

DOI: 10.11779/CJGE20240339

考虑土的粒径级配及变形的土-水特征曲线模型

唐晓林^{1,2,3}, 童立红^{*1,2}, 徐长节^{1,2}, 丁 智^{3,4}, 丁海滨^{1,2}, 柳 伟^{1,2}

(1. 华东交通大学轨道交通基础设施性能监测与保障国家重点实验室, 江西 南昌 330013; 2. 江西省地下空间技术开发工程研究中心, 江西 南昌 330013; 3. 浙大城市学院土木工程系, 浙江 杭州 310015; 4. 浙江省城市盾构隧道安全建造与智能养护重点实验室, 浙江 杭州 310015)

摘 要: 土的粒径分布 (particle size distribution, 简记为 PSD) 已被广泛应用于估算土-水特征曲线 (SWCC), 且土的孔隙分布 (pore size distribution, 简记为 POSD) 对 SWCC 具有重要影响, 建立 PSD 与 POSD 之间的关系对于研究 SWCC 具有重要意义。通过对大量试验数据分析表明: 粒径与孔径之间在双对数坐标下存在线性“阶梯”状的分布规律, 粒径越大, 线性“阶梯”越明显; 粒径越小, “阶梯”逐渐消失并趋向于线性分布。基于这一结论, 首先, 根据线性“阶梯”状的分布规律构建粒径与孔径之间的关系; 其次, 根据 Young-Laplace 方程, 引入粒径分布函数和孔隙比, 建立考虑土的粒径级配考虑及变形的 SWCC 模型。最后, 通过多组试验数据进行验证, 结果表明本文所提出的模型均能较好地符合试验观测, 验证了模型的可靠性。

关键词: 土-水特征曲线; 粒径级配; Young-Laplace 方程; 土体变形

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2025)08-1629-12

作者简介: 唐晓林(1997—), 男, 博士研究生, 主要从事非饱和土力学方面的等研究工作。E-mail: 479876686@qq.com。

Model for soil-water characteristic curve considering grain-size distribution and deformation of soils

TANG Xiaolin^{1,2,3}, TONG Lihong^{1,2}, XU Changjie^{1,2}, DING Zhi^{3,4}, DING Haibin^{1,2}, LIU Wei^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Performance Monitoring Protecting of Rail Transit Infrastructure, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. Engineering Research & Development Centre for Underground Technology of Jiangxi Province, Nanchang 330013, China; 3. Department of Civil Engineering, Hangzhou City University, Hangzhou 310015, China; 4. Key Laboratory of Safe Construction and Intelligent Maintenance for Urban Shield Tunnels of Zhejiang Province, Hangzhou 310015, China)

Abstract: The particle-size distribution (PSD) of soils has been widely used in the estimation of soil-water characteristic curve (SWCC), and the pore-size distribution (POSD) of soils has an important effect on the SWCC, and the relationship between PSD and POSD is of great significance for the study of SWCC. Through the analysis of a large amount of experimental data, it is shown that there is a linear “ladder” distribution law between particle size and pore size in the double logarithmic coordinates, and the larger the particle size is, the more obvious the linear “ladder” is; the smaller the particle size is, the “ladder” disappears gradually and tends to linear distribution. The smaller the particle size, the “ladder” gradually disappears and tends to linear distribution. Based on this, firstly, the relationship between particle size and pore size is established according to the linear “step” distribution law; secondly, according to the Young-Laplace equation, the particle-size distribution function and pore ratio are introduced to establish a SWCC model considering the particle-size distribution and deformation of soils. Finally, the model is verified through several sets of experimental data, and the results show that all the proposed models in this study can conform to the experimental observations better, which verifies the reliability of the model.

Key words: soil-water characteristic curve; grain-size distribution; Young-Laplace equation; soil deformation

0 引 言

土是天然碎散的颗粒集合体, 其力学行为具有复

杂性^[1], 因此工程实践中的经验积累仍然非常重要, 但是较为精确的力学模型, 例如土-水特征曲线^[2], 对

基金项目: 国家自然科学基金项目 (52168049, 52278350, 52178400); 国家重点研发计划项目 (2023YFC3009400); 赣鄱俊才支持计划项目 (2024QT04)
This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 52168049, 52278350, 52178400), the National Key R&D Program of China (Grant No.2023YFC3009400), and the Natural Science Foundation of Jiangxi Province (Grant No.2024QT04).

收稿日期(Received): 2024-04-10 修回日期(Revised): 2024-09-05 接受日期(Accepted): 2024-10-12 网络出版日期(Online): 2024-10-13

*通信作者 (E-mail: lhtong@ecjtu.edu.cn)

于深入认识非饱和土性质具有重要意义。目前获取 SWCC 最可靠、最合理的方法是通过试验进行测定^[3], 然而试验获得的是一系列离散的数据点, 应用范围有限, 需要模型拟合光滑可微的曲线, 常见的模型有 Van Genuchten 模型 (VG 模型)^[4]和 Fredlund&Xing 模型 (FX 模型)^[5]等, 然而现有模型对土水特征行为的描述精度仍待提高。

由于土的粒径分布 (PSD) 曲线和 SWCC 曲线的形状相似, 主要通过 PSD 预测 SWCC。Arya 等^[6]首次提出了将 PSD 转化为 SWCC (AP 模型)。将 PSD 等分为 n 份, 假定每一等份均与自然样品的体积密度和颗粒密度一致, 得出每份孔隙分数等于每份固相分数, 建立饱和度与 PSD 的联系。Haverkamp 等^[7]假设等效孔径与粒径呈线性关系 (HP 模型), 但该假设下只能有效表征砂土的 SWCC, 而对其他土体的预测效果较差。Mohammadi 等^[8]提出孔隙尺寸可由颗粒堆积状态确定 (MV 模型), 其优点是没有经验参数, 适用于各种类型的土, 但预测数据为不连续的数据点, 需要经验函数拟合光滑曲线。上述模型主要是对 AP 模型中基质吸力的计算方法进行改进, 因此将这些模型统称为传统模型。

传统模型以粒径分布预测 SWCC 往往低估了高基质吸力段的含水率, 部分学者^[9-11]将其归因于忽略了颗粒表面的薄膜水、颗粒之间的透镜水和角隙水。Mohammadi 等^[9]基于 PSD 考虑了薄膜水和透镜水, 可以更好地预测土的持水特性, 尤其是在干燥范围内。程东会等^[10]提出了考虑介质表面薄膜水的含水率计算方法, 建立基于 HP 模型和 MV 模型的 SWCC, 但准确计算土的颗粒比表面积非常困难。Assouline 等^[11]提出了描述孔径与粒径之间关系的经验函数, 得到较好的拟合效果。

另外, 天然土易受外部环境的影响, 如突加荷载、应力历史、干湿循环等, 导致其微观孔隙结构的破坏。胡冉等^[12]和张玉伟等^[13]假定孔隙分布函数在收缩和膨胀过程中保持不变, 可以由参考状态下的孔隙分布函数平移、放缩得到, 建立考虑孔隙变化的 SWCC 模型。高游等^[14]研究了不同孔隙比和水力路径对非饱和土水迁移规律的影响, 提出了考虑孔隙比影响的土持水曲线的模拟方法。蔡国庆等^[15]分析了不同 SWCC 模型对不同土的拟合效果, 提出了一种考虑初始干密度影响的 SWCC 预测方法。Gallipoli 等^[16]基于进气值与孔隙比之间存在着幂函数的关系, 提出了相应的 SWCC 模型。周葆春等^[17]和邹维列等^[18]研究了膨胀土体变特征对 SWCC 的影响, 建立了考虑初始孔隙比影响的膨胀土 SWCC 模型。

现有研究表明 POSD 对 SWCC 具有重要影响^[12],

本文为解决上述问题, 首先, 构建了土体颗粒粒径与土体孔隙大小的关系; 其次, 根据 Young-Laplace 方程, 引入粒径分布函数和孔隙比, 提出了从 PSD 中准确估计 SWCC 的物理经验模型; 最后, 通过多组试验数据验证了模型的可靠性。

1 构建孔径与粒径关系

POSD 对 SWCC 具有重要影响^[12], 建立介质排列特征值与孔径和粒径之间的关系:

$$r = \lambda D_s \quad (1)$$

式中: r 为孔隙半径 (μm); D_s 为颗粒直径 (mm); λ 为介质排列特征值, 为描述土颗粒在空间中排列方式的定量指标, 表征土中孔隙的大小和分布与颗粒的大小和分布之间的关系。

将土的孔隙空间简化为柱状毛细管束, 根据 Young-Laplace 方程, 基质吸力 s 与孔隙半径 r 存在如下关系:

$$s = \frac{2T_s \cos \theta}{r} = \frac{C}{r} \quad (2)$$

式中: T_s 为表面张力; θ 为接触角; $C=2T_s \cos \theta$ 。

Rosin-Rammler 粒径分布模型^[19]参数少, 使用简单, 本文采用该模型来表征粒径级配, 其方程为

$$F(D_s) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{D_s}{a} \right)^b \right] \quad (3)$$

式中: $F(D_s)$ 为累计质量分数; a 和 b 为拟合常数。

基于 PSD 曲线和 SWCC 形状相似性^[6-8], 结合式 (1) ~ (3), 建立 SWCC 方程:

$$S_r = 1 - \exp \left[- \left(\frac{C}{\lambda s a} \right)^b \right] \quad (4)$$

式中: S_r 为饱和度。

从非饱和土 UNSODA 数据库中^[20]选取典型样品粉质黏土 2002 号绘制 SWCC 如图 1 所示。从图 1 可以看出, 当 $\lambda=1237$ 时, 模型对 SWCC 的饱和度存在着严重低估, 主要是由于当 λ 为常数时, $C/(\lambda_s)$ 随着基质吸力的增加而快速下降, 即 λ_s 增长过快, 导致相同基质吸力下计算出的饱和度过低。因此, 为了使计算值等于或接近实测值, 介质排列特征值应随基质吸力的增大而减小, 且介质排列特征值的减小幅度必须小于基质吸力的增大幅度, 否则会导致饱和度的异常升高引起模型误差。故孔径与粒径之间的关系须是非线性的, 而非传统模型^[6-10]所假设的线性关系。由式 (3), (4) 可知, 当粒径级配已知时, 即可根据土的持水实测值计算得到介质排列特征值。选择典型样品粉质壤土 2002 号绘制土的介质排列特征值, 如图 2 所示。由图 2 可以发现, 介质排列特征值 λ 与基质吸

力 s 之间在双对数坐标下呈单调线性, 故采用幂函数进行拟合, 拟合参数 δ 和 μ 的最佳拟合值分别为 1227 和 -0.702, R^2 为 0.999, 介质排列特征值 λ 可以表示为

$$\lg \lambda = \lg \delta + \mu \lg s \Leftrightarrow \lambda = \delta s^\mu \quad (5)$$

式中: δ 为排列特征系数; μ 为排列特征指数, 并由上述分析可知 $\delta > 0$, $-1 < \mu < 0$ 。结合式 (1), (2) 和 (5), 可得孔径与粒径的函数关系式:

$$D_s = \frac{r^{\mu+1}}{\delta C^\mu} \quad (6)$$

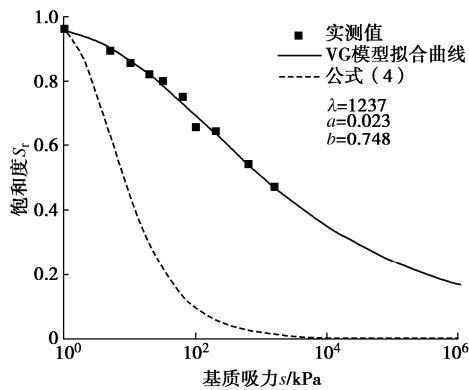


图 1 2002 号土的土-水特征曲线示意图

Fig. 1 Schematic diagram of soil-water characteristic curve of soil No. 2002

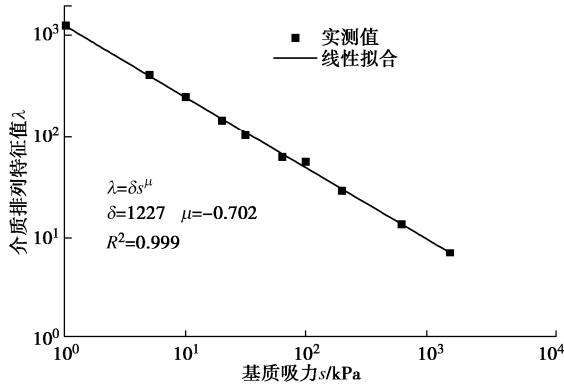


图 2 2002 号土的介质排列特征值

Fig. 2 Medium arrangement characteristic values of soil No. 2002

相较于黏土, 砂土的吸力范围相对较小, 如图 3 所示。由图 3 (a) 可知, 砂土的 SWCC 大致可以分为 3 个变化阶段, 分别为: ①进气值阶段; ②含水率急剧下降阶段; ③残余含水率阶段。根据这一特征, 从非饱和土 UNSODA 数据库中^[20]选取典型样品砂土 4650 号绘制土的介质排列特征值图, 如图 3 (b) 所示。从图 3 (b) 可以看出, 随着基质吸力的增大, 介质排列特征值在某一基质吸力区间存在类似于“阶梯”状变化趋势, 同样可分为 3 个变化阶段: 首先介质排列特征值在双对数坐标下随着基质吸力的增大而线性下降, 然后进入平稳过渡的第二阶段, 最后再次开始急剧线性下降。通过对比图 3 (a), 3 (b) 可以发现, “阶

梯”的吸力范围正好位于 SWCC 含水率急剧下降阶段。

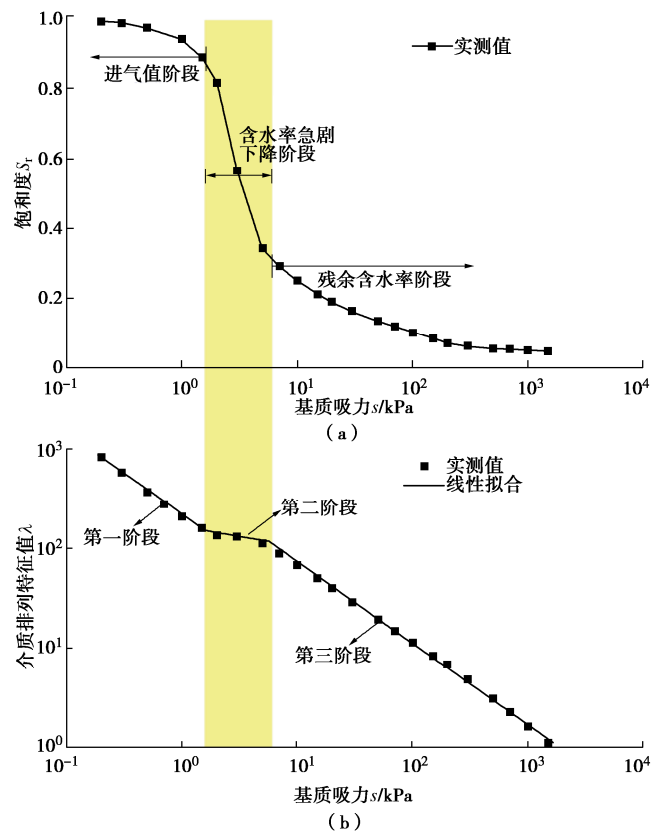


图 3 4650 号土的土-水特征曲线和介质排列特征值示意图

Fig. 3 Schematic diagram of soil-water characteristic curve and medium arrangement characteristic values of soil No. 4650

如果介质排列特征值采用线性关系而忽略其“阶梯”状变化趋势, 势必会影响模型对砂土 SWCC 的预测精度, 因此建立考虑“阶梯”状变化趋势的非线性方程是必要的。如图 3 (b) 所示, 砂土介质排列特征值与基质吸力的关系在双对数坐标下可以用三条直线段进行表示, 可以发现第一阶段和第三阶段的排列特征指数接近。因此, 首先假设第一阶段和第三阶段的排列特征指数是相同的; 其次, 有必要假设第一阶段的排列特征指数是由第三阶段的排列特征指数所决定的。因为, 首先会减少模型的拟合参数; 其次, 当排列特征指数由第一阶段确定时会造成严重的误差; 最后第一阶段的排列特征指数的取值对 SWCC 模型的敏感度不高 (见第 2.4 节)。介质排列特征值的第一阶段和第三阶段可分别表示为

$$\lambda = \delta_1 s^\mu \quad (7)$$

$$\lambda = \delta_3 s^\mu \quad (8)$$

式中: δ_1 和 δ_3 分别为第一、第三阶段排列特征系数。

在全吸力范围内, 介质排列特征值随基质吸力的变化可以表示为: 由第一阶段直线及其延长线向右/向上平移, 或者第三阶段直线及其延长线向左/向下平

移。其特征为：排列特征指数 μ 不变，排列特征系数 δ 变化。对于砂土，在不同基质吸力或饱和度条件下，排列特征系数 δ 并不总是恒定的，而是在第一阶段排列特征系数 δ_1 和第三阶段排列特征系数 δ_3 之间变化，这种变化与干湿循环中接触角的变化规律相似^[21]。

绘制介质排列特征值在 3 个阶段变化示意图，如图 4 所示（图 4 中的土的持水参数与图 3 相同）。当基质吸力小于进气值时（如图 4 点 b ），介质排列特征值在第一阶段始终保持排列特征系数 δ_1 （例如，点 b ，从 s_b 到 s_a^- ，见图 4），当基质吸力达到残余含水量阶段时，类似于上述第一阶段的变化过程，介质排列特征值沿第三阶段始终保持排列特征系数 δ_3 （例如，点 a ，从 s_a 到 s_a^+ ，见图 4）。在第二阶段，如点 d （从 $s^- \leftarrow s$ 或 $s \rightarrow s^+$ ），排列特征系数 δ 始终保持在 δ_1 和 δ_3 之间变化，直至状态点移至第一阶段或第三阶段时排列特征系数 δ 保持不变分别等于 δ_1 或 δ_3 。

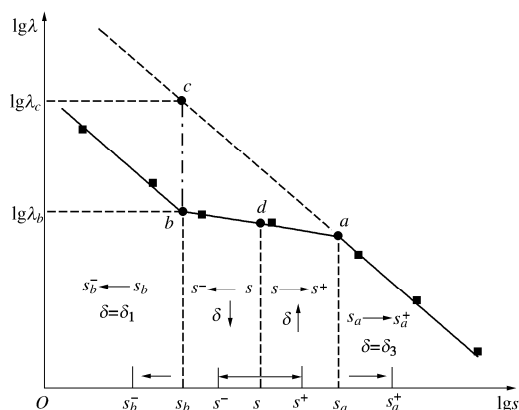


图 4 介质排列特征值在 3 个阶段变化示意图

Fig. 4 Schematic diagram of characteristic values of medium arrangement at three stages

全吸力范围内介质排列特征值可表示为

$$\lg \lambda_c - \lg \lambda_b = \lg \delta_3 - \lg \delta_1 \quad (9)$$

其中， c 点表示全吸力范围内第三阶段直线及其延长线上的点， b 点表示全吸力范围内第一阶段、第二阶段和第三阶段（黑色实线）上的点，且 b 点和 c 点始终保持相同的基质吸力值，其中 $\delta_1 \leq \delta_b \leq \delta_3$ 。综上所述，提出使用连续可微的经验方程来表示全吸力范围内排列特征系数 δ 的变化：

$$\lg \delta = \frac{\lg \delta_3 - \lg \delta_1}{1 + \exp(-\alpha s^n + m)} + \lg \delta_1 \quad (10)$$

式中： α ， n 和 m 为拟合参数，引入的经验方程确保 δ 在 δ_1 和 δ_3 的范围内变化。

结合式 (5)，(10)，可得到考虑到“阶梯”状变化趋势的介质排列特征值方程：

$$\lambda = \delta_1 s^\mu \left(\delta_3 / \delta_1 \right)^{\left[1 + \exp(-\alpha s^n + m) \right]^{-1}} \quad (11)$$

比较式 (5) 和式 (11) 可以发现，当 $\delta_1 = \delta_3$ 时，

式 (11) 退化为式 (5)，表明式 (11) 可以表示黏性土和砂性土的介质排列特征值方程，而式 (5) 更适合表示黏性土类的介质排列特征值方程（见第 2 节）。孔径与粒径之间的关系也可用“阶梯”状幂函数方程表示：

$$D_s = \frac{r^{\mu+1}}{\delta_1 C^\mu} (\delta_3 / \delta_1)^{\left[1 + \exp\left(-\alpha \left(\frac{C}{r}\right)^n + m\right) \right]^{-1}} \quad (12)$$

2 考虑粒径级配的土-水特征曲线模型

2.1 模型建立

将式 (11) 代入式 (4) 中可得到考虑粒径级配的 SWCC 方程表达式：

$$S_r = 1 - \exp \left[- \left(\frac{C}{\zeta \delta_1 a s^{\mu+1}} \right)^b \right] \quad (13)$$

$$\zeta = (\delta_3 / \delta_1)^{\left[1 + \exp(-\alpha s^n + m) \right]^{-1}} \quad (14)$$

当 $\delta_1 = \delta_3$ 时，式 (13) 可进一步退化为

$$S_r = 1 - \exp \left[- \left(\frac{C}{\delta a s^{\mu+1}} \right)^b \right] \quad (15)$$

式 (15) 更适合描述黏性土 SWCC，在本文中，式 (13) 被用来描述砂性土的 SWCC 方程。对于公式 (15)，只需 4 个参数 (a ， b ， δ 和 μ) 即可描述完整的 SWCC。对于公式 (13)，需要确定 8 个参数 (a ， b ， δ_1 ， δ_3 ， μ ， α ， n 和 m) 来描述完整的 SWCC。

式 (13)，(15) 给出了基于粒径级配的 SWCC 模型，但胡冉等^[12]指出 VG 模型无法准确地描述高基质吸力条件下的土水特征行为，而本节所提出的模型与 VG 模型具有一定的相似性，也具有 VG 模型相同的缺点和不足。针对这一缺陷，通过在原模型的基础上嵌入一个修正函数，本节也采用类似的处理方法，以提高模型在高基质吸力下土水特征预测精度：

$$S_r = C(s) \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{C}{\delta a s^{\mu+1}} \right)^b \right] \right\} \quad (16)$$

$$S_r = C(s) \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{C}{\zeta \delta_1 a s^{\mu+1}} \right)^b \right] \right\} \quad (17)$$

式中： $C(s)$ 是修正函数，其表达式如下：

$$C(s) = 1 - \ln \left(1 + \frac{s}{s_r} \right) / \ln \left(1 + \frac{s_z}{s_r} \right) \quad (18)$$

式中： s_r 取值为 $6 \times 10^3 \text{ kPa}$ ^[12]； s_z 取值为 $6.3 \times 10^5 \text{ kPa}$ ^[22]。

分别采用未修正模型公式 (15) 和修正模型公式 (16) 对粉土^[23]在常孔隙比下的主脱湿过程进行拟合，如图 5，6 所示（注： δ_q 和 μ_q 为未修正参数， δ_h 和 μ_h 为修正参数）。由图 5 可知，对于未修正模型，

当基质吸力小于 2000 kPa 时, 介质排列特征值趋向于线性分布, 而随着基质吸力的增大, 非线性特征逐渐显现。对于修正模型可以看出, 在全吸力范围内, 介质排列特征值呈现出线性分布, 修正函数 $C(s)$ 主要影响大于 2000 kPa 范围内的介质排列特征值。可以得出: 修正函数 $C(s)$ 的引入修正了本文对孔隙的假设在高基质吸力下的不适用性。分析图 6 可知, 未修正模型在高基质吸力下对饱和度存在着高估, 而修正模型的拟合结果与实测数据较为吻合。

考虑到 SWCC 试验通常无法达到高基质吸力状态, 故图 6 中进一步给出了当仅已知基质吸力小于 2000 kPa 实测数据时的拟合曲线。可以发现, 未修正模型的拟合结果在高基质吸力时与实测值误差较大, 而修正模型能较好地预测试验结果。这表明修正模型能够应用于描述大基质吸力范围内的土水特征行为。

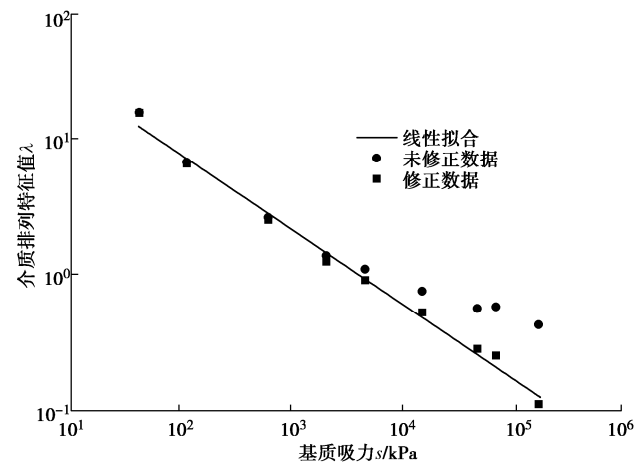


图 5 土的介质排列特征值

Fig. 5 Characteristic values of soil medium arrangement

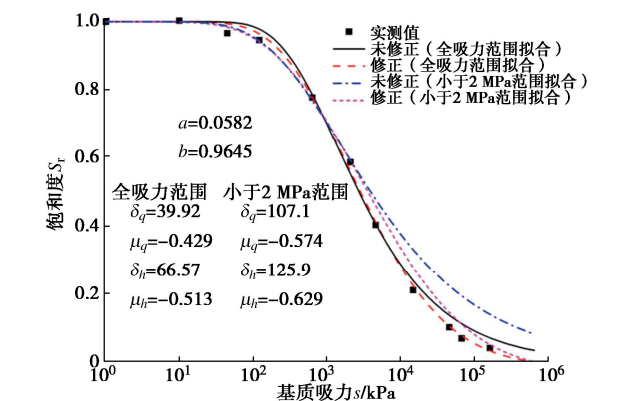


图 6 Fredlund 粉土土-水特征曲线计算值与实测值对比

Fig. 6 Comparison between calculated and measured soil-water characteristic curves of Fredlund silt

通过分析式 (16) 可知, 修正函数 $C(s)$ 不仅修正了 SWCC 方程, 而且还改变了孔隙尺寸与颗粒粒径的关系曲线, 即孔隙分布函数。图 7 给出了基质吸力在 0.1~10⁶ kPa 内不同土的孔隙尺寸与颗粒粒径关系曲

线图。由图 7 可以看出, 修正函数对小孔隙 ($r < 0.1 \mu\text{m}$) 区间内的孔隙分布影响较大, 对大孔隙 ($r > 0.1 \mu\text{m}$) 区间内孔隙分布基本无影响。

研究发现, 参数 m 与参数 α 和 n 存在如下关系式:

$$m = \frac{\alpha}{n} \quad (19)$$

上述 3 个参数之间的关系可以进一步简化模型, 并能很好的保持原模型的拟合精度。本文后续将式 (16) 称为模型 I, 式 (17) 称为模型 II, 将式 (19) 代入式 (17) 中产生成的新模型称为模型 III。

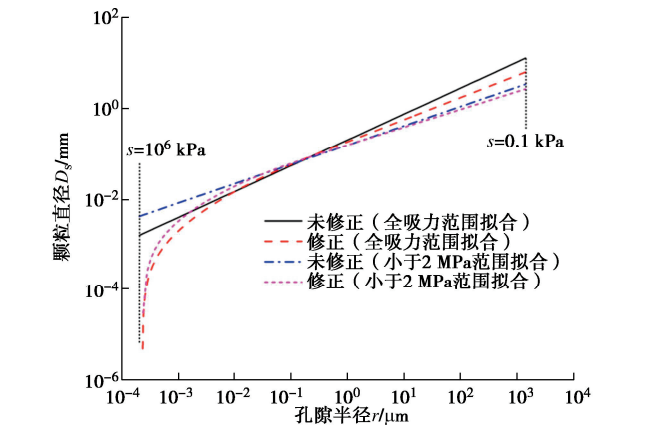


图 7 粉土的孔径与粒径关系曲线

Fig. 7 Relationship between pore size and particle size of silt

2.2 模型参数

对于退化模型公式 (16) 共包含了 a , b , δ 和 μ 共 4 个参数, 其中 a 、 b 通过拟合土的粒径级配获得, δ 和 μ 通过常规的土的持水试验获得。由后续研究可知, 对于黏性土 (其介质排列特征值在双对数坐标下呈线性分布), 仅需通过土的持水试验测得两个基质吸力与饱和度的离散点进行反算标定, 从而获得全吸力范围内的 SWCC 模型表达式。对于式 (17) 包含了 a , b , δ_3 , δ_1 , μ , α , n 和 m 共 8 个参数: 其中 δ_3 和 μ 由残余含水率阶段的介质排列特征值确定; δ_1 由进气值阶段介质排列特征值决定, 在后续分析中, 由于 δ_1 的不确定性, 本文将 δ_1 作为拟合参数 (见第 2.4 节); α , n 和 m 是与含水率急剧下降阶段相关的拟合参数。此时模型 I、模型 II 和模型 III 与 SWCC 相关的拟合参数的数量如表 1 所示, 模型参数的确定过程如图 8 所示。

表 1 不同模型与 SWCC 相关的拟合参数的数量

Table 1 Number of fitted parameters associated with SWCC for different models

模型	数量	拟合参数
模型 I	2 个	δ , μ
模型 II	4 个	δ_1 , α , n , m
模型 III	3 个	δ_1 , α , n

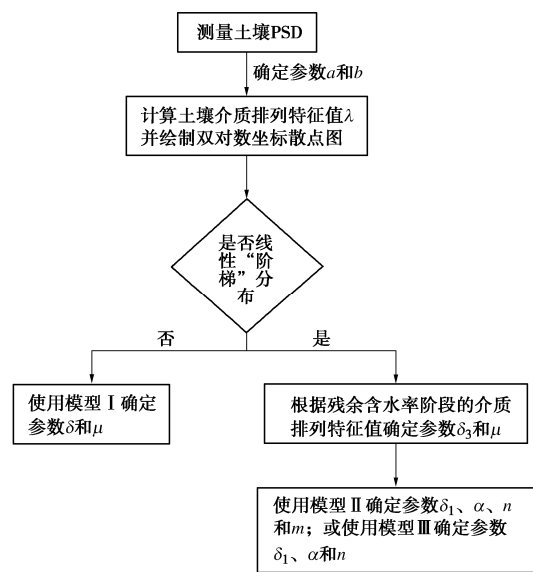


图 8 模型参数确定流程图

Fig. 8 Flow chart for determining model parameters

2.3 模型验证

本文从非饱和土 UNSODA 数据库中选取具有代表性的 73 种土的样品^[20], 所选取土的样品类型和代码见表 2 所示。

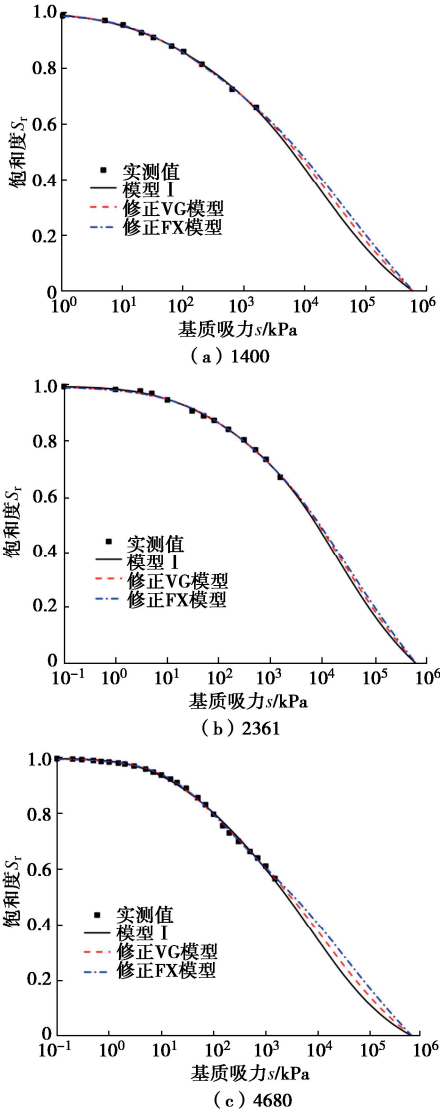
表 2 土的样品的代码和质地
Table 2 Code and texture of soil samples

UNSODA 代码	土的类型
1014, 1050, 1110, 1140, 1460, 1464, 2123, 2384, 2572, 3132, 3155, 3172, 3332, 4000, 4051, 4520, 4650, 4661, 2100	砂土
1091, 1120, 1130, 1390, 2130, 2373, 2560, 3180, 3200, 3290, 4100	砂壤土
1211, 1372, 2580, 2611, 3190, 3221, 1350, 2002, 4180	壤土
1360, 1362, 2460, 3030	粉质壤土
1371, 2350, 3100, 3283	粉质黏土
1123, 1173, 1194, 1213, 2171, 2390, 2430, 2683, 3031, 3033	粉黏壤土
1162, 1182, 1361, 1400, 2181, 2340, 2360, 2361, 2432, 2620, 2660, 2681, 3281, 4120, 4210, 4680	黏壤土
	黏土

为验证本节所提出模型的适用性, 并与常用的 VG 模型和 FX 模型进行对比, 注意此时均要乘上修正函数 $C(s)$ 。由于黏性土(所对应于表 2 中的粉质黏土、粉黏壤土、黏壤土和黏土)的介质排列特征值 λ 与基质吸力 s 在双对数坐标下存在线性相关, 而砂性土(所对应于表 2 中的砂土、砂壤土、壤土和粉质壤土)呈现“阶梯”状变化趋势, 故黏性土选择模型 I 进行拟合, 而砂性土选择模型 II 和模型 III 进行拟合分析。

选择典型样品黏土(代码 1460、2384 和 4520)和砂土(代码 1400、2361 和 4680), 绘制模型 I、模型 II 和模型 III 以及 VG 模型和 FX 模型的拟合结果, 如

图 9 所示, 模型参数见表 3、4 所示。分析图 9 可知: 对于黏土, 模型 I、VG 模型和 FX 模型在相对较低的基质吸力时, SWCC 的效果均与实测值吻合很好; 但在高基质吸力段三个模型出现差异, 当基质吸力相同时, FX 模型预测的饱和度最大, 其次是 VG 模型, 模型 I 最小; 结合图 6 进一步分析可知, 当 SWCC 仅有较低的基质吸力数据点可利用时, 模型 I 高估了高基质吸力范围内的含水率, 但在高基质吸力下模型 I 的精度相对高于 VG 模型和 FX 模型。对于砂土, 模型 II 和模型 III 几乎重合, 均与实测数据拟合良好, 特别是在较高基质吸力范围内, 本文模型描述更为准确。表 5 列出了五种模型的 R^2 平均值, 从表 5 可以看出: 对于非黏性土模型 II 的 R^2 平均值为 0.9996; 模型 III 的 R^2 平均值为 0.9994; VG 模型的 R^2 平均值为 0.9946; FX 模型的 R^2 平均值为 0.9985; 模型 II 和模型 III 的拟合精度与 VG 模型和 FX 模型相当。对于黏性土模型 I 的 R^2 平均值为 0.9996; VG 模型的 R^2 平均值为 0.9997; FX 模型的 R^2 平均值为 0.9998; 对比发现三种模型的拟合精度均很高, 但本文提出的模型 I 仅含有两个与 SWCC 相关的拟合参数, 实用性更强。



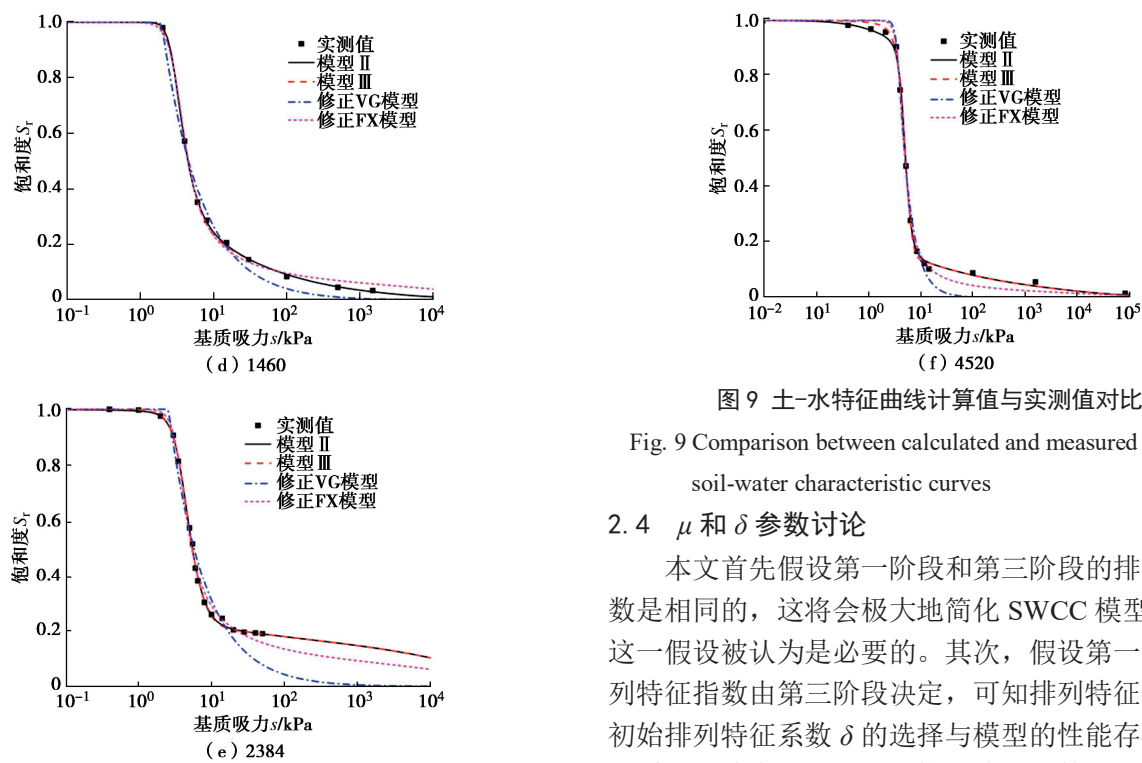


图 9 土-水特征曲线计算值与实测值对比

Fig. 9 Comparison between calculated and measured values of soil-water characteristic curves

2.4 μ 和 δ 参数讨论

本文首先假设第一阶段和第三阶段的排列特征指数是相同的, 这将会极大地简化 SWCC 模型表达式, 这一假设被认为是必要的。其次, 假设第一阶段的排列特征指数由第三阶段决定, 可知排列特征指数 μ 和初始排列特征系数 δ 的选择与模型的性能存在一定的关系。因此有必要讨论当排列特征指数 μ 和初始排列

表 3 黏土的代码和模型 I 计算参数

Table 3 Code of clay and parameters of Model I

模型	UNSODA 代码	土体类型	模型参数			
			a	b	δ	μ
模型I	1400	黏土	0.058	0.964	845.3	-0.505
	2361	黏土	0.003	0.404	1033	-0.555
	4680	黏土	0.008	0.373	285.2	-0.392

表 4 砂土的代码和模型 II、模型 III 计算参数

Table 4 Code of sandy soil and parameters of model II and Model III

模型	UNSODA 代码	土体类型	模型参数							
			a	b	δ_1	δ_3	μ	α	n	m
模型II	1460	砂土	0.581	2.523	88.86	294.6	-0.837	935.1	0.003	937.6
	2384	砂土	0.427	1.221	81.94	933.5	-0.933	8.997	0.222	12.46
	4520	砂土	0.261	2.903	360.8	890.1	-0.918	2795	0.002	2804
模型III	1460	砂土	0.581	2.523	50.46	294.6	-0.837	1.285	0.682	—
	2384	砂土	0.427	1.221	63.22	933.5	-0.933	2.377	0.499	—
	4520	砂土	0.261	2.903	112.5	890.1	-0.918	0.017	2.604	—

表 5 5 种模型的拟合结果

Table 5 Fitting results of five models

土的质地	样品数量	R^2 平均值				
		模型I	模型II	模型III	VG 模型	FX 模型
砂	19	—	0.9996	0.9993	0.9919	0.9979
砂壤土	11	—	0.9995	0.9994	0.9930	0.9981
壤土	6	—	0.9997	0.9995	0.9945	0.9992
粉质壤土	3	—	0.9995	0.9994	0.9989	0.9990
粉质黏土	4	0.9995	—	—	0.9997	0.9997
粉黏壤土	4	0.9995	—	—	0.9996	0.9997
黏壤土	10	0.9997	—	—	0.9998	0.9998
黏土	16	0.9998	—	—	0.9998	0.9998

表 6 砂土的名称和模型 II、模型 III 的计算参数
Table 6 Names of sandy soil and parameters of model II and Model III

模型	μ 和 δ 的取值	土体类型	模型参数							
			a	b	δ_1	δ_3	μ	α	n	m
模型 II	由第一阶段	Rahardjo 粉砂 ^[24]	0.104	0.902	195.7	943.8	-0.829	1260	0.002	1272
模型 III	确定		0.104	0.902	195.7	919.0	-0.829	2.988	0.307	—
模型 II	由第三阶段		0.104	0.902	89.80	239.0	-0.569	1481	0.003	1498
模型 III	确定		0.104	0.902	84.02	239.0	-0.569	4.075	0.312	—

特征系数 δ 由不同阶段确定，其对 SWCC 的影响。

由第一、第三阶段分别确定排列特征指数 μ 和初始排列特征系数 δ ，并分别采用模型 II 和模型 III 拟合粉砂^[24]的主脱湿过程，如图 10 所示，模型参数见表 6。由图 10 可知，由第一阶段确定排列特征指数 μ 和初始排列特征系数 δ_1 的模型 II 和模型 III，在大于 100 kPa 时，模型的拟合结果与实测值出现较大的误差；而采用第三阶段确定排列特征指数 μ 和初始排列特征系数 δ_3 的模型 II 和模型 III 的拟合结果能够很好的吻合试验值，表明采用第三阶段确定初始参数比采用第一阶段确定初始参数比在描述土水特征行为更优。

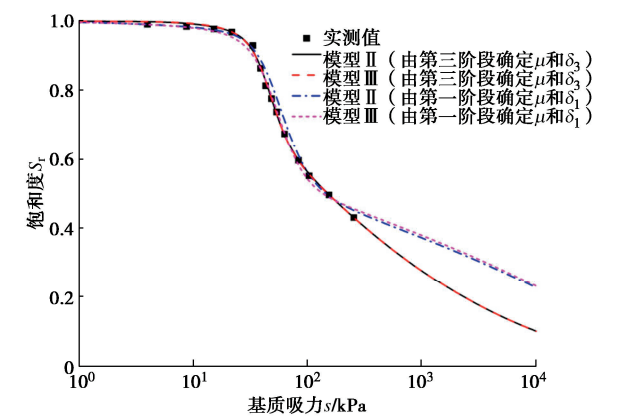


图 10 不同阶段确定参数的土-水特征曲线计算值与实测值对比

Fig. 10 Comparison between calculated values of soil-water characteristic curves and measured values of determined parameters at different stages

图 11 给出了由不同阶段计算得到的介质排列特征值与实测值的对比。由图 11 可知，由第三阶段确定初始参数计算得到的介质排列特征值在第二和第三阶段与实测值吻合很好，但在第一阶段与实测值偏差很大，值得注意的是，这种偏差在 SWCC 的拟合过程中并没有出现，进一步表明第一阶段的排列特征指数由第三阶段确定是合理的，但也造成排列特征系数 δ_1 的不确定性增加。对于砂性土来说，当第一阶段的排列特征指数与第三阶段的排列特征指数几乎保持一致时，能够相对准确地获取 δ_1 ，此时模型 II 和模型 III 与

SWCC 相关的参数分别下降为 3 个和两个。故为了减小排列特征系数 δ_1 可能的不确定性因素对模型性能的影响，本文将模型参数 δ_1 作为自由的拟合因子。

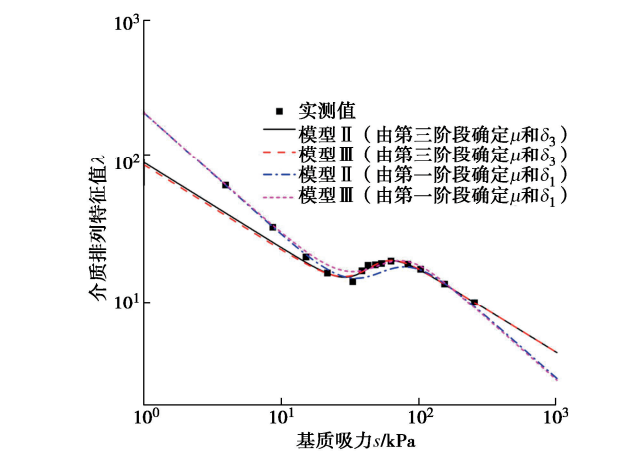


图 11 不同阶段确定参数的排列特征值计算值与实测值对比
Fig. 11 Comparison between calculated and measured values of permutation characteristic values of determined parameters at different stages

需要值得注意的是，由于 α 、 n 和 m 是与排列特征系数 δ 相关的拟合参数，在拟合的过程中发现参数 m 有时会偏小，造成 δ_1 并不能表示第一阶段的排列特征系数，特别是对于模型 III，如图 9 (d) ~ (f) 所示，此时第一阶段的排列特征系数为

$$\lim_{s \rightarrow 0} \delta_1 (\delta_3 / \delta_1)^{[1 + \exp(-\alpha s^n + m)]^{-1}} = \delta_1 (\delta_3 / \delta_1)^{[1 + \exp(m)]^{-1}} \quad (20)$$

3 考虑孔隙比影响的土水特征模型

3.1 引入孔隙比

参考 Gallipoli 等^[16]研究，将孔隙比影响项 e^ψ 引入到模型 I 中，并进行适当修改，即可得到考虑土体变形影响的 SWCC 模型表达式：

$$S_r = C(s) \left\{ 1 - \exp \left\{ - \left\{ \frac{C}{\delta a [s(e_i / e_0)^\psi]^{\mu+1}} \right\}^b \right\} \right\} \quad (21)$$

式中： e_0 为参考状态下的孔隙比， e_i 为任意变形状态下的孔隙比。

式 (21) 也可以采用介质排列特征值表示：

$$S_r = C(s) \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{C}{\lambda_i a s} \right)^b \right] \right\}, \quad (22)$$

$$\lambda_i = \delta s^\mu (e_i / e_0)^{\psi(\mu+1)}. \quad (23)$$

式中: λ_i 为任意变形状态下的介质排列特征值。

结合式 (21) 和 (22) 可知, 孔隙的压缩和膨胀不会改变 SWCC 的形状, 但会引起 SWCC 沿坐标轴的平移, 进而导致介质排列特征值的变化, 表征为排列特征指数和排列特征系数的变化, 故定义任何变形状态下的饱和度等于参考状态下的饱和度:

$$\lambda_0 s_0 = \lambda_i s_i \Rightarrow \lg s_0 - \lg s_i = \lg \lambda_i - \lg \lambda_0 = \beta_i. \quad (24)$$

式中: s_0 和 s_i 分别为参考状态和任意变形状态下的基质吸力; λ_0 为参考状态下的介质排列特征值; β_i 为参考状态与任意变形状态下的数据点对应的横坐标对数差和纵坐标对数差, 如图 12 所示。

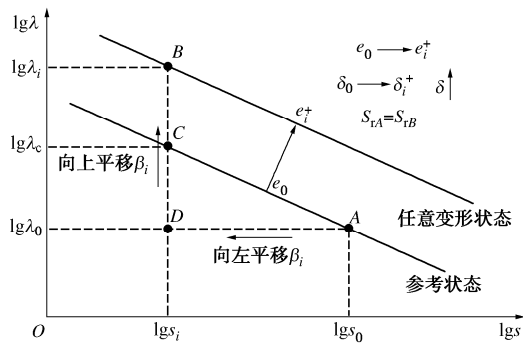


图 12 不同孔隙比介质排列特征值变化示意图

Fig. 12 Schematic diagram of changes of characteristic values of medium arrangement with different pore ratios

任意变形状态下的介质排列特征值可以通过参考状态下的介质排列特征值的平移得到, 其特征为 β_i 向左平移 (从 A 点平移到 D 点, 见图 12), 然后向上平移 (从 D 点平移到 B 点, 见图 12), 或者 β_i 向右平移, 然后向下平移 (未在图 12 中表示)。可以发现, 孔隙的压缩和膨胀不会改变排列特征指数 μ , 但是会改变排列特征系数 δ 。根据公式 (21) 可知:

$$\lg s_0 - \lg s_i = \lg(e_i / e_0)^\psi. \quad (25)$$

由于排列特征指数始终等于 μ , 因此可以得出

$$\lg \lambda_c - \lg \lambda_0 = -\mu(\lg s_0 - \lg s_i). \quad (26)$$

结合式 (24) ~ (26) 可知:

$$\begin{aligned} \lg \lambda_i - \lg \lambda_c &= \lg(e_i / e_0)^{\psi(\mu+1)}, \\ \Rightarrow \frac{\delta_{3i}}{\delta_{30}} &= \frac{C}{\delta_{10}} = (e_i / e_0)^{\psi(\mu+1)}. \end{aligned} \quad (27)$$

式中: δ_{10} 和 δ_{30} 与 δ_{1i} 和 δ_{3i} 分别为参考状态和任意变形状态下第一阶段和第三阶段的排列特征系数。

由式 (27) 可以看出, 孔隙的压缩和膨胀并不会改变第一阶段与第三阶段的排列特征系数比。结合模

型 II、公式 (21)、(23) 和 (27), 可得砂性土考虑土体变形的 SWCC 模型表达式:

$$S_r = C(s) \left\{ 1 - \exp \left\{ - \left\{ \frac{C}{\zeta_i \delta_{1i} a [s(e_i / e_0)^\psi]^{\mu+1}} \right\}^b \right\} \right\}, \quad (28)$$

$$\zeta_i = (\delta_{3i} / \delta_{1i})^{\eta_i}, \quad (29)$$

$$\eta_i = \left\{ 1 + \exp \left\{ -\alpha [s(e_i / e_0)^\psi]^n + m \right\} \right\}^{-1}. \quad (30)$$

式 (21), 式 (28) 实际上定义了一个在 e - $\lg s$ - S_r 三维空间内的曲面, 如图 13 所示, 土体状态 (e, s, S_r) 沿着该曲面移动, 则有不可逆的饱和度产生^[12]。从物理机制上看, 对于主干燥过程, 基质吸力增加 ($ds > 0, de = 0$), 或者土体体积膨胀 ($de > 0, ds = 0$), 孔隙水被空气置换排出土体, 导致饱和度发生不可逆的减小; 同样, 对于主湿润过程, 基质吸力减小 ($ds < 0, de = 0$), 或者土体体积压缩 ($de < 0, ds = 0$), 孔隙水进入土体置换空气, 导致饱和度发生不可逆的增加; 而对于基质吸力和孔隙比同时变化的主干燥 ($ds > 0, de > 0$) 和主湿润 ($ds < 0, de < 0$) 过程, 土体状态 (e, s, S_r) 的变化将满足如下关系式:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S_r}{\partial w} &= \frac{\partial S_r}{\partial s} \cos \beta_1 + \frac{\partial S_r}{\partial e} \cos \beta_2 < 0 \quad (\text{主干燥过程}), \\ \frac{\partial S_r}{\partial w} &= \frac{\partial S_r}{\partial s} \cos \beta_1 + \frac{\partial S_r}{\partial e} \cos \beta_2 > 0 \quad (\text{主湿润过程}). \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

式中: $\partial S_r / \partial w$ 为饱和度函数在 $S_r(s, e)$ 方向上的导数; w 为土体状态路径切线方向; $\cos \beta_1$ 和 $\cos \beta_2$ 为 w 路径方向上的余弦。

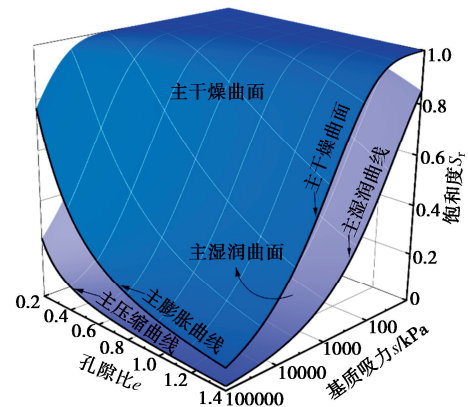


图 13 e - $\lg s$ - S_r 空间主干燥/主湿润曲面

Fig. 13 Main drying and wetting surfaces in e - $\lg s$ - S_r

3.2 模型参数

该模型在原有模型的基础上, 仅新引入了一个额外的参数 ψ , 并可通过任意一条不同常孔隙比对应的 SWCC 进行标定, 即可预测任意变形状态下的 SWCC。需要注意的是, 此时模型 I、模型 II 和模型 III 与 SWCC 相关的拟合参数的数量如表 7 所示。

表 7 不同模型与 SWCC 相关的拟合参数的数量

Table 7 Number of fitted parameters associated with SWCC for different models

模型	数量	拟合参数
模型 I	3 个	δ, μ, ψ
模型 II	5 个	$\delta_1, \alpha, n, m, \psi$
模型 III	4 个	$\delta_1, \alpha, n, \psi$

3.3 模型讨论

本文推导出的模型中含有级配参数 a 和 b ，且基于介质排列特征值推导出 SWCC 模型，故本文模型参数的确定流程必须从常孔隙比下 SWCC 的实测值中先行确定出 SWCC 模型参数，再从同一种土的不同常孔隙比下的 SWCC 的实测值中确定孔隙比参数 ψ ，最终得到 e - $\lg s$ - S_r 三维空间内的曲面，即可研究由力学作用引起的变孔隙比与变吸力 (de, ds) 条件下的主干燥、主湿润过程的 SWCC，故本文仅采用常孔隙比下的 SWCC 的实测值进行模型的验证分析。

本文研究的重点是土体在力学作用下孔隙结构发生的形变，而不考虑基质吸力的变化对孔隙结构的影响，但是对于膨胀土等，基质吸力的变化对孔隙结构具有显著的影响。本文采用 Gallipoli 等^[16]的基本假设：孔隙比影响项呈幂函数形式，该形式是否能有效表征基质吸力变化下孔隙结构的变化规律，需要进一步研究。此外由图 13 可知，由主干燥曲面和主湿润曲面为

边界面所围成的区域，土体状态 (e, s, S_r) 沿着该边界面移动时，饱和度的变化是不可逆的；若土体状态 (e, s, S_r) 沿着该边界面所围成的区域内部移动时，饱和度的变化是可逆的，这种土体状态所形成的路径，称为土水特征扫描曲线。由于本文并没有进一步考虑接触角滞后、墨水瓶效应等影响，而不适用于干湿循环和毛细滞回的土水特征扫描曲线的研究。

3.4 模型验证

图 14 给出了 #1~#6 土的样品在常孔隙比条件下 SWCC 模型预测值与试验值结果对比，土体类型和参数如表 8、9 所示。其中 #1~#3 土的样品为黏性土，采用模型 I 进行计算；#4~#6 土的样品为砂性土，由于在上节中证明，模型 II 和模型 III 在描述砂性土方面几乎没有区别，故本节采用参数更少的模型 III 进行计算。分析图 14 (a)~(c) 可以得出：模型 I 的预测结果（短划线）与试验结果吻合较好。对于 Municipal Boom 黏土，在高基质吸力条件下（大于 100 MPa），模型的预测结果仍然能够很好地与实测值吻合，表明模型 I 适用于描述黏性土全吸力范围内的土的持水行为。进一步分析图 14 (d)~(f) 可以得出：模型 III 的预测结果（短划线）能够较好地吻合试验结果。对于砂性土 SWCC 存在明显的 3 个阶段（见第 1 节），模型的预测结果能充分地表征 3 个阶段含水率随基质吸力的变化，表明模型 III 适用于描述砂性土全吸力范围内的土的持水行为。

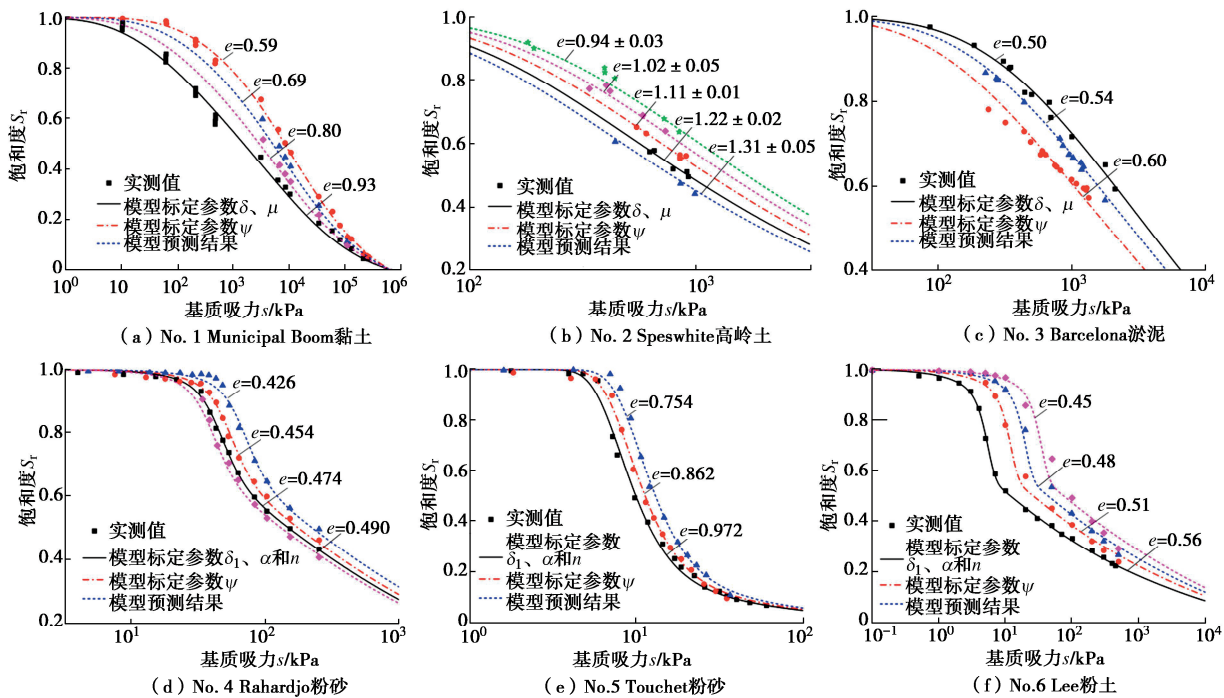


图 14 常孔隙比条件下土-水特征曲线实测值与预测值对比

Fig. 14 Comparison of measured and predicted values of soil-water characteristic curve under constant pore ratio

表 8 黏性土的名称和模型参数
Table 8 Names and model parameters for clayey soils

编号	土体名称	模型参数				
		a	b	δ	μ	ψ
1	Municipal Boom 黏土 ^[25]	0.006	0.825	3391	-0.679	5.733
2	Speswhite 高岭土 ^[26]	0.001	0.767	1613	-0.291	2.534
3	Barcelona 淤泥 ^[27]	0.001	0.431	70.16	-0.059	4.645

表 9 砂性土的名称和模型参数
Table 9 Names and model parameters for sandy soils

编号	土体名称	模型参数							
		a	b	δ_1	δ_3	μ	α	n	ψ
4	Rahardjo 粉砂 ^[24]	0.104	0.902	84.02	239.0	-0.569	4.075	0.312	3.902
5	Touchet 砂 ^[28]	0.043	0.845	3.720	2858	-0.201	0.875	0.546	1.068
6	Lee 粉土 ^[29]	0.798	0.984	17.01	133.1	-0.727	0.016	2.710	8.485

4 结 论

基于土的粒径级配,建立考虑孔隙变形的土-水特征曲线模型,并通过多组试验数据验证提出模型的正确性和合理性,得到以下 3 点结论。

(1) 粒径与孔径之间在双对数坐标下存在线性“阶梯”状的分布规律,粒径越大,线性“阶梯”越明显;粒径越小,“阶梯”逐渐消失并趋于线性分布,在此基础上建立粒径与孔径之间的非线性表达式。

(2) 基于粒径与孔径之间的非线性关系,根据 Young-Laplace 方程,引入粒径分布函数和孔隙比,建立考虑土的粒径级配及变形的黏性土和砂性土的土-水特征曲线经验物理模型,其中黏性土土-水特征曲线模型是砂性土土-水特征曲线模型的退化表达。

(3) 通过大量试验数据验证表明,本文所建立的模型能够很好的描述土的持水行为,模型总体精度与常用的 VG 模型和 FX 模型相当,但模型对于砂性土的残余含水率阶段的描述更为准确;退化模型优势在于参数更少,实用性更强。

利益冲突声明/Conflict of Interests: 所有作者声明不存在利益冲突。All authors disclose no relevant conflict of interest.

作者贡献/Authors' Contributions: 唐晓林和童立红: 直接参与采集数据,实施研究和文章撰写;徐长节、童立红、丁智、丁海滨和柳伟: 对文章的知识性内容作批评性审阅和参与文章修改;徐长节、童立红、丁智和丁海滨: 提供经费支持。所有作者均阅读并同意最终稿件的提交。TANG Xiaolin and TONG Lihong: Directly involved in data collection, conducting research and article writing; XU Changjie, TONG Lihong, DING Zhi, DING Haibin and LIU Wei: Critically review the knowledge-based content of the article and participate in the article revision; XU Changjie, TONG Lihong, DING Zhi and DING Haibin: Provide financial support. All authors have read the last version of paper and consented for submission.

参考文献:

[1] 李广信. 浅议土的复杂性[J]. 岩土工程学报, 2024, **46**(5): 1085-1093. (LI Guangxin. On complexity of soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2024, **46**(5): 1085-1093. (in Chinese))

[2] ALONSO E E, PEREIRA J M, VAUNAT J, et al. A microstructurally based effective stress for unsaturated soils[J]. Géotechnique, 2010, **60**(12): 913-925.

[3] 陈正汉, 苗强强, 郭楠, 等. 关于持水特性曲线研究的几个问题[J]. 岩土工程学报, 2023, **45**(4): 671-679. (CHEN Zhenghan, MIAO Qiangqiang, GUO Nan, et al. On some problems of researches on soil-water retention curve[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, **45**(4): 671-679. (in Chinese))

[4] VAN GENUCHTEN M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, **44**(5): 892-898.

[5] FREDLUND D G, XING A Q. Erratum: Equations for the soil-water characteristic curve[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, **31**(6): 1026.

[6] ARYA L M, PARIS J F. A physicoempirical model to predict the soil moisture characteristic from particle-size distribution and bulk density data[J]. Soil Science Society of America Journal, 1981, **45**(6): 1023-1030.

[7] HAVERKAMP R, PARLANGE J Y. Predicting the water-retention curve from particle-size distribution[J]. Soil Science, 1986, **142**(6): 325-339.

[8] MOHAMMADI M H, VANCLOOSTER M. Predicting the soil moisture characteristic curve from particle size distribution with a simple conceptual model[J]. Vadose Zone Journal, 2011, **10**(2): 594-602.

[9] MOHAMMADI M H, MESKINI-VISHKAEE F. Predicting the film and lens water volume between soil particles using

- particle size distribution data[J]. *Journal of Hydrology*, 2012, **475**: 403-414.
- [10] 程东会, 常琛朝, 钱 康, 等. 考虑薄膜水的利用介质粒度分布获取水土特征曲线的方法[J]. *水科学进展*, 2017, **28**(4): 534-542. (CHENG Donghui, CHANG Chenchao, QIAN Kang, et al. Predicting the soil-water characteristic curve from soil particle size distribution considering the film water[J]. *Advances in Water Science*, 2017, **28**(4): 534-542. (in Chinese))
- [11] ASSOULINE S, TESSIER D, BRUAND A. A conceptual model of the soil water retention curve[J]. *Water Resources Research*, 1998, **34**(2): 223-231.
- [12] 胡 冉, 陈益峰, 周创兵. 基于孔隙分布的变形土土水特征曲线模型[J]. *岩土工程学报*, 2013, **35**(8): 1451-1462. (HU Ran, CHEN Yifeng, ZHOU Chuangbing. A water retention curve model for deformable soils based on pore size distribution[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **35**(8): 1451-1462. (in Chinese))
- [13] 张玉伟, 宋战平, 谢永利. 孔隙变化条件下黄土土水特征曲线预测模型[J]. *岩土工程学报*, 2022, **44**(11): 2017-2025. (ZHANG Yuwei, SONG Zhanping, XIE Yongli. Prediction model for soil-water characteristic curve of loess under porosity change[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2022, **44**(11): 2017-2025. (in Chinese))
- [14] 高 游, 孙德安, 张俊然, 等. 考虑孔隙比和水力路径影响的非饱和土土水特性研究[J]. *岩土工程学报*, 2019, **41**(12): 2191-2196. (GAO You, SUN Dean, ZHANG Junran, et al. Soil-water characteristics of unsaturated soils considering initial void ratio and hydraulic path[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, **41**(12): 2191-2196. (in Chinese))
- [15] 蔡国庆, 张 策, 李 舰, 等. 考虑初始干密度影响的 SWCC 预测方法研究[J]. *岩土工程学报*, 2018, **40**(增刊 2): 27-31. (CAI Guoqing, ZHANG Ce, LI Jian, et al. Prediction method for SWCC considering initial dry density[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, **40**(S2): 27-31. (in Chinese))
- [16] GALLIPOLI D. A hysteretic soil-water retention model accounting for cyclic variations of suction and void ratio[J]. *Géotechnique*, 2012, **62**(7): 605-616.
- [17] 周葆春, 孔令伟. 考虑体积变化的非饱和膨胀土土水特征[J]. *水利学报*, 2011, **42**(10): 1152-1160. (ZHOU Baochun, KONG Lingwei. Effect of volume changes on soil-water characteristics of unsaturated expansive soil[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2011, **42**(10): 1152-1160. (in Chinese))
- [18] 邹维列, 张俊峰, 王协群. 脱湿路径下重塑膨胀土的体变修正与土水特征[J]. *岩土工程学报*, 2012, **34**(12): 2213-2219. (ZOU Weilie, ZHANG Junfeng, WANG Xiequn. Volume change correction and soil-water characteristics of remodeling expansive soil under dehydration path[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2012, **34**(12): 2213-2219. (in Chinese))
- [19] ROSIN P, RAMMLER E. The laws governing the fineness of powdered coal[J]. *Journal of the Institute of Fuel*, 1993, **7**: 29-36.
- [20] NEMES A, SCHAAP M G, LEIJ F J, et al. Description of the unsaturated soil hydraulic database UNSODA version 2.0. *Journal of Hydrology*, 2001, **251**(3): 151-162.
- [21] 伏映鹏, 廖红建, 吕龙龙, 等. 考虑接触角及粒径级配影响的土水特征曲线滞回模型[J]. *岩土工程学报*, 2022, **44**(3): 502-513. (FU Yingpeng, LIAO Hongjian, LÜ Longlong, et al. Hysteretic model for fitting soil-water characteristic curves considering contact angle and grain-size distribution[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2022, **44**(3): 502-513. (in Chinese))
- [22] PETERS A. Simple consistent models for water retention and hydraulic conductivity in the complete moisture range[J]. *Water Resources Research*, 2013, **49**(10): 6765-6780.
- [23] RAFRAF S, GUELLOUZ L, GUIRAS H, et al. A new model using dynamic contact angle to predict hysteretic soil water retention curve[J]. *Soil Science Society of America Journal*, 2016, **80**(6): 1433-1442.
- [24] HUANG S Y, BARBOUR S L, FREDLUND D G. Development and verification of a coefficient of permeability function for a deformable unsaturated soil[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1998, **35**(3): 411-425.
- [25] ROMERO E. Characterisation and Thermo-Hydro-Mechanical Behavior of Unsaturated Boom Clay: An Experimental Study[D]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 1999.
- [26] TOMBOLATO S. Resistenza a taglio di un argilla costipatanon satura: Risultati sperimentali e modellazione[J]. Laurea thesis, Università degli Studi di Trento, Italy, 2003.
- [27] TARANTINO A. A water retention model for deformable soils[J]. *Géotechnique*, 2009, **59**(9): 751-762.
- [28] LALIBERTE G E, COREY A T, BROOKS R H. Properties of Unsaturated Porous Media[R]. Fort Collins: Colorado State University, 1966.
- [29] LEE I M, SUNG S G, CHO G C. Effect of stress state on the unsaturated shear strength of a weathered granite[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2005, **42**(2): 624-631.