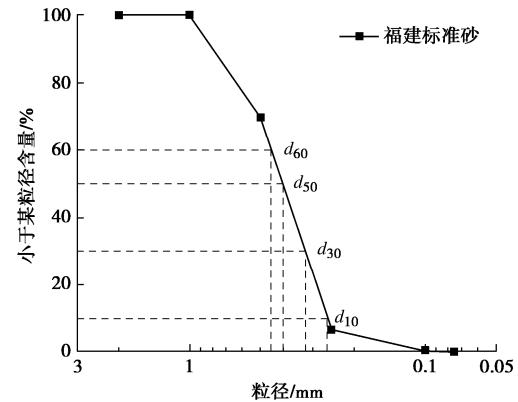


图 2 福建标准砂颗粒级配曲线

Fig. 2 Particle grading curve of Fujian standard sand

1.2 试验制备和试验工况

本文试验采用分层干装法制样，试样预设的相对密实度分别为 35%，50%，70%。制备完成后，采用通 CO_2 ，无气水，并联合施加反压 200 kPa 饱和试样。饱和过程中始终保持 20 kPa 的有效围压维持土体结构。当试样的孔隙水压力系数 B 值达到 95% 以上时，认为试样已完全饱和。

表 1 不排水循环剪切试验方案与试验结果参数

Table 1 Undrained cyclic shear test scheme and parameters of test results

No.	$D_r/\%$	$D_{rc}/\%$	B	CSR	f/Hz	N_L	a	b	c	μ
1		37.3	0.98		0.05	26	0.0198	-1.0249	-0.0005	0.6901
2		36.8	0.97		0.1	42	0.0185	-1.0231	-0.0008	1.0982
3	35	37.9	0.97	0.13	0.5	52	0.0153	-1.0220	-0.0012	0.9452
4		37.1	0.98		1	59	0.0110	-1.0259	-0.0305	0.6717
5		37.6	0.96		2	72	0.0073	-1.0195	-0.0977	0.5814
6		51.8	0.99		0.05	10	0.0441	-1.0183	-0.0001	0.5352
7		51.5	0.99		0.1	12	0.0374	-1.0264	-0.0003	0.8923
8	50	51.1	0.98	0.17	0.5	21	0.0289	-1.0215	-0.0031	0.6399
9		51.6	0.98		1	54	0.0219	-1.0187	-0.0107	0.7312
10		50.9	0.97		2	75	0.0146	-1.0188	-0.0453	0.7169
11		71.5	0.97		0.05	6	0.1798	-1.0199	-0.0070	0.7756
12		70.7	0.98		0.1	8	0.0876	-1.0263	-0.0009	0.5475
13	70	70.9	0.96	0.25	0.5	11	0.0436	-1.0225	-0.0004	0.6636
14		71.3	0.98		1	23	0.0342	-1.0255	-0.0058	0.7633
15		71.1	0.97		2	41	0.0230	-1.0182	-0.0199	0.6314

注: D_{rc} 为固结后的相对密实度, N_L 为液化振次。

饱和试样在初始有效围压 $p'_0=100$ kPa 下进行各向同性固结, 固结后的试样相对密实度都略有增加, 如表 1 中的 D_{rc} 所示, 该值可根据排水量重新计算得到。为标注简便, 后文图中的图例以预设相对密实度标注。试样固结完成后, 对试样施加恒定幅值的正弦循环剪应力。为研究加载频率对饱和砂土模量衰减特性的影响, 选取 $f=0.05, 0.1, 0.5, 1, 2$ Hz 的循环加载频率, 其他的试验条件如表 1 所示。

试验数据分析时, 剪切应力和应变的计算参考张小玲等^[18]给出的计算方法。其中, 循环应力比 CSR 由下式定义^[19]:

$$\text{CSR} = \frac{\tau}{p'_0} \quad . \quad (1)$$

式中: τ 为剪应力幅值。

2 结果与分析

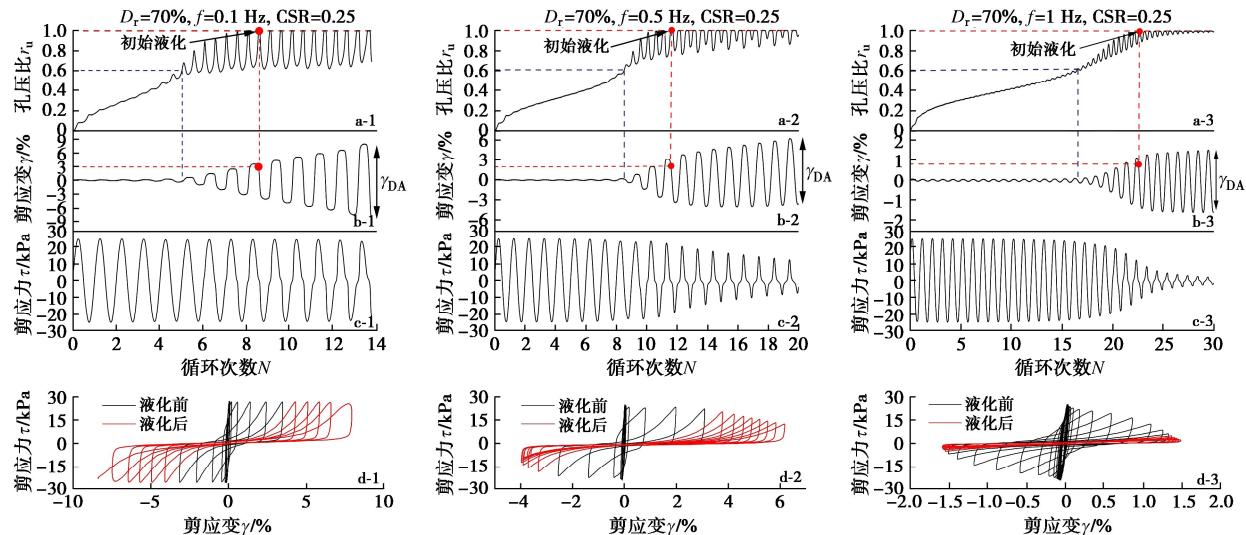
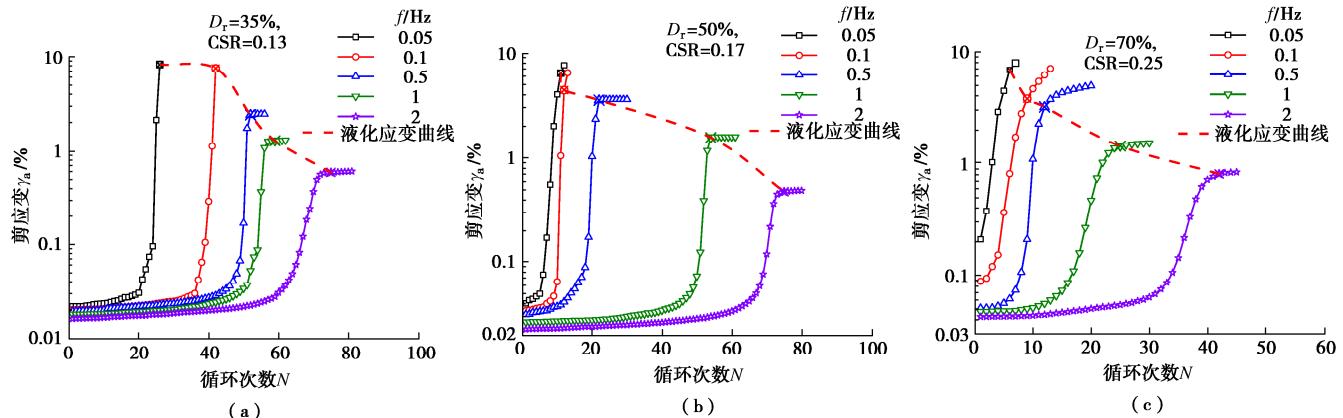
2.1 不排水循环响应的典型时程

图 3 给出了相对密实度为 70% 的饱和砂土在加载频率为 $f=0.1, 0.5, 1$ Hz 条件下孔压比 r_u 和剪切应变 γ_a 随循环次数 N 变化的典型结果, 以及剪切应力-应变滞回曲线。由图 3(a-1) ~ (a-3) 可知: 饱和砂土 r_u 的增长, 可根据 $r_u=0.6$ 附近分为两个阶段: 单调增长阶段和波动发展阶段。其中, 单调增长阶段的孔压比增长趋势相对单一和稳定, 是由于土体颗粒在剪切作用下的重新排列, 孔隙体积具有持续减小的趋势, 从而导致孔隙水压力持续增加, 体现出剪缩特性。而波动发展阶段的孔压比出现了明显的两周的波动现象,

即出现明显的剪胀与剪缩特性交替变化, 交替剪胀剪缩产生的孔压波动幅值受到 f 的影响十分显著, 且随着 f 的增大而减小。虽然所有饱和砂土均能达到初始液化 ($r_u=1$), 但相同相对密实度的试样, 达到初始液化所需的循环次数 N_L 值随加载频率的增大而增大, 如表 1 所示, 说明饱和砂土遭受高频荷载时, 表现出更高的抗液化强度, 这与近期的研究成果认识一致^[15-16]。

从图 3(b-1)~(b-3) 可以发现, 不同加载频率下饱和砂土的剪应变值 γ_a 在加载前期增长缓慢, 随后在 r_u 达到 0.6 附近之后开始迅速增大, 且达到初始液化时所对应的 γ_a 随着 f 增大而减小, 因为 f 的增大导致土体的变形无法及时反应。因此, 后续确定不同 f 下的液化振次 N_L , 均选用初始液化 (孔压第一次达到固结围压) 破坏标准, 而不宜选用应变达到某一数值作为判别液化破坏标准。

土体受循环荷载加载过程中, 不同加载频率下的饱和砂土滞回曲线发展相差甚大, 如图 3(d-1)~(d-3) 所示。由图可知, 在 $f=0.1$ Hz 时, 其应力应变曲线发展模式为: “椭圆-反 S 形-Z 形曲线”; 在 $f=1$ Hz 时, 其应力应变曲线发展模式为“椭圆-反 S 形-针形曲线”。通过对比可以发现, 由于加载频率影响着动力失稳过程的发展 (图 3(c-1)~(c-3)), 导致了不同加载频率下的滞回曲线的差异性, 且从滞回曲线中可以观察到剪胀剪缩特性的变化, 随着 f 的增大, 达到初始液化后的动力失稳越来越严重, 其剪胀剪缩特性减弱, 尤其当 $f=1$ Hz 时, 其滞回曲线逐渐倾向于水平。

图 3 $D_r=70\%$ 和 $CSR=0.25$ 时加载频率 f 对饱和砂土不排水循环响应的影响Fig. 3 Effect of loading frequency f on undrained cyclic response of saturated sand at $D_r=70\%$ and $CSR=0.25$ 图 4 不同加载频率 f 对 γ_a 随 N 发展的影响Fig. 4 Effect of different loading frequencies f on the development of γ_a with N

2.2 频率影响下的剪切应变发展特性

图 4 为相对密实度为 35%，50%，70% 的饱和砂土在不同加载频率 f (0.05, 0.1, 0.5, 1, 2 Hz) 下剪切应变幅值 γ_a ($\gamma_{DA}/2$) 与循环次数 N 的变化规律。由图可知：在低频作用下 γ_a-N 曲线呈现出“慢—快”趋势。在加载前期， γ_a 随着 N 的增加缓慢增大，但当 γ_a 超过一定量之后， γ_a 急剧增大。然而，随着加载频率 f 的增加， γ_a-N 曲线呈现出“慢—快—慢”的变化趋势，即土体达到初始液化后，其剪应变出现少量增长甚至不增长的现象。值得注意的是，在同一条件下，所受荷载频率越大，土体产生的剪应变越小，即加载频率的增加抑制了土体应变的产生。这是因为土体受低频荷载作用循环一周所经历的时间远大于高频荷载作用，在这一周内土体应变有足够的时间发展和累积。

2.3 循环荷载作用下剪切模量的衰退特性

为了量化剪切模量的衰退特性，引入 Mortezaie

等^[20]提出的模量衰退指数 δ 进行评价：

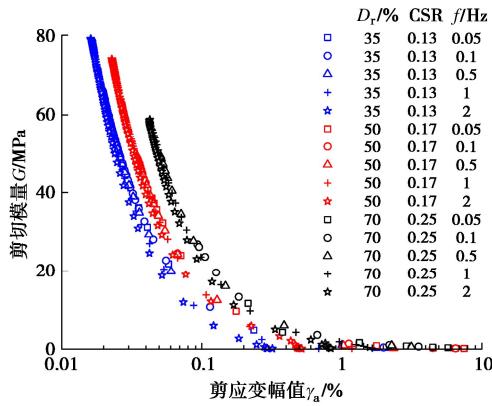
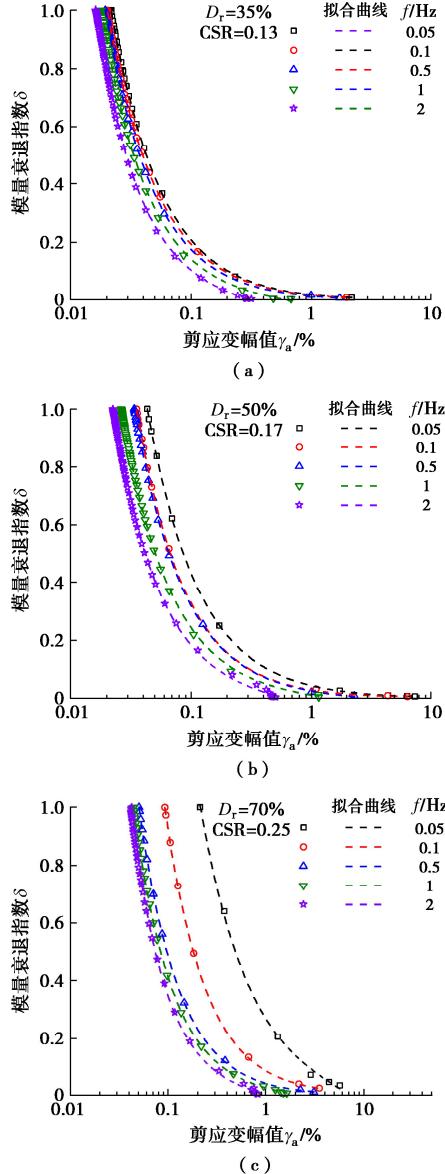
$$\delta = \frac{G_N}{G_1} \quad (2)$$

式中： G_1 为循环加载过程中第一周的剪切模量； G_N 为循环加载过程中第 N 周的剪切模量。

(1) 考应变增长的模量衰退

图 5 给出了饱和砂土在不同加载频率 f 下剪切模量 G 随剪应变幅值 γ_a 发展的变化趋势。由图 5 可以看出：不同加载频率 f 下所有试验的 G 都随 γ_a 的增大而减小；相对密实度越大，其 G 越大。不同频率下的 G 与 γ_a 的数据落在一个相对窄的区域内，说明 f 对 G 与 γ_a 关系的影响并不显著。

图 6 为不同 f 对饱和砂土模量衰退指数 δ 与剪应变 γ_a 相关性的影响。由图 6 可知， δ 随着 γ_a 的增大逐渐减小；饱和砂土在相同条件下，不同的 f 对 δ 与 γ_a 关系有显著影响，且 δ 随 f 的增大而减小。

图 5 D_r 和 f 对 G 和 γ_a 相关性的影响Fig. 5 Correlations of effect of D_r and f on G and γ_a 图 6 不同加载频率 f 下 δ 随 γ_a 发展的影响Fig. 6 Effect of δ on development of γ_a with different loading frequencies f

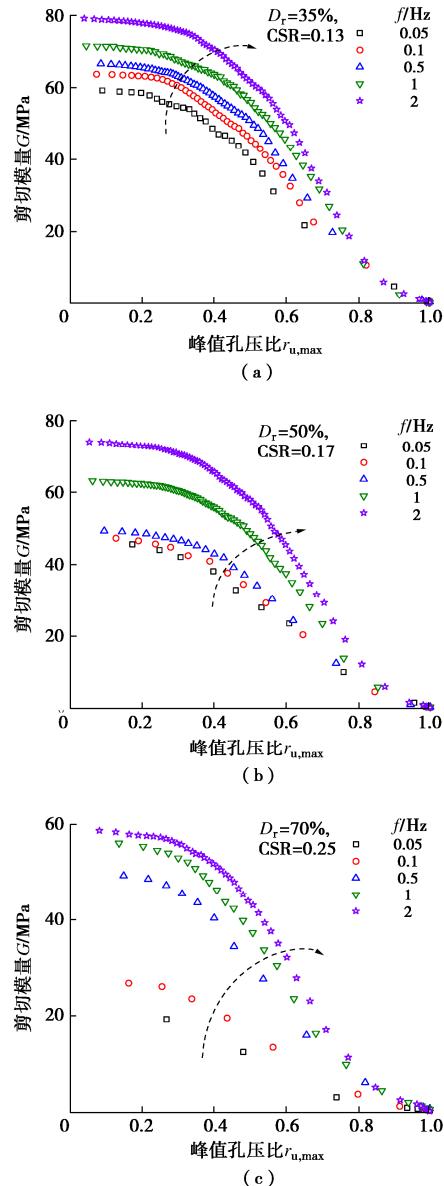
基于此, 本文提出不同加载频率下的饱和砂土模量衰减指数 δ 与剪应变 γ_a 相关性的关系:

$$\delta = a \times \gamma_a^b + c \times \gamma_a \quad (3)$$

式中: a , b , c 均为拟合参数。具体数值如表 1 所示, 由表可知: 参数 a 与 c 值与加载频率相关, 参数 a 随着加载频率 f 的增大而减小, 参数 c 总体上随加载频率的增大而减小; 参数 b 则与加载频率无关, 对于福建标准砂, b 值约为 -1.02。

(2) 考虑孔压效应的模量衰退

在 2.1 节阐述了加载频率 f 显著影响孔压增长的规律, 如图 3(a-1)~(a-3)所示。为了研究加载频率 f 对饱和砂土剪切模量 G 随孔压增长而衰退的影响, 本文给出了不同加载频率 f 下, 剪切模量 G 和模量退化指数 δ 随峰值超孔隙水压力比 $r_{u,max}$ 的变化情况, 分别如图 7, 8 所示。由图 7, 8 可知: 随着 $r_{u,max}$ 的增大, G , δ 逐渐减小。并且可分为 3 个阶段: 在低孔压比阶段, G , δ 都是缓慢下降; 在中等孔压比阶段, 则都是迅速下降; 在高孔压比阶段, 则均变为缓慢下降。

图 7 不同加载频率 f 对 G 随 r_u 发展的影响Fig. 7 Effect of different loading frequencies f on development of G with r_u

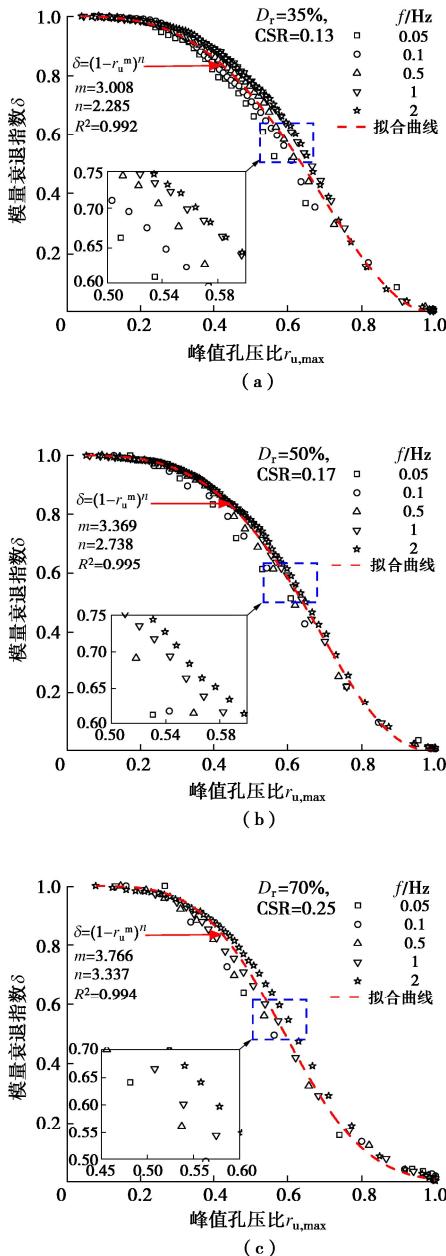
图 8 不同加载频率 f 对 δ 随 r_u 发展的影响

Fig. 8 Effect of different loading frequencies f on development of δ with r_u

加载频率 f 对 $G-r_{u,\max}$ 关系和 $\delta-r_{u,\max}$ 关系曲线都具有影响。其中, $G-r_{u,\max}$ 关系受频率的影响在低孔压比阶段最为明显, 即 G 随 f 的增大而增大, 随着孔压的上升, 不同 f 下的 $G-r_{u,\max}$ 曲线差异性逐渐减小; 而 $\delta-r_{u,\max}$ 关系受频率的影响则在中等孔压比阶段较为明显, δ 随 f 的增大略有增大。

采用已有的模量衰退指数 δ 与孔压比 r_u 之间关系模型, 对本文试验数据进行分析, 获得如图 9 所示的结果。图 9 中, Matasovic 模型为 Matasovic 等^[21]基于 Masing 准则提出的模型, 如式 (4) 所示; 左熹模型指左熹等^[11]根据 Martin 等提出的 Davidenkov 曲线关

系提出的模型, 如式 (5) 所示。

$$\delta = (1 - r_u^m)^n, \quad (4)$$

$$\delta = 1 - \left(\frac{C \cdot r_u^B}{1 - C \cdot r_u^B} \right)^A. \quad (5)$$

式中: n, A, B, C 为土性有关的拟合系数。

从图 9 可以看出: Matasovic 模型和左熹模型的拟合曲线与试验数据都存在一定的差距。其中, Matasovic 模型的曲线在低孔压比阶段和高孔压比阶段分别低估和高估了模量衰退指数值。左熹模型则在中低孔压比阶段时拟合效果较好, 并不适用于高孔压比阶段, 如图 9 中 $r_u > 0.8$ 阶段所示。鉴于上述已有模型与本文数据产生的差异, 本文在 Matasovic 模型的基础上, 提出了模量衰退指数随孔压比变化的新模型:

$$\delta = (1 - r_u^m)^n. \quad (6)$$

式中: m, n 均为拟合参数。参数的具体取值和拟合效果, 如图 8 所示, 可以看出, 拟合的 R^2 均在 0.99 以上, 说明新模型预测的模量衰退指数 δ 随孔压比 r_u 变化的关系与实测数据拟合较好。

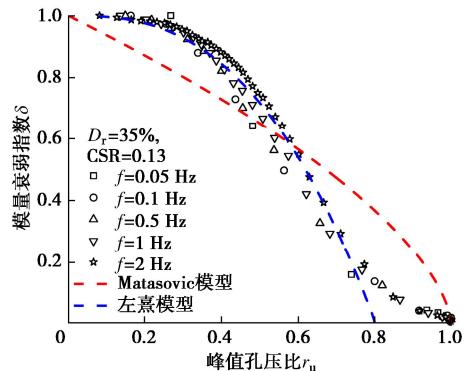


图 9 现有模型的拟合结果对比

Fig. 9 Comparison of fitting results of existing models

(3) 考虑循环效应的模量衰退

图 10 为不同加载频率 f 下相对密实度为 35%, 50%, 70% 的饱和砂土在半对数坐标上剪切模量 G 与循环次数 N 的变化情况。由图 10 可知: 在半对数坐标下, G 随 N 的变化趋势主要为: 在循环加载前期 G 缓慢下降, 当孔压累积到一定值后迅速下降, 呈现出“慢-快”趋势; 但在低频大应力作用下的 G 随 N 的增大呈线性下降。在相同 CSR 的作用下, G_1 和 N_L 均受到 f 的显著影响, 即 G_1 和 N_L 随 f 的增大而增大。且不同密实度的饱和砂土在同一 N 水平下, G 均随 f 的增大而增大。

图 11 为不同加载频率 f 下饱和砂土模量衰退指数 δ 随循环次数 N 的变化情况。由图可知: 随着 N 的增

加, δ 逐渐降低, 意味着土体剪切模量逐渐减小, 且随着 N 的增加, f 对于 δ 与 N 的相关性的影响逐渐增大, 即 f 越大, δ 越大。将所有的试验数据的 N 都用 N_L 进行归一化, 如图 12 所示。从图 12 可以看出: 归一化后的大部分 $\delta-N/N_L$ 数据均呈现先缓慢下降后快速下降的趋势, 而在低频高 CSR 的作用下呈现几乎线性下降的趋势。

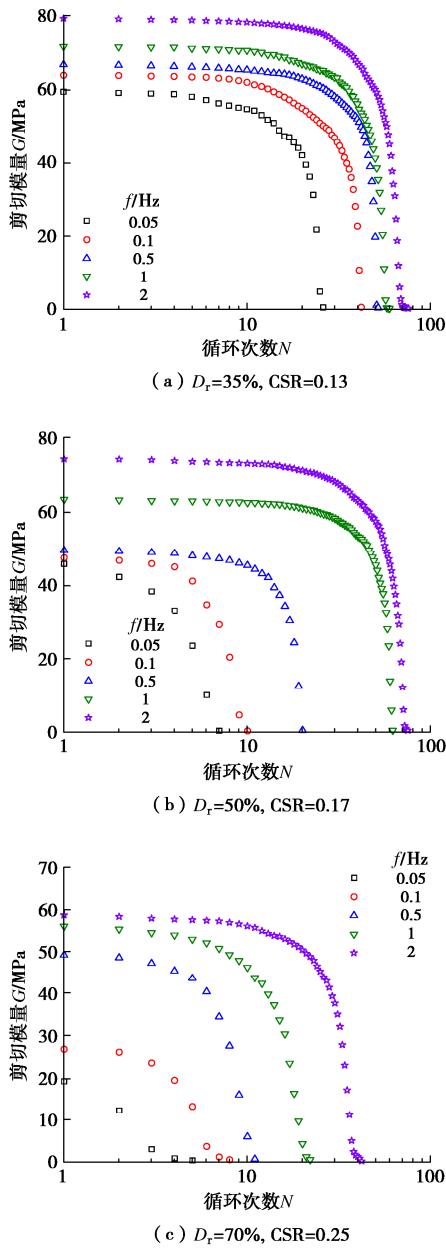


图 10 不同加载频率 f 对 G 随 N 发展的影响

Fig. 10 Effect of different loading frequencies f on development of G with N

2.4 本文模量衰退预测及其验证

根据上文建立的超孔隙水压力比与模量退化指数的新模型, 若已知孔压预测模型, 则可获得饱和砂土的剪切模量退化趋势。因此, 本文选用 Seed 等^[22]所提出的单参数孔压应力模型, 即

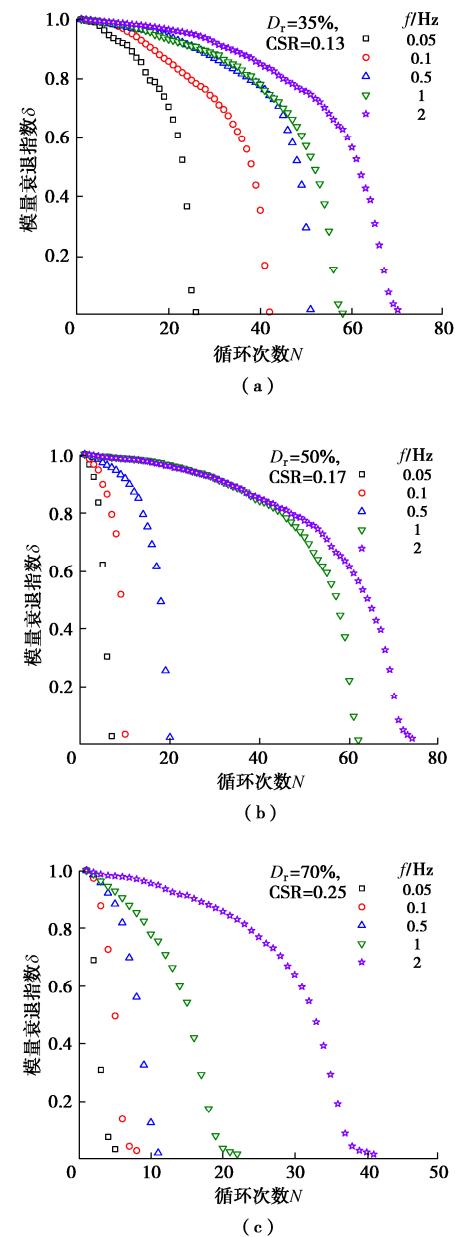


图 11 不同加载频率 f 对 δ 随 N 发展的影响

Fig. 11 Effect of different loading frequencies f on development of δ with N

$$r_u = \frac{1}{\pi} \times \arccos \left[1 - 2 \times \left(\frac{N}{N_L} \right)^{1/\mu} \right] \quad (7)$$

将式 (7) 代入新模型式 (6) 中, 得

$$\delta = \left\{ 1 - \left\{ \left\{ \frac{1}{\pi} \times \arccos \left[1 - 2 \times \left(\frac{N}{N_L} \right)^{1/\mu} \right] \right\}^m \right\} \right\}^n \quad (8)$$

式中: μ 为 Seed 模型参数。通过该模型对图 12 中试验数据进行拟合, 可以看出: 式 (8) 对试验数据的拟合度较好。因此, 本文所提出的新模型可以合理地预测模量衰退指数 δ 。

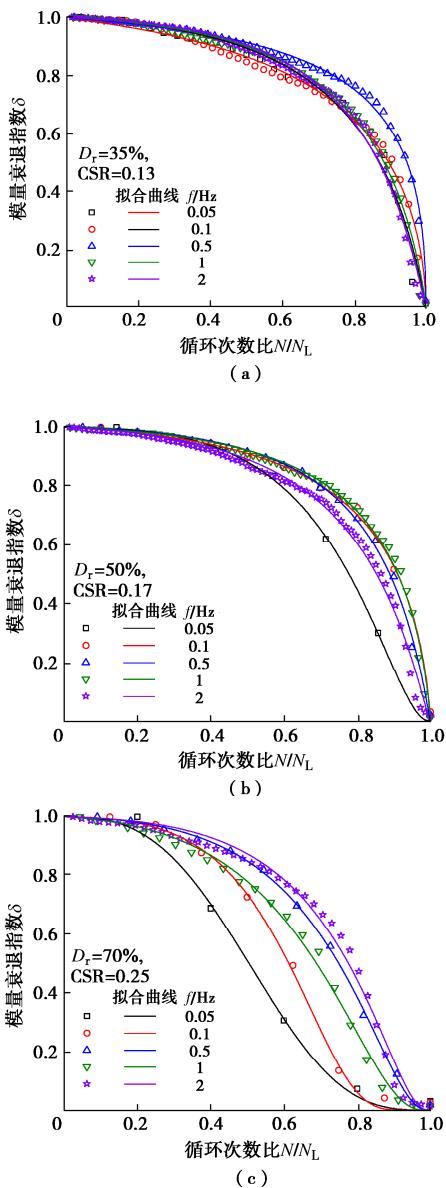


图 12 不同加载频率 f 对 δ 随 N/N_L 发展的影响

Fig. 12 Effect of different loading frequencies f on development of δ with N/N_L

本文提出的模量衰退模型是基于福建标准砂在各向同性条件下，不同加载频率的试验数据拟合所得。为证明该模型的适用性，对 Wu 等^[23]、左熹等^[11]、Dash 等^[14]的试验结果进行整理，如图 13 所示。其中，图 13 (a) 为 Wu 等^[23]基于不排水循环扭剪试验获得的不同细粒含量的饱和珊瑚砂的模量衰退数据；图 13 (b) 为左熹等^[11]基于不排水循环动三轴试验，获得的不同围压下的南京细砂的模量衰退数据；图 13 (c) 为 Dash 等^[14]基于不排水循环三轴试验获得的不同加载频率下 Ahmadabad 砂的模量衰退数据。值得注意的是，文献数据试验过程中所采用试样的高径比 H/D 为 2.0，而本文试样 H/D 为 1.5。但根据郭莹等^[24]采用“土工静力-动力液压三轴-扭剪多功能剪切仪”对福建标准

砂进行动三轴 ($H/D=2.0$)、动扭剪 ($H/D=1.5$) 试验，研究结果表明动模量比与应变比之间的依赖关系是唯一的。因此通过这些试验数据对本文所提出的模量衰退模型进行验证，均得到较好的拟合结果，说明了该模型具有预测效果好，且适用范围广的优点。

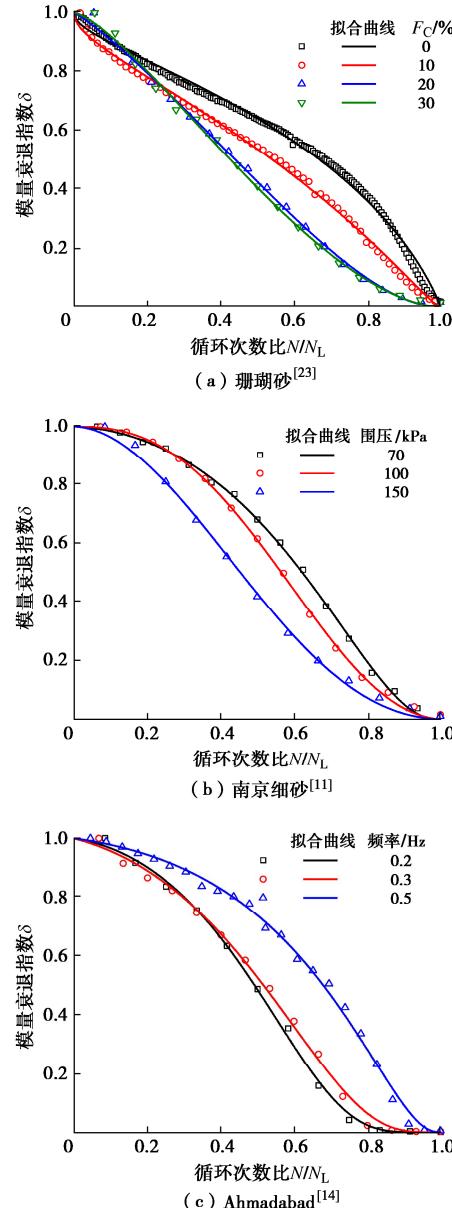


图 13 已有成果对本文模量衰退预测模型的验证

Fig. 13 Validation of modal recession prediction model of this paper by existing results

3 结 论

本文通过在不同加载频率 f 下的不排水循环扭剪试验，探究了加载频率 f 对不同相对密实度 D_r 的饱和福建标准砂的剪切模量衰退特性。主要得到了以下 3 点结论。

(1) 饱和砂土的孔压比 r_u 和剪应变 γ_a 的发展受加

载频率 f 的显著影响。饱和砂土达到初始液化所需的循环次数 N_L 值随 f 的增大而增大; f 的增加抑制了饱和砂土的剪切膨胀性和剪应变的发展。

(2) 剪切模量 G 和模量衰减指数 δ 随剪应变 γ_a 、孔压比 r_u 和循环次数 N 的增大呈现逐渐衰退特性。在相同应变水平下, f 对 $G-\gamma_a$ 的关系不敏感, 但 δ 随 f 的增大而逐渐减小。 f 对于 $G-r_u$ 和 $G-N$ 曲线具有显著影响, 同一 r_u 和 N 的水平下, G 随 f 的增大而增大; f 对 $\delta-r_u$ 和 $\delta-N$ 曲线无显著影响。

(3) 通过分析 $\delta-\gamma_a$, $\delta-r_{umax}$, $\delta-N$ 的规律, 改进 Matasovic 模型并结合 Seed 的孔压模型, 最终提出了基于 γ_a , r_u 和 N 的 δ 的预测公式。通过文本数据及其已有成果, 验证了该模型具有较好的适用性。

利益冲突声明/Conflict of Interests: 所有作者声明不存在利益冲突。All authors disclose no relevant conflict of interest.

作者贡献/Authors' Contributions: 辛双龙设计试验方案, 王炳辉和张雷提供研究指导, 辛双龙完成论文的初稿写作, 王炳辉和张雷对论文进行修改, 辛双龙和张云飞完成室内试验, 许成顺和金丹丹对理论分析提供支持。所有作者均阅读并同意最终稿件的提交。This study was designed by XIN Shuanglong and supervised by WANG Binghui and ZHANG Lei. The manuscript was drafted by XIN Shuanglong and revised by WANG Binghui and ZHANG Lei. The laboratory tests were conducted by XIN Shuanglong and ZHANG Yunfei. The work support for theoretical analysis was provided by XU Chengshun and JIN Dandan. All the authors have read the last version of manuscript and consented for submission.

参考文献:

- [1] ISHIHARA K. Soil Behaviour in Earthquake Geotechnics[M]. Oxford: Oxford University Press, 1996.
- [2] PEACOCK W H, SEED H B. Sand liquefaction under cyclic loading simple shear conditions[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1968, **94**(3): 689-708.
- [3] WONG R T, SEED H B, CHAN C K. Cyclic loading liquefaction of gravelly soils[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1975, **101**(6): 571-583.
- [4] YOSHIMI Y, OH-OKA H. Influence of degree of shear stress reversal on the liquefaction potential of saturated sand[J]. Soils and Foundations, 1975, **15**(3): 27-40.
- [5] TATSUOKA F, TOKI S, MIURA S, et al. Some factors affecting cyclic undrained triaxial strength of sand[J]. Soils and Foundations, 1986, **26**(3): 99-116.
- [6] 郭莹, 贺林. 振动频率对饱和砂土液化强度的影响[J]. 防灾减灾工程学报, 2009, **29**(6): 618-623. (GUO Ying, HE Lin. The influences of the vibration frequencies on liquefaction strength of saturated sands[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2009, **29**(6): 618-623. (in Chinese))
- [7] ZHU Z H, ZHANG F, PENG Q Y, et al. Effect of the loading frequency on the sand liquefaction behaviour in cyclic triaxial tests[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2021, **147**: 106779.
- [8] 陈国兴. 岩土地震工程学[M]. 北京: 科学出版社, 2007. (CHEN Guoxing. Geotechnical Earthquake Engineering[M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese))
- [9] CHEN G X, LIANG K, ZHAO K, et al. Shear modulus and damping ratio of saturated coral sand under generalised cyclic loadings[J]. Géotechnique, 2024, **74**(2): 116-133.
- [10] MA W J, QIN Y, WU Q, et al. Cyclic failure mechanisms of saturated marine coral sand under various consolidations[J]. Applied Ocean Research, 2023, **131**: 103450.
- [11] 左熹, 陈国兴, 孙田. 考虑孔压效应的饱和细砂剪切模量衰减规律研究[J]. 世界地震工程, 2017, **33**(1): 194-201. (ZUO Xi, CHEN Guoxing, SUN Tian. Research on shear modulus attenuation law of saturated fine sand considering pore pressure effect[J]. World Earthquake Engineering, 2017, **33**(1): 194-201. (in Chinese))
- [12] 孙锐, 李晓飞, 陈龙伟, 等. 孔压增长下双曲线模型参数研究[J]. 振动与冲击, 2018, **37**(7): 1-7. (SUN Rui, LI Xiaofei, CHEN Longwei, et al. Effects of increase in pore water pressure on dynamic parameters of hyperbolic model describing stress-strain relation of liquefiable soil[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, **37**(7): 1-7. (in Chinese))
- [13] MA W J, QIN Y, CHEN G X, et al. Influences of cyclic stress paths on deformation behavior of saturated marine coral sand: an experimental study[J]. Ocean Engineering, 2023, **270**: 113626.
- [14] DASH H K, SITHARAM T G. Effect of frequency of cyclic loading on liquefaction and dynamic properties of saturated sand[J]. International Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **10**(5): 487-492.
- [15] 许成顺, 王冰, 杜修力, 等. 循环加载频率对砂土液化模式的影响试验研究[J]. 土木工程学报, 2021, **54**(11): 109-118. (XU Chengshun, WANG Bing, DU Xiuli, et al. Experimental study on effect of cyclic loading frequency on liquefaction mode of sand[J]. China Civil Engineering Journal, 2021, **54**(11): 109-118. (in Chinese))

- [16] 杨铮涛, 秦 悠, 吴 琪, 等. 循环加载频率对饱和珊瑚砂液化特性的影响[J]. 岩土力学, 2023, 44(9): 2648-2656. (YANG Zhengtao, QIN You, WU Qi, et al. Influence of cyclic loading frequency on liquefaction behaviors of saturated coral sand[J]. Rock and Soil Mechanics, 2023, 44(9): 2648-2656. (in Chinese))
- [17] 杨铮涛, 秦 悠, 吴 琪, 等. 加载频率对饱和珊瑚砂剪切模量硬化和衰退特性的影响[J]. 土木工程学报, 2024, 57(5): 99-106. (YANG Zhengtao, QIN You, WU Qi, et al. Effect of loading frequency on the stiffening and decline characteristics of shear modulus of saturated coral sand[J]. China Civil Engineering Journal, 2024, 57(5): 99-106. (in Chinese))
- [18] 张小玲, 朱冬至, 许成顺, 等. 基于动强度试验确定饱和砂土弱化参数的方法[J]. 防灾减灾工程学报, 2021, 41(2): 328-334. (ZHANG Xiaoling, ZHU Dongzhi, XU Chengshun, et al. An approach for determining the weakening parameters of saturated sand based on dynamic strength test[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2021, 41(2): 328-334. (in Chinese))
- [19] 秦 悠, 杜歆宇, 马维嘉, 等. 不同循环应力路径下饱和珊瑚砂超静孔压增长的改进应力模型[J]. 岩土力学, 2023, 44(6): 1729-1738. (QIN You, DU Xinyu, MA Weijia, et al. A stress-based model for the generation of excess pore water pressure in saturated coral sand subjected to various cyclic stress paths[J]. Rock and Soil Mechanics, 2023, 44(6): 1729-1738. (in Chinese))
- [20] MORTEZAIE A R, VUCETIC M. Effect of frequency and vertical stress on cyclic degradation and pore water pressure in clay in the NGI simple shear device[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, 139(10): 1727-1737.
- [21] MATASOVIĆ N, VUCETIC M. Cyclic characterization of liquefiable sands[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 119(11): 1805-1822.
- [22] SEED H B, MARTIN P P, LYSMER J. The Generation And Dissipation of Pore Water Pressures During Soil Liquefaction[M]. California: College of Engineering, University of California, 1975.
- [23] WU Q, LIU Q F, ZHUANG H Y, et al. Liquefaction characteristics of saturated marine coral sand with different non-plastic fines content subjected to complex cyclic stress paths[J]. Ocean Engineering, 2023, 281: 114794.
- [24] 郭 莹, 栾茂田, 董秀竹, 等. 不同应力条件下砂土动模量特性的试验对比研究[J]. 水利学报, 2003, 34(5): 41-45. (GUO Ying, LUAN Maotian, DONG Xiuzhu, et al. Experimental study on dynamic modulus characteristics of sand under different stress conditions[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003, 34(5): 41-45. (in Chinese))