

DOI: 10.11779/CJGE20240382

# 高性能岩土工程动力流固耦合仿真方法研究

王荣鑫, 普建明, 张建民, 王睿\*

(清华大学水利水电工程系水圈科学国家重点实验室, 北京 100084)

**摘要:** 超大型岩土工程的数值仿真需求对于计算能力提出了新的挑战。为了研究饱和土层中复杂结构的静动力响应, 需要发展基于高性能计算的岩土体流固耦合求解方法。提出一种有限元-有限体积 (FEM-FVM) 流固耦合仿真方法, 并发展了适应于并行求解的全隐式流固耦合算法 (FICM)、全显式流固耦合算法 (FECM)、固显流隐耦合算法 (SEFIM)。文章通过对比分析不同方法的求解精度、稳定性、单核计算效率和并行计算性能, 为算法选用提供了理论支持。在求解精度方面, 3 种方法均能较为精确的求解太沙基一维固结问题。在单核计算效率方面, 对比发现 FICM 对于求解小规模静力流固耦合具有一定优势, 而 FECM 和 SEFIM 更适合求解动力流固耦合问题。在并行计算性能方面, 对比分析了 3 种不同方法的并行可拓展性与加速比, 并针对 FECM 进行了不同有效单核负载下的可扩展性研究和不同总负载下的加速比研究。结果表明, 对于千万自由度量级大规模岩土工程流固耦合仿真问题, FECM 和 SEFIM 均具有较大的优势。其中, 显式的 FECM 方法对于上亿自由度的超大规模问题仍能保持较高的并行加速比。

**关键词:** 有限元; 有限体积; 流固耦合; 高性能仿真; 并行求解性能

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2025)09-1913-12

作者简介: 王荣鑫(1995—), 男, 博士研究生, 主要从事岩土工程高性能仿真计算与抗震工程研究。E-mail: wangrx21@mails.tsinghua.edu.cn。

## High-performance dynamic solid-fluid coupled simulation method for geotechnical engineering

WANG Rongxin, PU Jianming, ZHANG Jianmin, WANG Rui

(State Key Laboratory of Hydroscience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** Research on mega scale geotechnical engineering projects has raised new challenges of computational capability. In order to study the static and dynamic response of complex structures in saturated soil, it is essential to develop high-performance computing methods for solid-fluid coupled analysis. This study proposes a finite element method-finite volume method (FEM-FVM) coupled framework for parallel solution of solid-fluid coupling problems, and Fully Implicit Coupled Method (FICM), Fully Explicit Coupled Method (FECM), and Solid Explicit Fluid Implicit Method (SEFIM) are developed. A comparative analysis of these methods in terms of accuracy, single core efficiency, stability, and parallel performance is conducted, providing theoretical support and practical guidance for appropriate method selection. Regarding accuracy, the study analyzes the excess pore water pressure time-history obtained by different methods for a Terzaghi one-dimensional consolidation problem, all three methods are qualified. In terms of single core efficiency, the study shows that for small scale problems, FICM is more suited for static problems, whereas FEPM and SEFIM are more suitable for dynamic problems. Regarding parallel computing performance, the analysis of scalability and speedup indicates that FEPM and SEFIM have significant advantages over the fully implicit method when solving large scale problems over 10 million degrees-of-freedom. Especially, the explicit FEPM can achieve high scalability for problems with over 100 million degrees-of-freedom.

**Key words:** FEM; FVM; solid-fluid coupled method; high-performance simulation; parallel computing performance

## 0 引言

近年来, 随着国内外超大型岩土工程项目相继规

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(52425904); 国家自然科学基金面上基金项目(52378349) This work was supported by the National Science Fund for Distinguished Young Scholars (Grant No. 52425904), and National Natural Science Foundation of China (Grant No. 52378349).

收稿日期(Received): 2024-04-21 修回日期(Revised): 2024-12-18 接受日期(Accepted): 2025-02-25 网络出版日期(Online): 2025-02-26

\*通信作者 (E-mail: wangrui\_05@mail.tsinghua.edu.cn)

划设计和建设,对于岩土工程数值仿真规模提出了更大的需求。为了更加准确地研究饱和土层和复杂结构的静动力响应,需要进行合理的流固耦合分析。因此,发展基于高性能计算的大规模岩土体流固耦合仿真方法成为当前急需解决的问题。

对岩土体流固耦合理论的研究可以追溯到 Terzaghi 提出有效应力原理及土体一维固结理论<sup>[1]</sup>。此后, Biot 建立了以平衡方程和连续性方程为基础的两相介质三维固结模型<sup>[2]</sup>。在 Biot 多孔介质固结理论的基础上, Zienkiewicz 等<sup>[3]</sup>进一步发展了数值求解方法,提出了 u-w-p 形式方程;并通过假设和简化,给出了 u-U 形式和 u-p 形式的控制方程,在数值计算中应用广泛,其中, u-p 形式适用于大多数土动力学问题<sup>[3]</sup>。

当前,应用岩土体流固耦合理论的数值研究主要包括有限单元法<sup>[4-5]</sup>、有限差分法<sup>[6]</sup>、有限体积-有限差分法<sup>[7]</sup>、有限单元-有限差分法<sup>[8-9]</sup>、有限单元-有限体积法等<sup>[10-11]</sup>。有限元法(FEM)适用于复杂几何结构和边界条件,可处理非结构化网格,在固体力学问题中具有高度的灵活性,但是在通常所采用的 u-p 格式流固耦合求解中无法保证流体质量守恒<sup>[4-5]</sup>。有限体积法(FVM)以控制体为基础,严格满足流体质量守恒且鲁棒性高,在求解流体动力学问题中具有优势。有限元-有限体积(FEM-FVM)耦合方法通过整合 FEM 在处理固体力学问题中的灵活性,以及 FVM 在流体动力学问题求解中的准确性与稳定性,可以实现多物理场高效精确的耦合求解<sup>[10-11]</sup>。

近年来,计算机硬件及相应算法发展迅速,尤其是基于并行框架的高性能计算方法<sup>[12]</sup>,为大规模流固耦合问题的求解提供了可能。开发实现高效合理的流固耦合求解方法,能够在保证求解精度的前提下,最大程度适应高性能并行计算框架,从而为复杂工程建设提供有效的仿真分析手段。

本研究基于 FEM-FVM 耦合方法,开发适用于并行求解的全隐式流固耦合算法(FICM)、全显式流固耦合算法(FECM)、固显流隐耦合算法(SEFIM)。同时,研究基于仿真计算的求解精度、稳定性、单核计算效率及并行计算性能,综合评价不同流固耦合解法的优缺点和适用性,探讨在高性能框架下兼顾仿真精度和效率的求解方法。

## 1 高性能流固耦合仿真框架

研究采用高性能仿真框架 GEOSX<sup>[11]</sup>进行岩土工程高性能流固耦合求解方法开发。GEOSX 是美国劳伦斯利弗莫尔国家实验室发起、包括清华大学在内的多个研究团队参与开发的高性能并行数值仿真开源平

台,可进行复杂多物理过程的模拟<sup>[13]</sup>。

### 1.1 高性能仿真框架

GEOSX 的并行机制包括建模与网格划分、计算域剖分、邻域构建、并行求解、网格重构等步骤,图 1 以具体物理模型为例给出并行计算框架。其中在邻域构建时采用 ghostRank 方案,每个计算域包含 owned 单元(灰色表示)以及 ghost 单元(粉色表示)。owned 单元为属于该计算域的单元,ghost 单元表示需要从通讯内存获取的单元信息。对于模型的节点、面、边等其他元素同样采用类似的 ghostRank 方案。

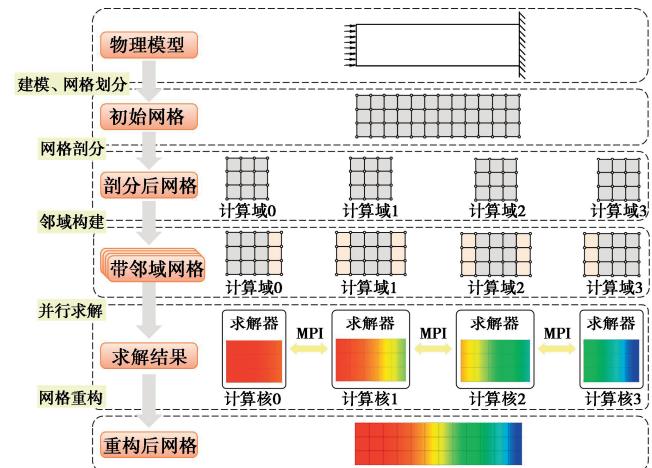


图 1 GEOSX 的并行求解框架

Fig. 1 Parallel solution framework of GEOSX

在此基础上,GEOSX 在各计算核上对不同计算域采用相应求解器进行求解,同时进行求解结果的通讯,并行通讯基于 MPI(message passing interface)<sup>[14]</sup>实现。MPI 框架具有并行效率高、可拓展性强等优点,易于实现超大规模岩土工程的仿真分析。

### 1.2 基础求解器

为了开展流固耦合计算,需要开发固体求解器和流体求解器,下面就求解器涉及的方程、求解方法进行简要阐述。

#### (1) 固体求解器

在本研究中,固体采用有限单元法(FEM)进行空间离散化,用于求解下述方程组:

$$\mathbf{Ma}^{n+1} + \mathbf{Cv}^{n+1} + \mathbf{Ku}^{n+1} = \mathbf{F}^{n+1} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{M}$  为节点质量矩阵; $\mathbf{C}$  为阻尼矩阵; $\mathbf{K}$  为刚度矩阵; $\mathbf{F}$  为外部荷载; $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{u}$  分别为加速度、速度、位移,上标  $n+1$  表示时步数。

在时间积分上,固体求解器可采用隐式动力积分或显式动力积分。其中,隐式动力积分采用 Newmark 法实现,使用瑞利阻尼;显式动力积分是 Newmark 法的一种特殊情况(取  $\gamma=0.5$ ,  $\beta=0$ ),一般采用质量阻尼。

## (2) 流体求解器

本研究中, 流体采用有限体积法(FVM)进行空间离散化。在纯流体求解器中, 假设固体完全不可压缩(即只求解渗流方程), 根据质量守恒方程和达西定律, 得到离散化方程:

$$\int_{V_i} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_f) dV - \oint_{S_i} \left( \frac{\rho_f k}{\mu} (\nabla p - \gamma \nabla z) \right) \cdot \mathbf{n} dS + \int_{V_i} q dV = 0. \quad (2)$$

式中:  $\phi$  为孔隙度;  $\rho_f$  为流体密度;  $\mu$  为流体黏度;  $k$  为渗透率张量;  $p$  为流体压力;  $g$  为重力加速度;  $q$  为源函数。

研究采用两点通量近似法(two-point flux approximation, 简称 TPFA)进行求解, 即只使用相邻两个单元中心点的自由度求解式(2)中的对流项。对于单元  $K$  和单元  $L$  的对流项, 认为  $\nabla p \approx p_K - p_L$ ,  $\gamma \nabla z \approx \rho^{\text{avg}} g(d_K - d_L)$ , 则有

$$F_{KL} = \gamma_{KL} \frac{\rho^{\text{upw}}}{\mu^{\text{upw}}} (p_K - p_L - \rho^{\text{avg}} g(d_K - d_L)). \quad (3)$$

式中:  $p_K$  和  $p_L$  为单元  $K$  和  $L$  的孔压;  $d_K$  和  $d_L$  为单元  $K$  和  $L$  的深度;  $\rho^{\text{avg}}$  为单元  $K$  和  $L$  的流体平均密度;  $g$  为重力加速度;  $\gamma_{KL} = k_{KL} A_{KL}$  (其中  $k_{KL}$  表示从单元  $K$  到单元  $L$  的渗透率;  $A_{KL}$  表示单元  $K$  和单元  $L$  公共面的面积)表示单元  $K$  与单元  $L$  的界面传递系数;  $\rho^{\text{upw}}$  和  $\mu^{\text{upw}}$  是迎风格式的流体密度和流体黏度;  $F_{KL}$  是从单元  $K$  到单元  $L$  的质量流率。

在时间积分上, 流体求解器可采用隐式瞬态方法或显式瞬态方法。其中, 隐式瞬态方法采用向后欧拉积分方法, 显式瞬态方法采用向前欧拉积分方法。

## 1.3 线性方程组求解算法

由于固体、流体的隐式求解算法均涉及到大规模线性方程组的求解, 需要采用合适的求解算法及预条件予以达到较好的求解效果。

求解算法方面, 研究综合对比直接求解法、GMRES<sup>[15]</sup>、BiCGStab<sup>[16]</sup>等方法后, 选取 GMRES 作为本研究方程组求解使用的算法。GMRES 是求解非对称线性方程组的常用方法<sup>[17-18]</sup>, 可以实现高效的并行求解<sup>[19]</sup>。

预条件子方面, 研究综合对比了 ILUK<sup>[18]</sup>、ILUT、Jacobi、SGS、AMG、Block Jacobi 等预条件子后, 选用 ILUK。

在大规模线性方程组求解软件库上, 常用的有 SuperLU<sup>[20]</sup>、Trilinos<sup>[21]</sup>、HYPRE<sup>[22]</sup>、PETSc<sup>[23]</sup>等, SuperLU 主要使用范围为直接法求解, 在大规模复杂物理场计算中, 直接法对内存和计算资源需求较高, 可能导致扩展性受限。Trilinos、HYPRE、PETSc 在大

规模线性方程组求解上均具有一定优势, 其中 Trilinos 采用模块化结构, 将功能分解为多个模块, 减少资源占用, 同时支持 MPI、OpenMP 以及 CUDA 等多种并行策略, 这种模块化的设计以及高效的并行框架使 Trilinos 有着更高的灵活性与兼容性。因此, 本研究最终选用具备丰富模块与高效并行框架的 Trilinos。

对于本研究涉及到的相关算例, 研究最终采用基于 ILU(0)预条件的 GMRES 方法求解大规模方程组, 通过适配高性能计算框架的大规模线性方程组求解软件库实现。

## 2 流固耦合求解算法开发

岩土工程多孔介质流固耦合方法主要有全耦合方法、迭代耦合方法、松散耦合方法等<sup>[24]</sup>。其中, 全耦合方法具有稳定性好的优点, 但求解涉及方程组求解, 计算量大; 迭代耦合稳定性较好, 流固相不同时进行求解; 松散耦合方法虽然求解效率较高, 但稳定性和精度较差。

在 FEM-FVM 框架下, 研究从求解稳定性、计算效率、并行可拓展性等方面出发, 结合不同流固耦合方式、不同时间积分方法的优缺点, 提出了 3 类流固耦合算法:

(1) 全隐式耦合方法(fully implicit coupled method, 简称 FICM)。

(2) 全显式耦合方法(fully explicit coupled method, 简称 FECM)。

(3) 固显流隐耦合解法(solid explicit fluid implicit method, 简称 SEFIM)。

在流固耦合方式上, FICM 属于全耦合方法, FECM 和 SEFIM 均属于显式耦合方法, 即一步迭代耦合方法。在时间积分方法上, FICM 采用固体隐式、流体隐式求解, FECM 则采用固体显式、流体显式, SEFIM 采用固体显式、流体隐式。

### 2.1 全隐式流固耦合方法(FICM)

在 FICM 中, 固体和流体都采用隐式求解方法, 同时在耦合处理上采用全耦合方式, 见图 2。

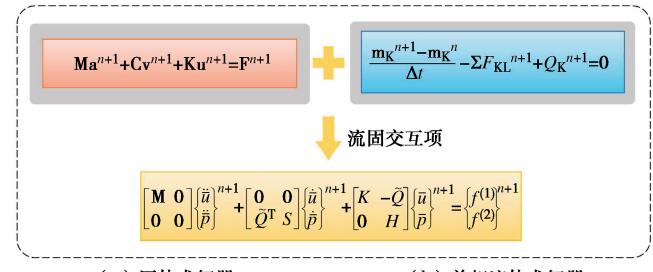


图 2 全隐式流固耦合方法(FICM)

Fig. 2 Fully implicit solid-fluid coupled method (FICM)

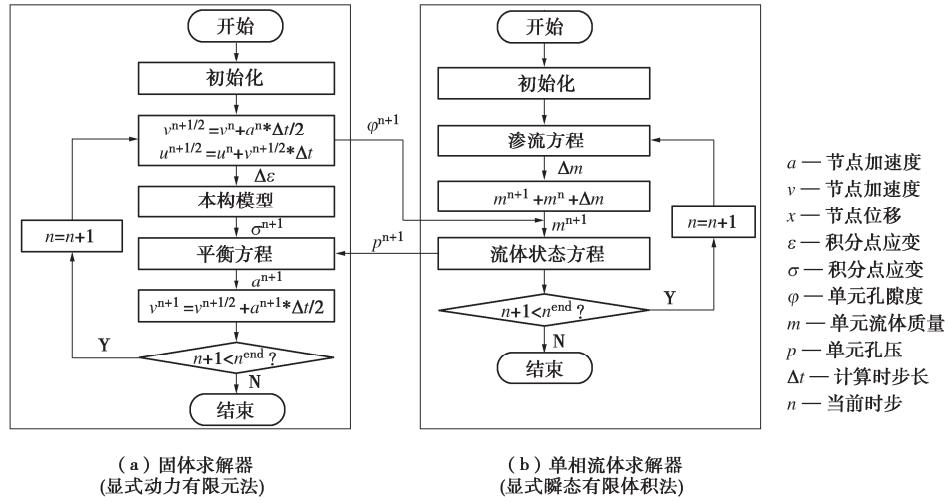


图 3 全显式流固耦合方法 (FECM)

Fig. 3 Fully explicit solid-fluid coupled method (FECM)

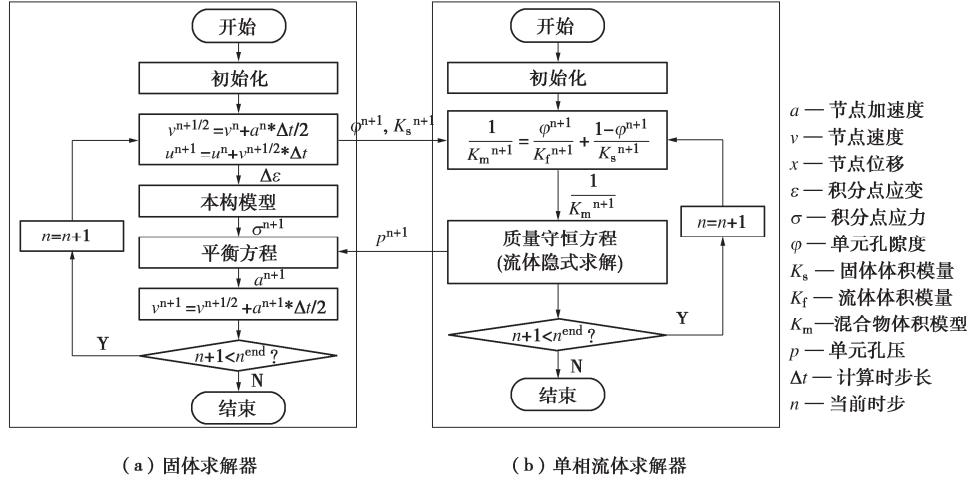


图 4 固显流隐耦合方法 (SEFIM)

Fig. 4 Solid explicit fluid implicit method (SEFIM)

FICM 将固体方程与流体方程进行联立，并添加流固交互项，组成新的方程组，进而求解新的方程组得到固体位移和流体孔压。新的方程组与 Zienkiewicz 给出的  $u$ - $p$  形式动力固结方程本质上是一致的，都要求解流固整体方程组。

## 2.2 全显式流固耦合方法 (FECM)

在 FECM 中，固体和流体在数值方法上都采用显式求解，在耦合处理上采用的是显式耦合方式。

结合固体 FEM 和流体 FVM 的显式解法，FECM 的核心在于实现流体与固体的耦合，通过孔隙度和孔压实现，如图 3。具体求解步骤为：

(1) 初始化：设置初始参数，初始化各求解器。

(2) 固体位移求解：通过积分得到固体速度、位移等数据，将更新的体积和孔隙度传递给流体求解器。

(3) 流体孔压求解：求解单元流体质量，基于流体状态方程求解孔压，将孔压传递给固体求解器。

(4) 固体加速度求解：通过求解本构模型得到固体应力，结合孔压求解平衡方程，得到固体加速度。

(5) 固体速度求解：由固体新的加速度积分得到新的速度。

上述框架不需要进行线性方程组求解，因此在计算效率和并行处理上具有很大优势。

## 2.3 固显流隐耦合方法 (SEFIM)

在 SEFIM 中，固体采用显式 FEM、流体采用隐式 FVM，流固之间采用显式耦合，如图 4。SEFIM 的耦合实现与 FEPM 类似，区别在于“流体孔压求解”，采用了隐式瞬态方法求解，需要将流体压缩系数更正为混合物的压缩系数，具体推导如式(4)，其中  $\phi$  为孔隙度， $\rho_f$  为流体密度， $v$  为达西流速， $K_s$  与  $K_f$  分

别为固体以及流体体积模量,  $\alpha$  为常数通常取 1。

$$\frac{\partial(\phi\rho_f)}{\partial t} = \frac{d(\phi\rho_f)}{dt} - \mathbf{v}\nabla(\phi\rho_f) \\ = \rho_f \left( \frac{\alpha - \phi}{K_s} + \frac{\phi}{K_f} \right) \frac{dp}{dt} + \rho_f (\alpha - \phi) \nabla \cdot \mathbf{v} - \mathbf{v} \nabla(\phi\rho_f)。 \quad (4)$$

SEFIM 仅在求解孔压时需要对流体解方程组, 因此相比 FICM 计算量小; 此外, SEFIM 相比 FECM 而言, 流体求解可用时步长更大。

### 3 不同耦合框架对比研究

本研究针对上述 3 类流固耦合解法, 通过线弹性一维固结试验验证不同算法的求解精度、单核计算效率、并行计算性能, 分析不同算法的优缺点。

#### 3.1 求解精度

针对上述 3 种流固耦合求解算法, 本研究首先通过太沙基一维固结问题求解, 验证各算法求解结果的有效性。模型土柱高 20 m, 图 5 给出了研究采用的一维模型概况。

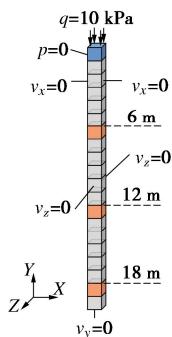


图 5 一维固结模型

Fig. 5 Model for one-dimensional consolidation

土体采用线弹性本构模型, 排水条件为单面排水。土体相关参数详见表 1。

表 1 一维固结试验参数

Table 1 Parameters of one-dimensional consolidation test

参数	弹性模量/ MPa	泊松比	饱和密度/ $(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	孔隙比	渗透系数/ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
取值	30	0.3	2600	0.3	$2 \times 10^{-4}$

图 6 给出了 FICM、FECM 和 SEFIM 仿真计算的不同位置超静孔压时程曲线及理论解。不同流固耦合框架下, 仿真结果都较好地吻合太沙基一维固结理论解, 证明上述流固耦合解法应用于土体多孔介质是有效且合理的。

为了定量对比不同耦合解法的仿真误差及收敛情况, 研究定义了仿真求解的超静孔压相对误差:

$$\varepsilon = \frac{p_{\text{simulated}} - p_{\text{analytical}}}{p_0} \times 100\% \quad (5)$$

式中:  $p_{\text{simulated}}$  为仿真得到的超静孔压;  $p_{\text{analytical}}$  为超静孔压的解析解;  $p_0$  为初始的超静孔压。

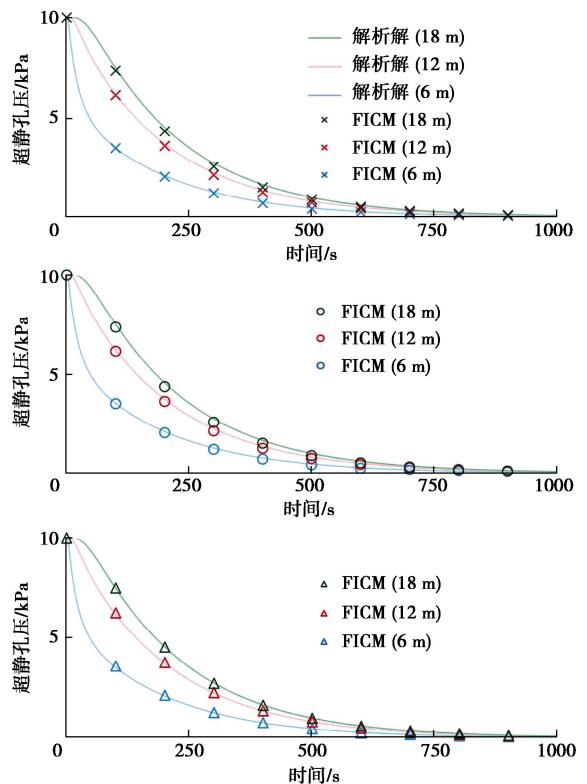
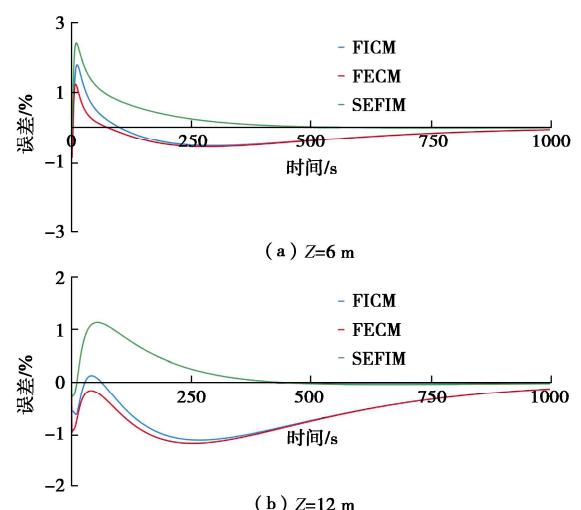


图 6 不同求解器的超静孔压时程

Fig. 6 Excess pore water pressure time history of different solvers

图 7 给出了不同求解器在不同位置的相对误差时程曲线。以 6 m 处的单元为例, FICM、FECM 和 SEFIM 过程中的最大相对误差分别为 1.80%, 1.23%, 2.42%, 1000 s 时的相对误差分别为 -0.06%, -0.06%, -0.01%。不同求解方法在不同位置的相对误差都处于收敛趋势, 不同解法误差差异相对较小, 证明 3 种方法均能以较高精度求解岩土工程流固耦合问题。



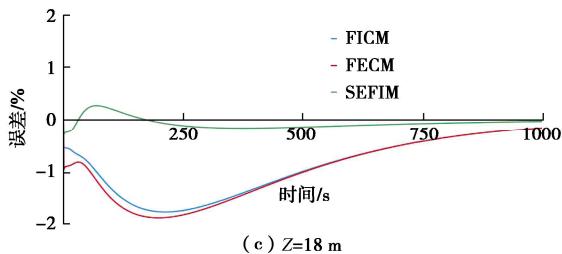


图 7 不同求解器的相对误差时程  
Fig. 7 Relative error time history of different solvers

### 3.2 仿真稳定性

除了准确性外, 仿真计算的稳定性也是衡量相关算法适用性的重要维度。在稳定性方面, 由于 FICM 理论上属于无条件稳定方法, 因此本研究主要对比 FECM 和 SEFEM 两种流固耦合方法在不同条件下的最大稳定时步长。

本研究拟参照 Li 等<sup>[25]</sup>给出的 u-p 形式最大稳定时步长解析解从单元尺寸(六面体单元)、固体模量、渗透系数等方面进行探究。稳定性对比研究采用简单的一维固结试验, 分别从上述维度出发, 对两种方法对比分析。一维固结试验的标准算例参数取值详见表 2。

表 2 标准算例的参数取值

Table 2 Parameters of one dimensional consolidation test example

参数	单元尺寸/m <sup>3</sup>	固体弹性模量/MPa	混合物密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	孔隙比	泊松比	渗透系数/(m·s <sup>-1</sup> )
取值	1×1×1	25	1600	0.3	0.3	2.5×10 <sup>-4</sup>

#### (1) 单元尺寸

在固体有限元计算中, 显式解法的最大稳定时步长与单元尺寸  $L$  成正比; 与之类似, 流体有限体积法计算中, 显式解法的最大稳定时步长也与单元尺寸成正比<sup>[25]</sup>。因此, 对于 FECM 和 SEFEM 两类求解器, 其最大稳定时步长理论上也与单元尺寸成正比。

通过调整单元尺寸进行一系列数值试验(如图 8), 可以看到不同求解的最大稳定时步长与单元尺寸成正比, 即  $\Delta t \propto L$ 。

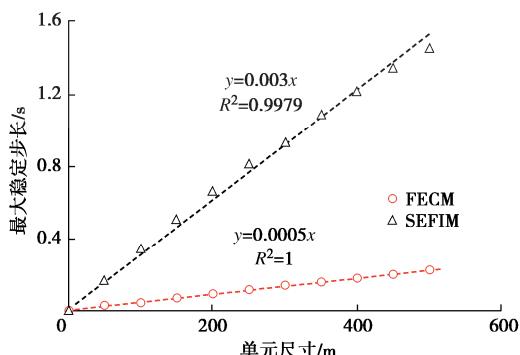


图 8 不同求解器的最大稳定时步长-单元尺寸

Fig. 8 Maximum stable time step and element size of different solvers

#### (2) 固体模量

研究讨论的岩土工程流固耦合仿真中, 孔隙中流体只考虑饱和水(即单相饱和流体), 其体积模量为  $K_{\text{水}} = 2.20 \times 10^6 \text{ kPa}$ 。对于纯固体的显式动力学求解, 其最大稳定时步长与  $\sqrt{K}$  成反比, 类似的结论在一些情况的流固耦合求解也存在<sup>[25]</sup>。研究通过改变固体体积模量, 得到不同求解器的最大稳定时步长(见图 9), 可以分析得到以下结论。

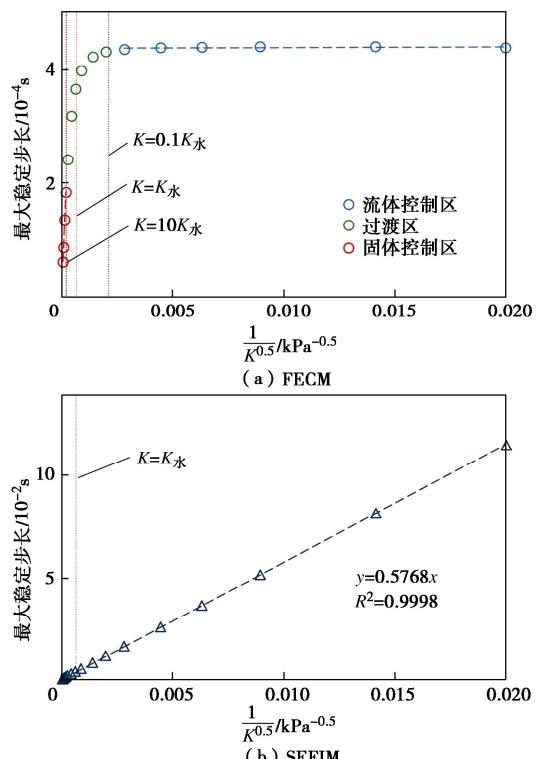


图 9 不同求解器的最大稳定时步长-体积模量

Fig. 9 Maximum stable time step and volume modulus of different solvers

对于 FECM 求解器, 在固体体积模量较小时 ( $K < 0.1K_{\text{水}}$ ), 最大稳定时步长受控于流体, 即保持为常数; 在固体体积模量较大时 ( $K > 10K_{\text{水}}$ ), 最大稳定时步长则受控于固体, 此时  $\Delta t \propto 1/\sqrt{K}$ ; 当固体体积模量与水的体积模量接近时 ( $0.1K_{\text{水}} \leq K \leq 10K_{\text{水}}$ ), 最大稳定时步长同时受固体和流体控制。

对于 SEFEM 求解器, 由于流体求解采用隐式解法, 因此在稳定性上基本只受到固体体积模量的影响, 即  $\Delta t \propto 1/\sqrt{K}$ 。

#### (3) 渗透系数

研究选取了岩土工程常见的渗透系数范围( $10^{-7} \sim 0.1 \text{ cm/s}$ )进行分析, 结果如图 10。按照有限体积法显式求解的稳定性分析, 其最大稳定时步长随着渗透系数的增大而减小<sup>[25]</sup>。FECM 的最大稳定时步长主要受控于流体, 因此整体的最大稳定时步长会随着渗透

系数的增大而减小。而 SEFIM 则呈现出相反的规律, 因为流体部分采用隐式求解是无条件稳定的。但是在本文所关注范围内, 渗透系数影响较为有限。因此, 可以认为在不同渗透系数下本文各求解器算法效率的测试结果是一致的。

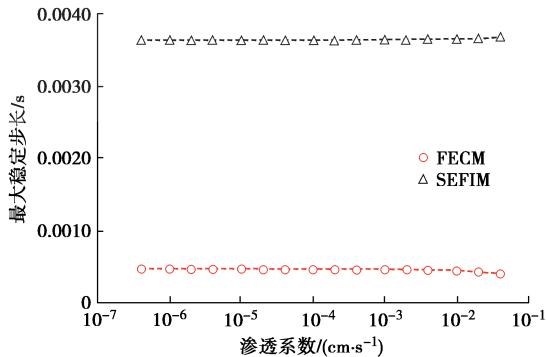


图 10 不同求解器的最大稳定时步长-渗透系数

Fig. 10 Maximum stable time step and permeability of different solvers

### 3.2 单核计算效率

研究以岩土工程常涉及的静力固结问题和动力流固耦合问题为例(图 11), 对于一个小规模计算模型分别探究不同算法的单核稳定性与计算耗时。模型长 20 m、宽 20 m、高 40 m, 单元尺寸为 2 m×2 m×2 m, 单元数为 2000。两种方案的土性参数取值与 3.1 的一维固结问题一致, 详见表 1。

静力固结方案中, 模型的底面和四周限制法向位移, 顶面施加面力  $q$ , 顶部单面排水; 动力流固耦合方案中, 模型的底面和  $X$  方向两面限制法向位移, 底面和  $Y$  方向两面施加  $Y$  方向的速度边界(速度时程详见图 11(b)), 顶部单面排水。

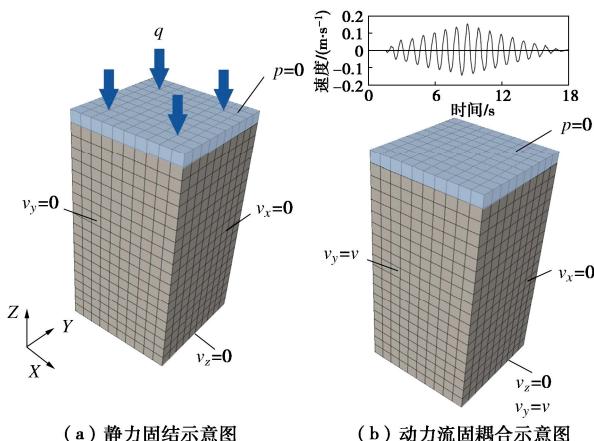


图 11 典型流固耦合静动力仿真模型示意图

Fig. 11 Schematic diagram of typical solid-fluid coupled simulation models

在上述计算方案中, FECM 和 SEFIM 的最大稳定时步长分别为  $1.13 \times 10^{-3}$ ,  $1.02 \times 10^{-2}$  s; FICM 的计算

时步长则主要考虑静力固结与动力流固耦合的结果分辨率需求, 分别取 1.0,  $1.0 \times 10^{-2}$  s。此处所有仿真计算均在单核中进行, 未采用并行加速, 主要探究在小规模算例下不同算法的计算性能。不同计算方案下不同流固耦合算法的计算时步长及耗时详见表 3。

表 3 不同方案的计算时步长与耗时

Table 3 Time step and time consuming of different schemes

计算方案耦合算法	计算时步长/s	计算步数	计算耗时/min
静力固结	FICM	1.0	$1.00 \times 10^3$
	FECM	$1.13 \times 10^{-3}$ ( $\Delta t_{\max}$ )	$8.85 \times 10^5$
动力流固 耦合	SEFIM	$1.02 \times 10^{-2}$ ( $\Delta t_{\max}$ )	$9.80 \times 10^3$
	FICM	$1.00 \times 10^{-2}$	$1.80 \times 10^3$
	FECM	$1.13 \times 10^{-3}$ ( $\Delta t_{\max}$ )	$1.59 \times 10^4$
	SEFIM	$1.00 \times 10^{-2}$	$1.80 \times 10^3$

对于静力固结问题, 从各算法的计算耗时分析, FICM 略优于另外两种方法。这主要得益于 FICM 的计算稳定性, 能够以较大的计算时步长使用较少的计算步数, 从而降低总计算量。

对于动力流固耦合问题, 由于岩土工程中的动荷载频率范围可在 0.1 Hz 到 100 Hz 以上<sup>[26]</sup>, 意味着计算时步长往往必须小于等于  $1.0 \times 10^{-2}$  s 才能在充分捕捉荷载随时间的变化。本研究中 FICM 和 SEFIM 采用  $1.0 \times 10^{-2}$  s 计算步长, FECM 采用最大稳定时步长  $1.13 \times 10^{-3}$  s, 此时, FECM 和 SEFIM 表现出更优异的性能, 计算耗时显著低于 FICM。

### 3.3 并行计算性能

流固耦合解法在高性能框架下的并行求解性能, 是本研究关注的重点。在并行系统计算性能评价中, 常用到的指标包括可拓展性和加速比<sup>[27]</sup>。

可拓展性指标定义为

$$\Psi(p') = \frac{T_1}{T_{p'}} \quad . \quad (6)$$

式中:  $T_1$  为使用 1 个处理器求解规模为  $N$  的所需时间,  $T_{p'}$  为使用  $p'$  个处理器求解规模为  $p'N$  的所需时间。可拓展性体现了随着计算核数增加, 求解问题规模增加的能力, 其数值越接近 1 表明可拓展性越强。

加速比的定义为

$$S(p) = \frac{T_1}{T_p} \quad . \quad (7)$$

式中:  $T_1$  表示使用 1 个处理器求解规模为  $N$  的所需时间,  $T_p$  表示使用  $p$  个处理器求解规模为  $N$  的所需时间。加速比体现了对于求解同样规模的问题, 计算核数的增加对于问题求解的加速。对于无需通讯的理想情况, 加速比为一线性函数  $p$ 。

由于数值仿真中不同计算域需要通讯，为了更好地分析并行性能，需要对模型并行划分后的 owned/ghost 元素进行分析。研究定义 ghost 单元占比为所有计算域的 ghost 单元数占全部单元数的百分比。以图 12 的理想网格为例，可以将计算域分为角、边、面、内部等类别，不同类别的计算域 ghost 单元占比有明显差异。

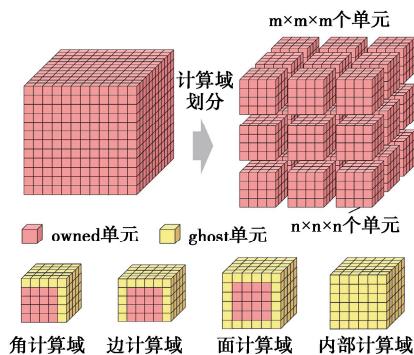


图 12 ghost 单元占比分析示意图

Fig. 12 Schematic diagram of ghost element proportion  
ghost 单元占比可以表示为

$$P(m,n) = 1 - \sum_{i \in \{\text{角, 边, 面, 内部}\}} \frac{n^3 m^3}{M_i N_i} \quad (8)$$

进一步分析可得，当  $m$  趋于无穷时的极限 ghost 单元占比就是内部计算域的 ghost 单元占比，即

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P(m,n) = 1 - \left( \frac{n}{n+2} \right)^3 \quad (9)$$

对于使用  $p$  个处理器求解规模为  $pN$  的问题，研究认为

$$m = \sqrt[3]{p} \quad , \quad (10)$$

$$n = \sqrt[3]{N} \quad . \quad (11)$$

针对前文涉及的不同流固耦合算法，本节进行可扩展性和加速比对比研究，分析不同算法的并行可拓展性能。此处算例采用不同规模的三维单向固结模型（图 11（a）），土体基本参数取值与前述一维固体问题一致（表 4），单元尺寸、计算时步长、计算步数详见表 1。

表 4 并行性能研究中不同算法的计算时步长

Table 4 Time step of different algorithms in parallel performance research

耦合算法	单元尺寸/m <sup>3</sup>	计算时步长/s	计算步数
FICM	1×1×1	1.0	1.0×10 <sup>2</sup>
FECM	1×1×1	1.0×10 <sup>-4</sup>	1.0×10 <sup>6</sup>
SEFIM	1×1×1	1.0×10 <sup>-3</sup>	1.0×10 <sup>5</sup>

在此基础上，研究针对并行性能较优的耦合算法，进一步分析其在不同有效单核负载（指每个核计算的 owned 单元数量）下的可扩展性以及不同总负载

下的加速比。

上述研究在国家超级计算济南中心进行，其中计算结点配置为 Intel Xeon Gold 6258R Processor@ 2.7 GHz×56；192 GB RAM。

### (1) 不同流固耦合框架的并行性能

#### a) 可拓展性

在可扩展性研究中，此处采用的有效单核负载为 10000 单元/核，即核数为  $p$  的求解规模为  $10000p$  个单元，换算为自由度是  $44374p$ 。

从绝对耗时分析（图 13（a）），当并行核数少于 200 时，FICM 计算 100 s 固结过程的耗时最短；并行核数超过 200 时，SEFIM 计算耗时最短。对比耗时随核数增长的曲线可以发现，在 1000 核内，FECM 和 SEFIM 均处于较为平缓的增长，但在核数大于 600 时 SEFIM 耗时曲线斜率明显高于 FECM；FICM 则在核数超过 800 时，耗时显著增加，说明此时全隐式受到方程组规模限制较为明显。

从可拓展性指标分析（图 13（b）），相同核数下，FECM 的可扩展性最佳、SEFIM 次之、FICM 最差。核数为 100 时，FICM 的并行性能已出现明显下降；核数达到 1000 时，计算自由度超四千万，三者可拓展性分别为 59.7%，32.2%，0.5%，FECM 的拓展效率相对稳定，SEFIM 拓展效率随计算规模增加有所降低。

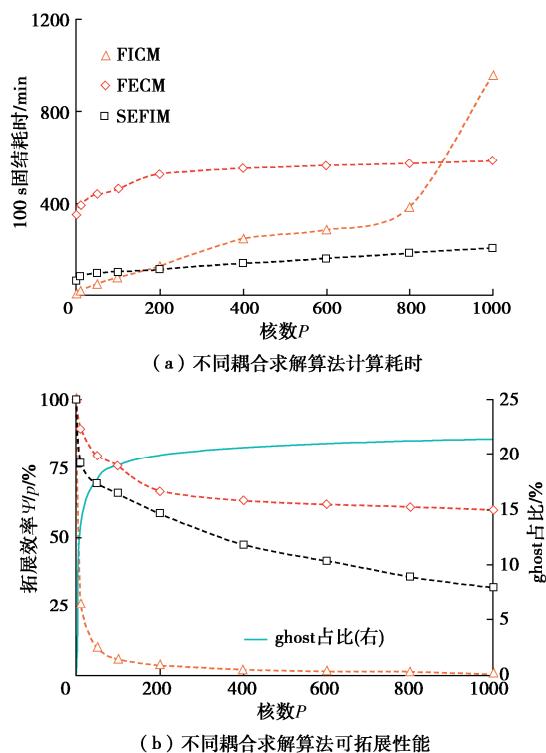


图 13 不同流固耦合方法的可扩展性（有效平均负载：44374 DOFs/核）

Fig. 13 Scalability curve of different solid-fluid methods (effective average load: 44374 DOFs/core)

造成不同解法可拓展性差异的原因在于不同解法可有效并行求解的比例不同, FECM 不涉及方程组求解, 绝大部分求解步骤都可以并行处理; SEFIM 固体部分并行效率高, 流体部分需进行方程组求解, 对整体的并行效果有一定影响; FICM 求解流固耦合方程组, 难以有效并行求解, 因此对于较大规模问题求解可扩展性最差。

此外, 不同算法的可拓展性指标均与 ghost 占比呈现比较显著的反相关关系, 说明在考虑并行加速时应该对 ghost 占比情况加以考虑。

### b) 加速比

在加速比研究中, 采用的总负载是 10000000 单元 (自由度数为 40119684), 计算时步长仍与①中一致。由于计算模型数据量庞大, FICM 只使用少数计算核会出现内存不足问题, 因此这里均从 50 核开始。求解 100 s 固结过程的 50 核耗时分别为 6068 min (FICM)、7625 min (FECM)、2322 min (SEFIM), 相关数据整理见图 14。

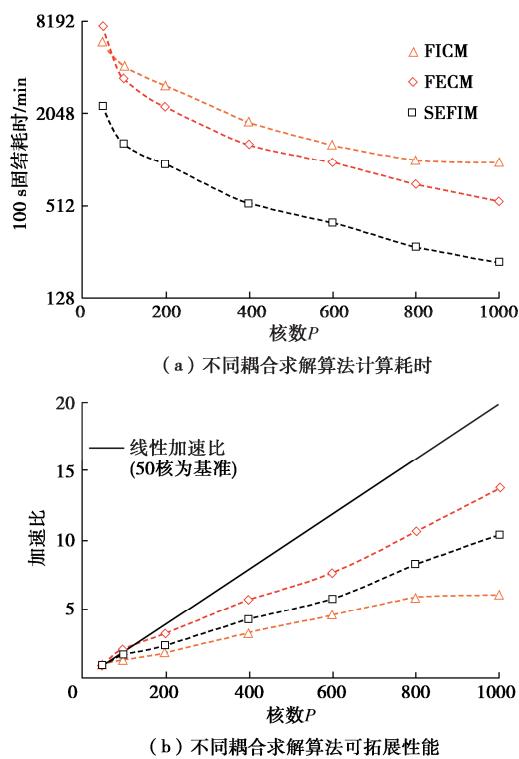


图 14 不同流固耦合方法的加速比 (总负载: 40119684 DOF)

Fig. 14 Speedup of different solid-fluid methods (total load: 40119684 DOFs)

从绝对耗时分析(图 14(a)), 并行核数为 50 时, SEFIM 耗时最少, FICM 耗时少于 FECM; 并行核数达到 100 时, SEFIM 耗时仍然最少, 但 FECM 耗时已开始少于 FICM; 并行核数达到 1000 时, 以 SEFIM 耗时最少, FECM 次之。从以 50 核为基准的加速比分

析(图 14(b)), 整体加速比最高的是 FECM, 其次是 SEFIM, FICM 并行性能最差。对于 FECM 和 SEFIM, 加速比曲线整体斜率较为稳定, 说明这两种算法在不同核数下的并行性能较为稳定, FECM 更优; 对于 FICM, 加速比曲线在核数达到 800 后出现明显变缓, 表明该算法在并行核数超过 800 时几乎无法进一步加速(这与图 13(a)是一致的)。

综上, FECM 的并行可拓展性表现最优, SEFIM 的绝对耗时和并行可拓展性上均有较好表现, 而 FICM 在求解小规模问题时具有明显的效率优势, 但是并行可拓展性差。

需要进一步指出的是, SEFIM 中流体方程的隐式求解需要固体的体积模量(式(4))。对于以上算例中弹性材料, 固体体积模量可以直接获得, 因稳定时步长相比 FECM 更大使得绝对计算时间较短。然而, 对于复杂弹塑性本构模型, 每一个计算步的固体体积模量往往需要较为复杂的运算才能得到, 需要额外耗时, 绝对计算时间优势可能会被压缩。因此本文重点针对 FECM 开展进一步研究。

### (2) FECM 的并行性能

基于上述分析, 进一步针对 FECM 进行可拓展性和加速比研究, 分析不同情景下的并行性能。研究算例均采用表 1 参数, 计算时步长均为  $1.0 \times 10^{-4}$  s, 统计求解相同固结过程的耗时。

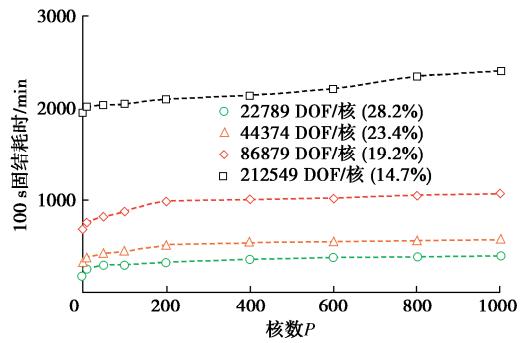
#### a) 可拓展性

对于可拓展性, 采用不同的有效单核负载进行对比研究, 对应的极限通讯占比也有所不同。可拓展性指标整理如图 15。

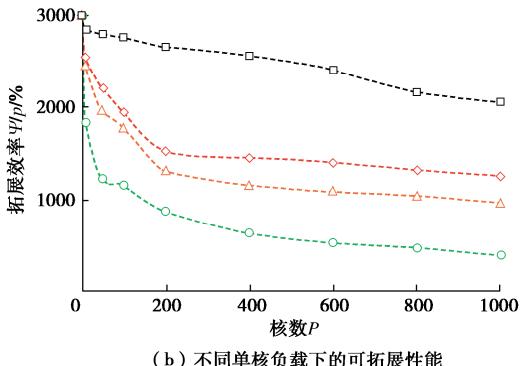
从绝对耗时分析(图 15(a)), FECM 在不同单核负载下的耗时随核数的增加较为平缓, 证明 FECM 在不同单核负载下都具有较高的并行性能。单核负载为 22789 DOF/核, 1000 核耗时是单核耗时的 2.1 倍; 单核负载增加到 212,549 DOF/核, 1000 核耗时仅是单核耗时的 1.2 倍, 并行性能优于前者。

进一步分析可拓展性指标可以发现(图 15(b)), 相同核数下, 有效单核负载越大, 可拓展性指标越大。影响 FECM 可拓展性的一个重要因素是通讯占比, 通常通讯占比越大, 可拓展性表现越差。上述有效单核荷载对应的极限通讯占比分别为 28.2%, 23.4%, 19.2%, 14.7%。可以分析得到, 有效单核负载越大, 其他情况一致的情况下通讯占比更小, 因此可拓展性性能更佳。应当指出, 随着单核负载的增加, 虽然可拓展性得到了提升, 单核绝对计算耗时也会相应增加, 因此应当综合考虑单核计算用时和总计算核数。对于 212549 自由度每核的情况, 采用 1000 核计算时总自由度超过 2 亿自由度, 证明所发展方法能够应用于上

亿自由度流固耦合计算。



(a) 不同单核负载下的计算耗时



(b) 不同单核负载下的可拓展性能

图 15 不同有效单核负载下的可拓展性 (FECM)

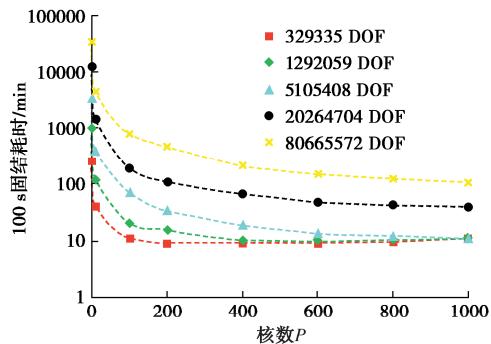
Fig. 15 Scalability curve of different effective average loads (FECM)

### b) 加速比

对于加速比, 本文则采用不同的总负载进行对比研究, 分析其并行加速效果, 加速比整理如图 16。

从绝对耗时分析 (图 16 (a)), 不同总负载达到最短耗时所需的核数并不相同。自由度数为 329335 的模型在 200 核的耗时为 9 min, 进一步增加核数已不能再缩短耗时; 自由度数为 1292059 的模型则在 400 核达到最短耗时 10 min。这主要是因为对于这两个规模较小的模型, 进一步增加计算核数虽然能降低单核计算耗时, 但是通讯占比的增加会使得总计算耗时增加。其他 3 个规模更大的模型在 1000 核内均未达到最短耗时, 始终处于并行加速阶段, 1000 核的耗时分别为 11, 40, 107 min。

从加速比分析 (图 16 (b)), 与绝对耗时相对应的, 较小规模的两个算例加速比均处于较低水平, 在到达最优核数后加速比有所下降; 其他 3 个模型整体加速比表现差异不大, 在核数处于 600 以下时, 加速比随核数增加的增长比较明显, 并行性能整体较好; 当核数大于 600 时, 加速比随核数增加的增长开始下降, FECM 的并行效率有所下降。自由度从约 500 万增长到接近一亿, FECM 的加速比基本保持不变, 说明该耦合算法的并行效率很高, 可以应对超大规模的岩土工程流固耦合仿真问题。



(a) 不同总负载下的计算耗时

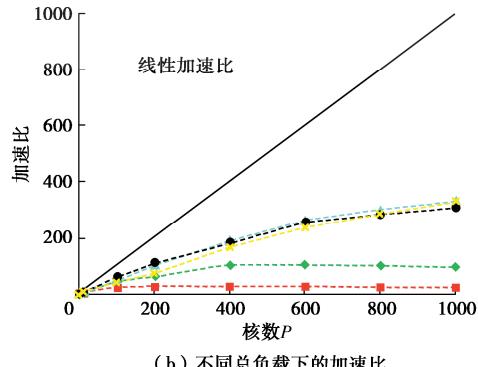


图 16 不同总负载下的加速比 (FECM)

Fig. 16 Speedup of different total loads (FECM)

## 4 结 论

本研究提出了一种适用于岩土工程大规模流固耦合分析的 FEM-FVM 框架, 开发了 FICM、FEFCM、SEFIM 等不同流固耦合求解算法, 通过简单算例验证了不同方法的求解准确性与稳定性, 讨论了不同方法的单核计算效率, 通过可拓展指标和加速比分析了不同算法的并行计算性能。主要得到了以下 4 点结论。

(1) 针对复杂岩土工程动力流固耦合仿真, 提出了一种 FEM-FVM 框架。在该框架上, 设计并开发了全隐式耦合算法、全显式耦合算法、固显流隐耦合算法等算法, 并通过太沙基一维固结问题验证了 3 种算法的准确性, 并从单元尺寸、固体模量、渗透系数等方面探究了 FEFCM 与 SEFIM 的稳定性与适用性, 计算显示所提出方法能够实现上亿自由度动力流固耦合计算。

(2) 在单核计算效率方面, 针对常见的岩土流固耦合问题进行了分析。结果显示, 对于小规模模型, 静力固结问题求解以 FICM 综合性能最佳, 动力流固耦合问题求解则 FEFCM 与 SEFIM 更优。

(3) 在并行计算性能方面, 针对不同流固耦合算法分别进行了固定单核负载的可拓展指标研究和固定总负载的加速比研究。在绝对耗时方面, 小规模算例以 FICM 占优, 大规模算例以 SEFIM 占优、FEFCM

次之; 在并行可拓展性和加速比方面, FECM 最优、SEFIM 次之, FICM 因涉及大规模线性方程组求解而并行性能最差。

(4) 研究为岩土工程流固耦合求解算法选用提供了依据。对于小规模静力问题的求解, 隐式的 FICM 流固耦合方法较为适用。对于千万自由度量级以上大规模岩土工程流固耦合仿真问题, FECM 和 SEFIM 均具有较大的优势。

该仿真框架目前已经针对地下结构抗震问题开展了应用尝试<sup>[28]</sup>, 进一步研究还需进一步考虑流体和固体各类边界条件、材料本构模型、接触面的并行化等问题。

**利益冲突声明/Conflict of Interests:** 所有作者声明不存在利益冲突。All authors disclose no relevant conflict of interest.

**作者贡献/Authors' Contributions:** 王睿、王荣鑫建立仿真框架, 王睿、王荣鑫、普建明参与数值方法分析, 王睿和张建民提供研究指导, 王睿、王荣鑫、普建明、张建民参与论文的写作和修改。所有作者均阅读并同意最终稿件的提交。This simulation framework was designed by WANG Rui and WANG Rongxin. The numerical analyses were conducted by WANG Rui, WANG Rongxin, and PU Jianming. This study was supervised by WANG Rui and ZHANG Jianmin. The manuscript was drafted and revised by WANG Rui, WANG Rongxin, PU Jianming, and ZHANG Jianmin. All the authors have read the last version of manuscript and consented for submission.

## 参考文献:

- [1] TERZAGHI K T. Theoretical Soil Mechanics[M]. INC, 1943.
- [2] BIOT M A. General theory of three-dimensional consolidation[J]. Journal of Applied Physics, 1941, **12**(2): 155-164.
- [3] ZIENKIEWICZ O C, SHIOMI T. Dynamic behaviour of saturated porous media; The generalized Biot formulation and its numerical solution[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1984, **8**(1): 71-96.
- [4] 李亮, 崔智谋, 康翠兰, 等. 流固耦合饱和两相介质动力模型在ABAQUS中的实现[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(增刊2): 281-285. (LI Liang, CUI Zhimou, KANG Cuilan, et al. Fluid-solid coupling dynamic model for fluid-saturated porous media in ABAQUS[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(S2): 281-285. (in Chinese))
- [5] 吴永康, 王翔南, 董威信, 等. 考虑流固耦合作用的高土石坝动力分析[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(11): 2007-2013. (WU Yongkang, WANG Xiangnan, DONG Weixin, et al. Dynamic analyses of a high earth-rockfill dam considering effects of solid-fluid coupling[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(11): 2007-2013. (in Chinese))
- [6] ITASCA C G. FLAC-Fast Lagrangian Analysis of Continua[J]. User Manual, Itasca Consulting Group, 2011.
- [7] MAZUMDER S. Comparative assessment of the finite difference, finite element, and finite volume methods for a benchmark one-dimensional steady-state heat conduction problem[J]. Journal of Heat Transfer, 2017, **139**(7): 071301.
- [8] AKAI K, TAMURA T. Study of two-dimensional consolidation accompanied by an elastic plastic constitutive equation[C]//Proceedings of JSCE, 1978, **26**: 98-104.
- [9] OKA F, YASHIMA A, SHIBATA T, et al. FEM-FDM coupled liquefaction analysis of a porous soil using an elasto-plastic model[J]. Applied Scientific Research, 1994, **52**(3): 209-245.
- [10] 邱元, 唐小微. 饱和多孔介质大变形分析的一种有限元-有限体积混合方法[J]. 计算力学学报, 2008, **25**(4): 483-487, 493. (QIU Yuan, TANG Xiaowei. An finite element-finite volume hybrid method for large deformation analysis of porous media[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2008, **25**(4): 483-487, 493. (in Chinese))
- [11] SETTGAST R R, FU P C, WALSH S D C, et al. A fully coupled method for massively parallel simulation of hydraulically driven fractures in 3-dimensions[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2017, **41**(5): 627-653.
- [12] 张林波, 迟学斌, 莫则尧, 等. 并行计算导论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006. (ZHANG Linbo, CHI Xuebin, MO Zeyao, et al. Introduction to Parallel Computing[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. (in Chinese))
- [13] FU P C, JOHNSON S M, CARRIGAN C R. An explicitly coupled hydro-geomechanical model for simulating hydraulic fracturing in arbitrary discrete fracture networks[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2013, **37**(14): 2278-2300.
- [14] PACHECO P S. An Introduction to Parallel Programming[M]. Amsterdam: Elsevier, 2011
- [15] SAAD Y, SCHULTZ M H. GMRES: a generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear

- systems[J]. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 1986, 7(3): 856-869.
- [16] van der Vorst H A. Bi-CGSTAB: a fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems[J]. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 1992, 13(2): 631-644.
- [17] CHEN J Y, KINCAID D R, YOUNG D M. Generalizations and modifications of the GMRES iterative method[J]. Numerical Algorithms, 1999, 21(1): 119-146.
- [18] SAAD Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems[M]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2003.
- [19] DA CUNHA R D, HOPKINS T. A parallel implementation of the restarted GMRES iterative algorithm for nonsymmetric systems of linear equations[J]. Advances in Computational Mathematics, 1994, 2(3): 261-277.
- [20] LI X, DEMMEL J. SuperLU\_DIST: a scalable distributed-memory sparse direct solver for unsymmetric linear systems[J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 2003, 29(2): 110-140.
- [21] HEROUX M, BARTLETT R, HOEKSTRA V H R, et al. An overview of Trilinos[R/OL]. <https://trilinos.github.io/pdfs/TrilinosOverview.pdf>. 2003.
- [22] FALGOUT R D, JONES J E, YANG U M. The design and implementation of hypre, a library of parallel high performance preconditioners[M]// Numerical Solution of Partial Differential Equations on Parallel Computers. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 2006: 267-294.
- [23] BALAY S, ABHYANKAR S, ADAMS M F, et al. PETSc web page[DB/OL]. 2001[2024-01-10]. <https://petsc.org>. 2001.
- [24] KIM J. Sequential methods for coupled geomechanics and multiphase flow[D]. Stanford: Stanford University, 2010.
- [25] LI Y Y, ZHANG J M, WANG R. An explicit material point and finite volume sequentially coupled method for simulating large deformation problems in saturated soil[J]. Computers and Geotechnics, 2024, 170: 106270.
- [26] 谢定义. 土动力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1988. (XIE Dingyi. Soil Dynamics[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1988. (in Chinese))
- [27] 陈国良. 并行计算: 结构·算法·编程[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2011. (CHEN Guoliang. Parallel Computing: Structure, Algorithm and Programming[M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2011. (in Chinese))
- [28] 余嘉轲, 王荣鑫, 王睿, 等. 超大型地下结构系统地震响应高性能弹塑性流固耦合分析[J]. 土木工程学报, 2024, 57(6): 190-199. (YU Jiake, WANG Rongxin, WANG Rui, et al. High-performance dynamic elastoplastic solid-fluid coupled analysis of very large underground structural system in liquefiable site[J]. China Civil Engineering Journal, 2024, 57(6): 190-199. (in Chinese))