

DOI: 10.11779/CJGE20240172

# 砂土静力触探试验的 DEM-FDM 耦合数值模拟研究

宋 跃<sup>1,2</sup>, 顾晓强<sup>\*1,2</sup>, 胡 靖<sup>1,2</sup>, 郑 兴<sup>3</sup>

(1. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092;

3. 中国电建集团华东勘测设计研究院有限公司, 浙江 杭州 310014)

**摘要:** 静力触探是岩土工程最重要的原位测试手段之一, 然而静力触探不能直接测出土体参数, 需借助标定罐试验或数值模拟中已有的锥尖阻力与土体参数的经验关系来确定土体参数。本研究利用离散元(DEM)与有限差分法(FDM)耦合数值方法实现了砂土中标定罐静力触探贯穿全过程的高效模拟, 探究了影响锥尖阻力的主要因素。模拟中, 首先根据砂土单元体宏观力学特性标定了砂土颗粒接触模型参数, 并进一步分析了标定罐尺寸、砂土密实度、围压等对锥尖阻力影响, 最后建立了归一化锥尖阻力  $Q$  和峰值内摩擦角  $\varphi_{peak}$  的关系。研究结果表明, 在离散-连续模型径向尺寸比  $R_{df}$  为 0.67 且标定罐归一化径向长度  $R_d$  为 20 的情况下, 模拟的尺寸效应可忽略。同时, 锥尖阻力的模拟结果与小孔扩张理论计算结果吻合良好, 验证了数值模拟的可靠性。归一化锥尖阻力  $Q$  和峰值内摩擦角  $\varphi_{peak}$  之间呈指数关系, 与原位测试结果接近, 进一步验证了耦合模拟方法的准确性, 其结果可为砂土静力触探锥尖阻力与土体参数经验关系的建立提供重要参考。

**关键词:** 静力触探; 标定罐; 离散元; 有限差分; 锥尖阻力

**中图分类号:** TU411      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2025)06-1249-10

**作者简介:** 宋 跃(1992—), 男, 博士研究生, 主要从事海上风电大直径单桩水平承载特性的研究工作。E-mail: eldembu@tongji.edu.cn。

## DEM-FDM coupled simulation of cone penetration tests in a virtual calibration chamber with sand

SONG Yue<sup>1,2</sup>, GU Xiaoqiang<sup>1,2</sup>, HU Jing<sup>1,2</sup>, ZHENG Xing<sup>3</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and

Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Power China Huadong Engineering

Corporation Limited, Hangzhou 310014, China)

**Abstract:** The cone penetration test, considered one of the most crucial in-situ testing methods in geotechnical engineering, is unable to directly measure soil parameters. Generally, the empirical relationship between the penetration resistance and the soil parameters is established through tests or numerical simulations. In this research, a coupled numerical approach of the discrete element method (DEM) and the finite difference method (FDM) is employed to simulate the entire cone penetration test process within a calibration chamber and unveil the mechanisms that influence the penetration resistance. Firstly, the microscopic parameters of the sand are calibrated based on its macroscopic behaviors. Additionally, the effects of calibration chamber size, sand density and confining stress on the penetration resistance are thoroughly analyzed. Finally, a relationship is established between the normalized penetration resistance  $Q$  and the peak internal friction angle  $\varphi_{peak}$ . The findings indicate that the size effects in the simulation become negligible when the continuous-discrete model size ratio  $R_{df}$  reaches 0.67 and the normalized radial length  $R_d$  of the calibration chamber is set at 20. Furthermore, the simulated penetration resistance closely matches the results obtained by the cavity expansion methods, confirming the reliability of the numerical simulation. An exponential relationship is observed between  $Q$  and  $\varphi_{peak}$ , which closely aligns with the in-situ test results. This further validates the accuracy of the coupled simulation method. These outcomes offer valuable insights for establishing empirical relationships between the cone penetration resistance in sand and the soil parameters in geotechnical engineering.

**Key words:** cone penetration test; calibration chamber; discrete element method; finite difference method; cone-tip resistance

基金项目: 国家自然科学基金项目 (42361164615)

收稿日期: 2024-02-23

\*通信作者 (E-mail: guxiaoqiang@tongji.edu.cn)

## 0 引言

岩土工程分析和设计要求准确获取地层信息和土体参数。由于原状土取样困难且易受扰动，技术人员通常借助原位测试技术来准确确定土体参数。静力触探试验（CPT）因其简便操作、测试效率高及能连续记录测试数据等优势而被广泛应用于土体原位测试<sup>[1-3]</sup>。测试过程中，静力触探锥体以恒定速度贯入土体，同时连续记录锥尖阻力、侧壁摩阻力等数据<sup>[4-5]</sup>。需要注意的是，静力触探无法直接测定土体参数，而是依赖于已建立的锥尖阻力与土体参数的经验关系，再通过实测的锥尖阻力值来计算土体参数。尽管已有许多研究<sup>[6-9]</sup>通过原位测试建立了锥尖阻力与土体参数之间的经验公式，但原位测试面临着成本高、土体应力状态和土体参数未知等问题。相比之下，在室内标定罐中进行静力触探测试成本较低，可控制密实度、应力等土体状态，并且土体参数已知，是建立锥尖阻力与土体参数关系的重要手段，因此非常有必要对室内标定罐静力触探试验进行深入研究。

国内外众多学者已经对标定罐中静力触探试验进行了研究，Been 等<sup>[10]</sup>、Mayne 等<sup>[11]</sup>、Salagado 等<sup>[12]</sup>探究了标定罐尺寸及边界条件对锥尖阻力的影响，并提出了锥尖阻力与土体状态参数之间的经验公式。国内西南交通大学<sup>[13]</sup>、东南大学<sup>[14]</sup>、中国海洋大学<sup>[15]</sup>在标定罐中进行了静力触探测试，分析了室内试验结果和现场经验公式结果差异原因。标定罐试验中试样密实度和边界条件控制困难<sup>[16]</sup>，并且锥体贯入过程中土体应力状态和位移场也不清晰。相较于试验，数值模拟方法可以有效模拟不同相对密实度试样和边界条件，提高研究效率并减小试验误差。Huang 等<sup>[17]</sup>、Tolooiyani 等<sup>[18]</sup>、Gupta 等<sup>[19]</sup>利用有限元分析了静力触探的贯入过程及土体应力场变化，但锥体贯入时探头附近土体网格会因变形过大而引起畸变，进而影响计算结果的精确性。而离散元方法可以将标定罐内土体离散为独立颗粒进行模拟，避免了网格畸变问题。Jiang 等<sup>[20]</sup>、Arroyo 等<sup>[21]</sup>、Butlanska 等<sup>[22]</sup>从宏、微观层面分析了锥尖阻力的影响因素，但标定罐及锥体尺寸、土体颗粒数量都会影响锥尖阻力。标定罐尺寸较小，颗粒数量较少时无法反映真实土体应力状态，而标定罐尺寸和颗粒数量增加时会导致计算效率极低。离散元（DEM）和有限差分法（FDM）的耦合模拟为静力触探试验提供了新的研究途径。离散元用于模拟贯入过程中的塑性区土体，而有限差分法则用构建弹性区的土体，可提高静力触探标定罐试验的模拟效率。

虽然已有研究<sup>[23-24]</sup>探讨了静力触探标定罐的耦合模拟方法，但上述研究并未阐明土体模型尺寸、边界

条件以及土体应力状态对锥尖阻力的影响。本研究采用离散元与有限差分（DEM-FDM）耦合方法，对标定罐中静力触探的贯入过程及影响因素进行深入研究。首先通过三轴固结排水剪切模拟标定砂土颗粒接触模型参数。随后分析标定罐模型尺寸和围压等因素对锥尖阻力的影响，并通过小孔扩张理论来进一步验证模拟结果合理性。最后，根据模拟结果建立锥尖阻力与土体参数间的关系。

## 1 模型构建

### 1.1 标定罐及静力触探模型

标定罐及静力触探锥体模型如图 1 所示。标定罐的径向长度为  $D_c$ ，中间离散土体区域径向长度为  $D_d$ ，连续土体区域厚度为  $D_f$ ，离散和连续土样高度均为  $H_c$ 。中间离散土体使用离散元软件 PFC<sup>3D</sup> 进行模拟，共 50000 颗粒；外部连续土体采用有限差分 FLAC<sup>3D</sup> 进行模拟<sup>[25]</sup>，共 16000 网格。耦合模拟过程中，连续网格表面和离散颗粒之间的接触面设为“耦合墙”，其高度与连续区网格保持一致。球颗粒与耦合墙接触产生的接触力可通过等效力方法被分配到墙面节点上。在节点力的作用下，耦合墙与土体网格会同步移动。此外，离散区域设有上、下边界墙，半径为  $D_d$ 。图 1

(b) 为静力触探锥体模型，锥体直径  $D_p$  为 35.6 mm，摩擦侧壁段长度  $H_s$  为 134 mm，探头与水平面夹角为 60°。在贯入过程中，锥体从标定罐顶部向下贯入。当探头锥尖与下边界墙距离为 2 倍锥体直径时贯入结束。

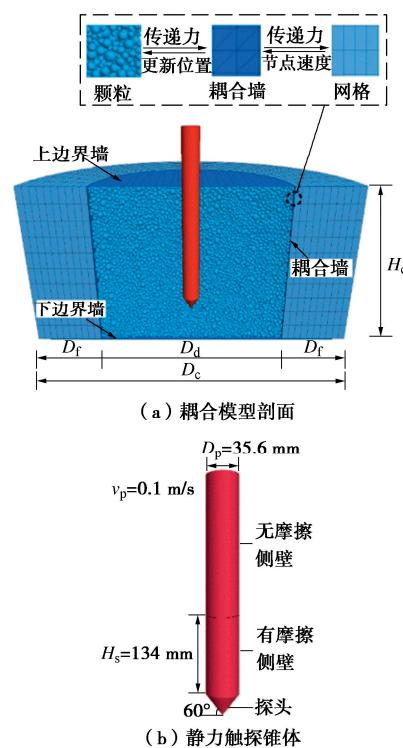


图 1 离散-连续耦合数值模拟模型

Fig. 1 Details of discrete-continuous simulation model

## 1.2 标定罐砂土及参数标定

本研究基于枫丹白露 (Fontainebleau) 砂三轴排水试验的应力应变曲线<sup>[26]</sup>进行参数标定。该砂的颗粒级配分布曲线如图 2 所示。三轴单元体模拟中砂土的级配与试验一致, 其中颗粒的平均粒径  $D_{50}$  为 0.2 mm, 不均匀系数  $C_u$  为 1.56。在标定罐试验中, 若直接使用原级配生成离散区域内土体, 则会导致颗粒数量巨大, 严重降低计算效率, 因此采用粒径放大法 (放大 35 倍) 生成颗粒, 减少颗粒数量, 从而满足计算效率的要求。已有研究<sup>[27-28]</sup>表明, 粒径放大法不改变土体的应力-应变关系。

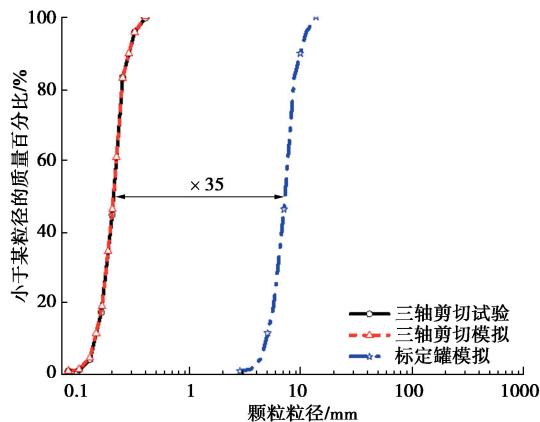


图 2 试验和模拟中砂土颗粒级配曲线

Fig. 2 Experimental and simulated grain-size distribution curves

由于离散元模拟和真实试验中最大孔隙比  $e_{\max}$  和最小孔隙比  $e_{\min}$  的差异明显, 因此本研究基于相同的相对密实度  $D_r$  来标定砂土颗粒接触模型参数, 保证离散元和真实试样的力学特性相似。离散土体颗粒采用线性抗转动接触模型, 该模型可有效模拟颗粒形状的影响<sup>[29-30]</sup>。接触模型主要参数有刚度系数  $k_0$ 、刚度比  $\alpha$ 、摩擦系数  $\mu$  和抗转动系数  $\mu_r$ 。当生成试样颗粒后, 对试样施加 10 kPa 的等向预压应力, 该过程中通过调整摩擦系数  $\mu$  和抗转动系数  $\mu_r$  生成不同密实度的试样。通常, 当摩擦系数  $\mu$  和抗转动系数  $\mu_r$  均为 0 时, 可确定试样最小孔隙比  $e_{\min}$ 。当摩擦系数  $\mu$  和抗转动系数  $\mu_r$  为试样剪切时所采用的系数, 孔隙比达到最大孔隙比  $e_{\max}$ , 本次模拟中,  $e_{\min}$  和  $e_{\max}$  值分别为 0.551, 0.874。

试样预压后, 将摩擦系数  $\mu$  和抗转动系数  $\mu_r$  设为最终剪切时所采用的值, 随后进行固结和三轴排水剪切模拟。通过调整砂土颗粒接触模型参数从而使模拟和试验的结果相接近。图 3 为试样在相对密实度  $D_r$  为 70% 和围压为 100 kPa 时三轴模拟和试验<sup>[26]</sup>对比结果。通过对偏应力  $q$ -轴向应变  $\varepsilon_a$  和体应变  $\varepsilon_v$ -轴向应变  $\varepsilon_a$  曲线可以看出, 模拟结果与试验结果具有较好的一致性。标定后的砂土颗粒接触模型参数结果

如表 1 所示。

表 1 砂土颗粒接触模型参数

Table 1 Microscopic contact parameters of sand

参数	数值
颗粒密度( $\rho$ )	2650 kg/m <sup>3</sup>
刚度系数( $k_0$ )	$8 \times 10^8$ N/m <sup>2</sup>
刚度比( $\alpha_s$ )	0.15
颗粒摩擦系数( $\mu$ )	0.45
颗粒抗转动系数( $\mu_r$ )	0.35
颗粒法向刚度( $k_n$ )	$k_n = k_0 \times r$
颗粒切向刚度( $k_s$ )	$k_s = \alpha_s \times r$

连续区域土体采用莫尔-库仑本构模型, 该模型主要参数包括杨氏模量  $E$ 、泊松比  $\nu$ 、内摩擦角  $\varphi$ 、剪胀角  $\psi$ 。同理, 模型参数基于三轴试验结果标定, 标定后的参数如表 2 所示。图 3 中对比了相对密实度  $D_r$  为 70% 和围压为 100 kPa 条件下试验<sup>[26]</sup>和有限差分模拟结果。由图可知, 试验和有限差分模拟中砂土弹性模量  $E$  分别为 56, 56.5 MPa, 误差为 0.8%, 试验和有限差分模拟的峰值强度分别为 304, 311 kPa, 误差为 2.3%。

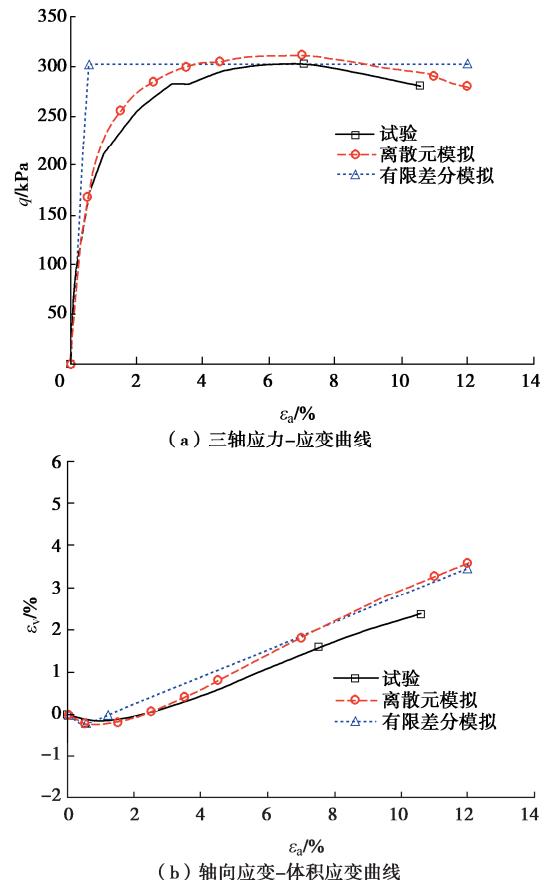


图 3 三轴模拟与试验结果对比

Fig. 3 Comparison of triaxial test results in simulation and laboratory

## 1.3 模型边界及锥体参数标定

耦合墙的作用在于传递颗粒与网格之间的接触信

息, 植合墙参数采用与颗粒相同的接触模型参数, 颗粒与网格接触(球-墙)即可等效为颗粒与颗粒接触(球-球)。上、下边界墙法向和切向刚度均为  $1 \times 10^{10}$  N/m, 摩擦系数为 0。模拟中边界条件与试验<sup>[12]</sup>一致, 即上顶面、径向均为应力边界(围压恒定), 下底面为位移边界(应变为 0)。

表 2 莫尔-库仑模型参数取值  
Table 2 Parameters of Mohr-Coulomb model

相对密实度 $D_r/\%$	杨氏模量 $E/\text{MPa}$	泊松比 $\nu$	内摩擦角 $\phi/^\circ$	剪胀角 $\psi/^\circ$
70	60.6	0.3	36.5	10.3
40	36.3	0.3	31.9	3.2
10	30	0.3	30.1	0

静力触探锥体被视为刚性体, 其法向刚度与切向刚度均为  $1 \times 10^{10}$  N/m。根据物理试验的实测数据<sup>[31]</sup>, 探头和摩擦套筒的摩擦系数均为 0.2。静力触探贯入过程采用准静态模拟, 通常以惯性数  $I$  进行评估<sup>[32-33]</sup>。当惯性数低于特定的最大阈值  $I_{\max}$  时, 可认为模拟是准静态状态的。本研究设定  $I_{\max}=0.01$ , 根据 Janda 等<sup>[33]</sup>提出的公式 (1), (2) 推算标定罐内静力触探锥体的贯入速度  $v_p$  应保持在 0.3 m/s 或以下, 本模拟采用 0.1 m/s。具体模型参数取值见表 3。

$$I = \dot{\varepsilon} d_i \sqrt{\frac{\rho_g}{p_{\text{par}}}} , \quad (1)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{v_p}{3d_p} . \quad (2)$$

式中:  $I$  为惯性数;  $\dot{\varepsilon}$  为剪切应变速率;  $d_i$  为平均颗粒粒径;  $\rho_g$  为颗粒密度;  $p_{\text{par}}$  为标定罐内土体对底墙压力;  $v_p$  为锥体贯入速度。

表 3 模型边界及锥体参数

Table 3 Model boundary and cone parameters

参数	数值
耦合墙法向刚度	$4 \times 10^6$ N/m
耦合墙切向刚度	$6 \times 10^5$ N/m
耦合墙摩擦系数	0.45
耦合墙抗转动系数	0.35
边界墙法向刚度	$1 \times 10^{10}$ N/m
边界墙切向刚度	$1 \times 10^{10}$ N/m
边界墙摩擦系数	0
边界墙抗转动系数	0
锥体法向刚度	$1 \times 10^{10}$ N/m
锥体切向刚度	$1 \times 10^{10}$ N/m
锥体摩擦系数	0.2
锥体贯入速度	0.1 m/s

## 2 模拟结果分析

标定罐中静力触探模拟结果受到标定罐尺寸的影响, 通常采用归一化径向长度系数  $R_d$  及归一化高度系数  $R_h$  来探究标定罐尺寸对锥尖阻力结果的影响<sup>[21]</sup>, 如

式 (3), (4) 所示。此外, 标定罐离散区径向长度  $D_d$  和连续区径向长度  $D_f$  产生的尺寸效应用参数  $R_{df}$  评估, 见式 (5)。

$$R_d = D_c / D_p , \quad (3)$$

$$R_h = H_c / D_p , \quad (4)$$

$$R_{df} = D_d / 2D_f . \quad (5)$$

### 2.1 标定罐高度对锥尖阻力影响

在已有研究<sup>[20-22]</sup>中,  $R_h$  取值范围从 8~16 不等。本研究考察了  $R_h$  取 8, 10, 12 时锥尖阻力的变化, 结果如图 4 所示。模拟中  $R_d$  始终为 20,  $D_d$  为  $8D_p$ 。由图可见, 随着相对密实度增加, 锥尖阻力明显上升。松砂试样的锥尖阻力  $q_c$  不受  $R_h$  影响, 锥尖阻力平均值为 1.5 MPa, 如图 4 (a) 所示。锥尖阻力平均值计算域是从贯入深度  $2D_p$  开始至贯入结束。中密砂试样锥尖阻力曲线趋势和松砂试样相似, 锥尖阻力平均值为 2.8 MPa。然而, 密砂试样中发现, 锥尖阻力在  $R_h=8$  时最大。当  $R_h$  增大到 10 与 12 时, 锥尖阻力数值差异较小, 平均值达到 5.8 MPa。在  $R_h=8$  时, 标定罐下底面应变边界会导致靠近下底面墙体的土颗粒受到挤压, 引起探头周围土颗粒的有效应力增加, 从而提高了锥尖阻力。而  $R_h$  增至 10 或更高时, 标定罐高度对锥尖阻力的影响不再显著。基于模拟结果, 本研究认为标定罐归一化高度  $R_h$  达到 10 及以上即可, 这与 Arroyo 等<sup>[21]</sup>、Butlanska 等<sup>[22]</sup>的研究结果一致。

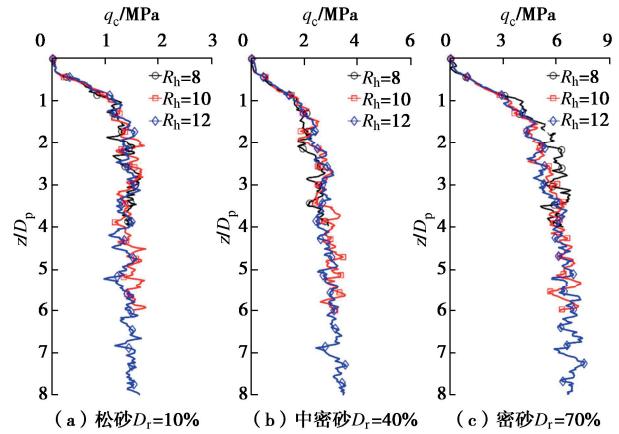


图 4 标定罐试样高度对锥尖阻力的影响

Fig. 4 Influences of height of calibration chamber on cone-tip resistance

### 2.2 离散-连续区域尺寸对锥尖阻力影响

标定罐离散-连续耦合模拟中, 关于离散-连续区域尺寸比值  $R_{df}$  对锥尖阻力影响的研究甚少。Gu 等<sup>[34]</sup>利用离心机试验研究了砂土中静力触探的尺寸效应, 发现当模型箱宽度超过探头直径 20 倍时, 归一化锥尖阻力不受影响。本次研究过程中, 保持  $R_d$  为 20 不变,  $D_d$  在  $6D_p \sim 16D_p$  变化, 对应  $R_{df}$  于 0.43~4 变化。离

散-连续区域尺寸比值  $R_{df}$  对锥尖阻力的影响结果如图 5 所示。在图 5(a) 松砂试样结果中, 当  $R_{df}=0.43$  时, 锥尖阻力  $q_c$  偏大, 平均值为 1.8 MPa。随着  $R_{df}$  增大, 锥尖阻力平均值稳定在 1.5 MPa。中密砂及密砂试样中也有相似趋势, 由图 5(b), (c) 可见, 锥尖阻力  $q_c$  在  $R_{df}=0.43$  时最大, 当  $R_{df}$  增大后, 中密砂锥尖阻力平均值保持在 2.8 MPa, 密砂试样的锥尖阻力平均值保持在 5.8 MPa。锥体贯入过程中密砂剪胀, 离散区尺寸不足而导致探头周围的有效应力增加, 贯入阻力增大。基于模拟结果, 离散区域径向尺寸  $D_d$  应取  $8D_p$  及以上。

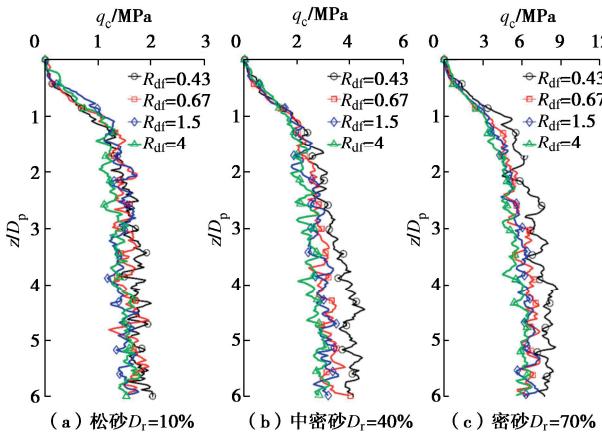


图 5 标定罐试样离散-连续区域径向尺寸对锥尖阻力影响

Fig. 5 Influences of discrete-continuous region size ratio on cone-tip resistance

### 2.3 标定罐径向尺寸对锥尖阻力影响

图 6 给出了归一化径向长度系数  $R_d$  对锥尖阻力的影响。分析中, 离散区域径向尺寸  $D_d$  固定为  $8D_p$ , 归一化径向长度系数  $R_d$  在 16~30 变化, 相应的连续区域径向尺寸  $D_r$  在  $8D_p \sim 22D_p$  变化。在图 6(a), (b) 所示的松砂和中密砂试样中, 归一化径向长度系数  $R_d$  对锥尖阻力  $q_c$  无显著影响, 锥尖阻力平均值分别为 1.5, 2.8 MPa。然而, 对于图 6(c) 的密砂试样, 锥尖阻力  $q_c$  在  $R_d=16$  时最小。同时, 随着标定罐径向长度系数  $R_d$  增加,  $q_c$  增加, 当  $R_d$  达到 20 时, 尺寸对锥尖阻力的影响不显著, 平均值为 5.8 MPa。因此, 建议标定罐归一化径向长度系数  $R_d$  不小于 20。

### 2.4 纯离散元和离散-连续耦合模拟结果对比

图 7 对比了纯离散元(DEM)和离散-连续(DEM-FDM)耦合模拟的锥尖阻力。两种模拟方法中标定罐试样归一化高度系数  $R_h$  均为 10, 归一化径向尺寸系数  $R_d$  均为 20。由图 7 可见, 在等向围压  $\sigma_3=100$  kPa 的工况下, 松砂和中密砂试样中两种模拟方法的锥尖阻力曲线基本一致, 松砂试样锥尖阻力平均值分别为 1.50, 1.58 MPa, 中密砂试样锥尖阻力平均值分别为

2.8, 2.9 MPa。而密砂试样中, 耦合模拟与纯离散元模拟结果略有不同, 锥尖阻力平均值分别为 4.8, 5.2 MPa, 数值相差不超过 10%, 对比结果证明了耦合模拟方法的有效性。此外, 耦合模拟在计算效率上明显优于纯离散元方法, 以本研究使用的 Intel (R) Xeon (R) Gold 6226R CPU @2.90 GHz 为例, 完成一次耦合模拟计算仅需 70 h, 而纯离散元模拟相同工况则需 189 h。

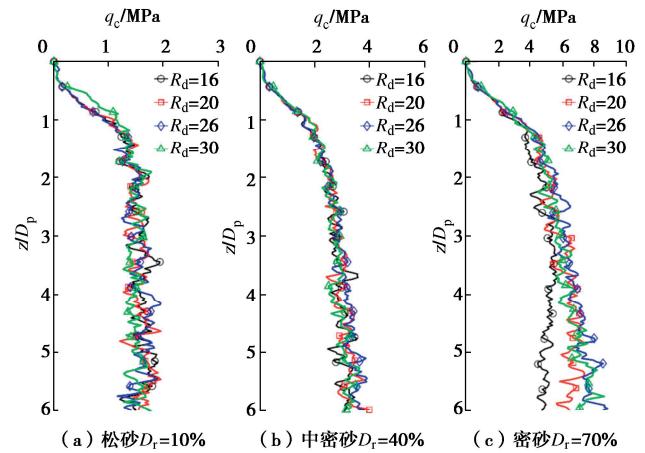


图 6 标定罐归一化径向尺寸对锥尖阻力影响

Fig. 6 Influences of horizontal size of calibration chamber on cone-tip resistance

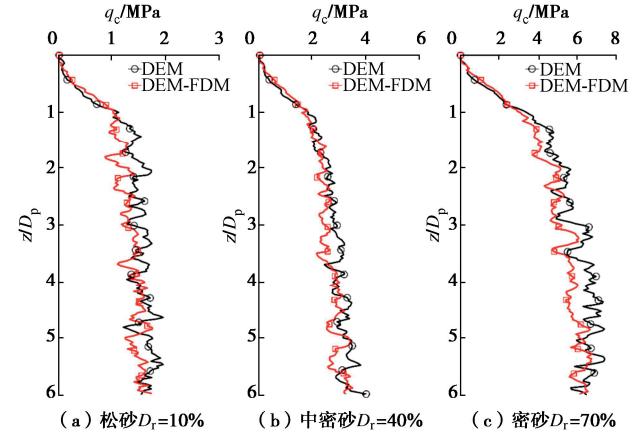


图 7 锥尖阻力模拟结果对比

Fig. 7 Comparison of simulated results of cone-tip resistance

### 2.5 标定罐土体位移云图

图 8 展示了贯入深度为  $7D_p$  时标定罐土体位移云图。不同密实度试样的对比结果显示, 随着相对密实度的增加, 土体在耦合边界处的径向位移增大。例如: 松砂试样在耦合边界处径向位移为  $1.4 \times 10^{-3}$  m, 而密砂试样中则增至  $2.6 \times 10^{-3}$  m。此外, 耦合模拟中土体的网格与颗粒在边界处显示出良好的位移连续性。由于砂土颗粒在离散区域内按级配随机生成, 在锥体贯入作用下颗粒位移各异, 导致位移图像并不完全对称。

土体在离散-连续区域径向位移连续性不仅证明了耦合墙参数选取的准确性，也进一步证实了耦合模拟方法的可靠性。

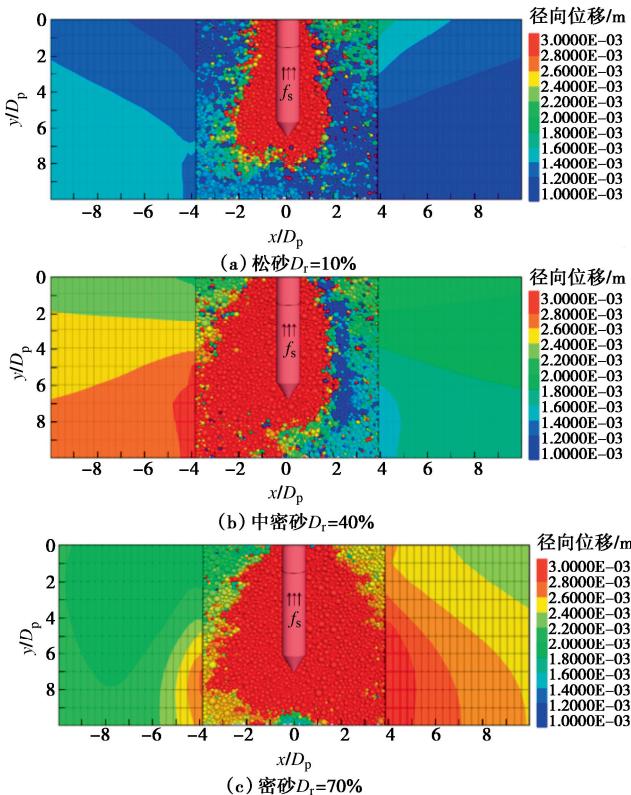


图 8 标定罐土体径向位移云图

Fig. 8 Displacement contours of calibration chamber

## 2.6 等向围压对锥尖阻力影响

图 9 为标定罐试样在 100, 200, 400 kPa 等向围压应力下锥尖阻力变化曲线。结果表明，在各种密实度下，锥尖阻力随试样围压增加而显著提高。在松砂试样中，当围压从 100 kPa 增加到 400 kPa 时，锥尖阻力平均值从 1.5 MPa 增加到 8 MPa。对于密砂试样，锥尖阻力平均值从 5.8 MPa 增加到 11 MPa。随后将

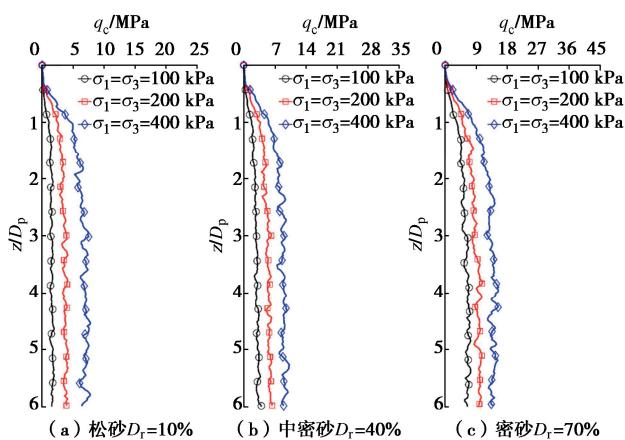


图 9 等向围压对锥尖阻力的影响

Fig. 9 Influences of confining stress on cone-tip resistance

不同围压下锥尖阻力模拟值与已有研究<sup>[9, 35-36]</sup>经验公式计算的锥尖阻力计算值进行对比，结果如图 10 所示。由图 10 可见，锥尖阻力的模拟值与计算值的差值处于±35%的范围内。

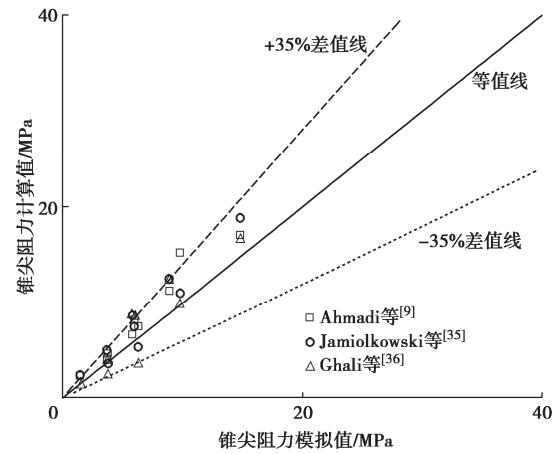


图 10 锥尖阻力模拟值与计算值的对比

Fig. 10 Comparison of predicted and simulated values of  $q_c$

## 3 理论预测与模拟锥尖阻力对比

### 3.1 小孔扩张理论

静力触探试验与小孔扩张类似，利用小孔扩张方法可预测锥尖阻力，并且预测结果通常比传统承载力理论更精确<sup>[37]</sup>。本研究使用 Yu 等<sup>[37]</sup>提出的小孔扩张理论计算锥尖阻力结果。在小孔扩张理论中，假设锥体贯入造成的土体塑性区域与理论预测一致，那么锥尖阻力  $q_c$  可由式 (6), (7) 计算：

$$q_c = \sigma_{\text{lim}} (1 + \sqrt{3} \tan \phi) , \quad (6)$$

$$\sigma_r = \begin{cases} -p_0 - Br^{-(1+k)} & (\text{弹性区}) \\ \frac{-k(\alpha-1)}{Ar^\alpha} & (\text{塑性区}) \end{cases} , \quad (7)$$

式中： $\phi$  为摩擦角； $\sigma_r$  为径向扩孔应力； $\sigma_{\text{lim}}$  为径向扩孔应力极限值； $p_0$  为围压； $A$ ,  $B$ ,  $\alpha$  及  $k$  为常数，可由式 (8) ~ (18) 推出：

$$A = -\frac{(1+k)\alpha[(\alpha-1)p_0]}{(\alpha-1)(k+\alpha)} c^{\frac{k(\alpha-1)}{\alpha}} , \quad (8)$$

$$B = \frac{k[(\alpha-1)p_0]}{k+\alpha} c^{1+k} , \quad (9)$$

$$1 = \gamma \left( \frac{2c}{D_p} \right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} + (2\delta - \gamma) \left( \frac{2c}{D_p} \right)^{\frac{\beta+1}{\beta}} , \quad (10)$$

$$\alpha = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} , \quad (11)$$

$$\beta = \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} , \quad (12)$$

$$\delta = \frac{Y + (\alpha - 1)p_0}{2(k + \alpha)G} , \quad (13)$$

$$\gamma = \frac{\alpha\beta s}{\alpha + \beta} , \quad (14)$$

$$s = \frac{xqk(1-\alpha)}{\alpha\beta} , \quad (15)$$

$$z = \frac{(1+k)\alpha[Y + (\alpha - 1)p_0]}{(\alpha - 1)(k + \alpha)} , \quad (16)$$

$$x = \frac{1}{M} \left( \beta - \frac{\nu}{1-\nu} \right) + \frac{1}{M\alpha} \left( 2\nu - \frac{\beta\nu}{1-\nu} \right) , \quad (17)$$

$$M = \frac{E}{1-\nu^2(2-k)} . \quad (18)$$

式中:  $E$  为土体的杨氏模量;  $G$  为剪切模量;  $\nu$  为泊松比;  $\psi$  为剪胀角; 其余  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\beta$ ,  $s$ ,  $z$ ,  $x$ ,  $M$  等参数为常数。

采用小孔扩张理论计算锥尖阻力时, 首先需确定式 (8) ~ (18) 中常数。在砂土的静力触探分析中, 参数  $Y$  与  $k$  分别取 0 与  $2^{[38]}$ , 而参数  $E$ ,  $\nu$ ,  $\varphi$  及  $\psi$  则通过三轴排水剪切模拟获得。表 4 为土体试样 3 种不同围压和相对密实度下三轴模拟结果, 其中偏应力  $q_{peak}$  为三轴剪切峰值强度。为准确反映土体的弹性变形特性, 在计算杨氏模量  $E$  和泊松比  $\nu$  时, 选取的轴向应变幅值为  $2 \times 10^{-5}$  以确保土体处于弹性阶段。依据 Mohamed 等<sup>[39]</sup>计算方法, 极限扩孔应力使用峰值内摩擦角  $\varphi_{peak}$  和峰值剪胀角  $\psi_{peak}$  计算。随后计算  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\beta$ ,  $s$ ,  $z$ ,  $x$  和  $M$ , 然后利用式 (6) 确定锥尖阻力  $q_c$ 。

表 4 莫尔库仑本构模型模拟三轴试验的参数

Table 4 Parameters of Mohr-Coulomb model for simulating triaxial test results

$D_r/$ %	$p_0/$ kPa	$q_{peak}/$ kPa	$E/$ MPa	$\nu$	$\psi_{peak}/$ (°)	$\phi_{peak}/$ (°)
10	100	205	20.3	0.23	3.9	30.4
40	100	224	36.3	0.25	6.1	31.9
70	100	311	56.5	0.25	18.1	36.5
10	200	405	21.2	0.24	5.1	30.2
40	200	448	38.4	0.26	4.8	31.9
70	200	580	56.7	0.25	16.8	36.3
10	400	801	26.3	0.21	2.9	30.1
40	400	874	40.1	0.27	5.9	31.5
70	400	1132	56.3	0.25	16.1	35.9

### 3.2 小孔扩张理论与模拟结果对比

图 11 为锥尖阻力的模拟值和小孔扩张理论计算值的对比。结果表明, 在各种围压条件下锥尖阻力的模拟值和预测值非常接近, 进一步证实了标定罐耦合模拟计算结果的可靠性。

选取探头贯入深度为  $5D_p$  时的竖向剖面进行径向应力  $\sigma_r$  测量, 每个测量点均选用直径为 8 倍  $D_{50}$  的测

量球进行应力监测。图 12 对比了不同密实度下径向应力的理论计算值和数值模拟值。由图可见, 锥体附近的径向应力最大, 而远离锥体处的径向应力最小。由于模拟值基于测量球区域内的平均应力, 以及颗粒排列方式和孔隙比分布会影响应力变化, 导致与理论值存在一定差异。当测量径向距离  $x > 3.8D_p$  时, 模拟值和理论值差异开始减小, 且随着径向距离的增加, 径向应力逐渐接近试样围压值。

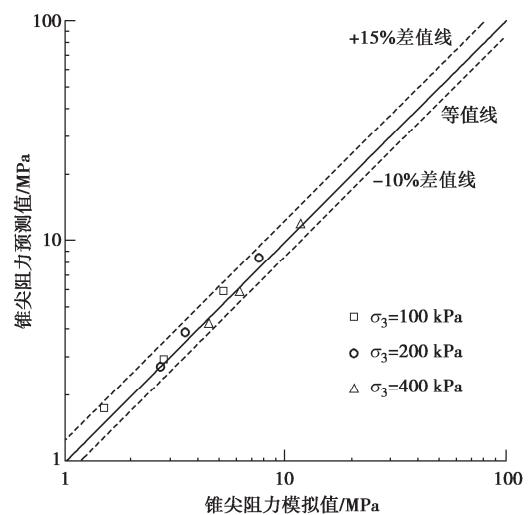
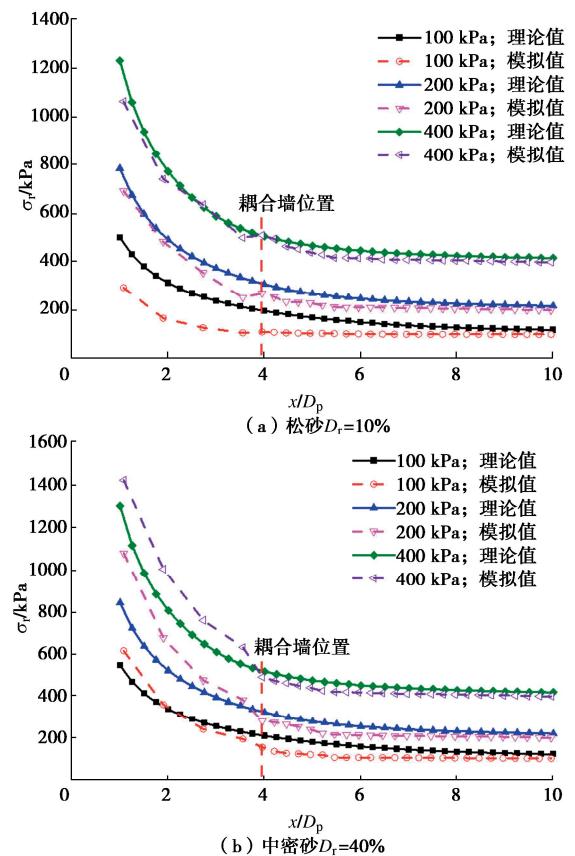


图 11 锥尖阻力模拟值和预测值对比

Fig. 11 Comparison between DEM simulation and analytical solution



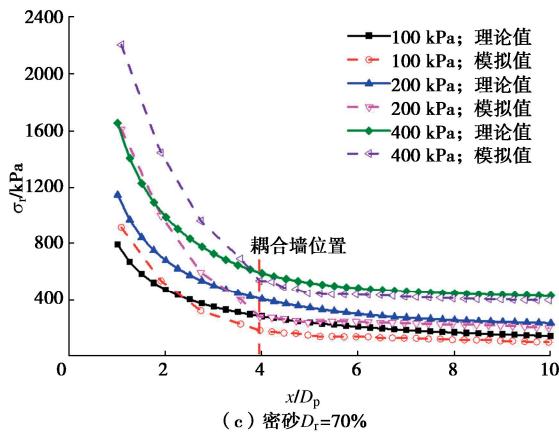


图 12 径向应力的理论解和数值解

Fig. 12 Theoretical and numerical solutions of radial stress

#### 4 峰值内摩擦角与归一化锥尖阻力关系

静力触探归一化锥尖阻力  $Q$  ( $Q=(q_c-\sigma_{v0})/\sigma'$ , 其中:  $\sigma_{v0}$  为试样上覆应力;  $\sigma'$  为试样有效应力) 可用来预测砂土的峰值内摩擦角  $\varphi_{peak}$ 。Jaeger 等<sup>[40]</sup>研究表明,  $Q$  与  $\varphi_{peak}$  间的关系可用指数形式表示, 如式(19)所示。

在标定罐耦合模拟中可直接测得不同状态砂土的  $Q$  和  $\varphi_{peak}$ , 从而拟合得出  $a=18.76$ ,  $b=0.18$ , 如图 13 所示。与原位测试结果<sup>[16, 41-42]</sup>对比发现, 本研究与其他研究结果的差值不超过±20%, 总体结果较为一致, 表明耦合模拟方法的准确性和合理性。

$$\varphi_{peak} = aQ^b \quad . \quad (19)$$

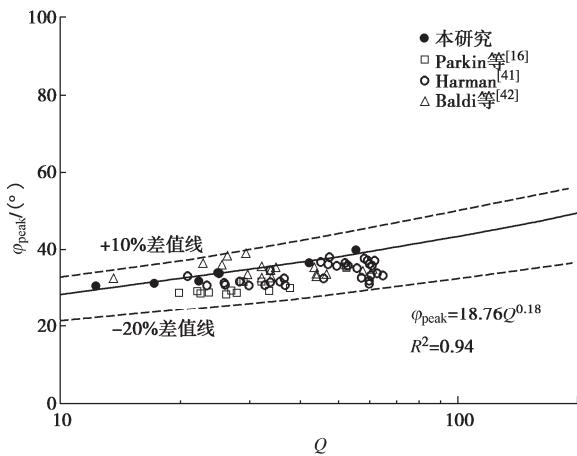


图 13 归一化锥尖阻力与峰值内摩擦角关系

Fig. 13 Relationships between normalized cone-tip resistance  $Q$  and peak internal friction angle  $\varphi_{peak}$ 

#### 5 结 论

本文基于 DEM-FDM 耦合数值方法模拟了静力触探在标定罐中贯入过程, 分析了标定罐模型尺寸和围压等因素对锥尖阻力影响。同时, 利用小孔扩张理论与模拟结果对比验证了耦合数值方法的合理性, 并

建立了峰值内摩擦角与归一化锥尖阻力间的经验关系。主要得到以下 3 点结论。

(1) 锥尖阻力和标定罐土体位移云图的对比结果, 表明离散-连续耦合模拟可替代纯离散元进行静力触探锥体贯入分析。另外, 不同围压下锥尖阻力的模拟值与小孔扩张理论值非常接近, 也表明耦合模拟的合理性。相较于纯离散元模拟, 离散-连续耦合模拟具有明显的模拟效率优势。

(2) 标定罐尺寸会影响静力触探的模拟结果, 当归一化径向长度系数  $R_d$  不小于 20、离散-连续区域比值系数  $R_{df}$  不小于 0.67 (即离散区域尺寸不小于 8 倍锥体直径) 时, 可忽略标定罐尺寸对锥尖阻力的影响。

(3) 静力触探锥尖阻力的模拟值随砂土密实度、围压的增大而增大, 其数值与经验公式的计算值、小孔扩张的理论值有较好的一致性。同时, 模拟中归一化锥尖阻力  $Q$  与峰值内摩擦角  $\varphi_{peak}$  符合指数函数关系, 与现场测试结果在数值和趋势上具有高度一致性, 表明离散-连续耦合模拟方法可为后续建立静力触探锥尖阻力与土体力学参数的关系提供重要的支撑。

#### 参 考 文 献:

- [1] 刘松玉, 吴燕开. 论我国静力触探技术 (CPT) 现状与发展 [J]. 岩土工程学报, 2004, 26(4): 553-556. (LIU Songyu, WU Yankai. On the state-of-art and development of CPT in China[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(4): 553-556. (in Chinese))
- [2] 蔡国军, 刘松玉, 童立元, 等. 基于静力触探测试的国内外砂土液化判别方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(5): 1019-1027. (CAI Guojun, LIU Songyu, TONG Liyuan, et al. Evaluation of liquefaction of sandy soils based on cone penetration test[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(5): 1019-1027. (in Chinese))
- [3] BOARD T R. Cone Penetrating Testing[M]. Washington D C: Transportation Research Board, 2007.
- [4] 王钟琦. 我国的静力触探及动静触探的发展前景[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(5): 517-522. (WANG Zhongqi. The Chinese CPT and the prospect of penetration tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(5): 517-522. (in Chinese))
- [5] LUNNE T, POWELL J J M, ROBERTSON P K. Cone Penetration Testing in Geotechnical Practice[M]. Boca Raton: CRC Press, 2002.
- [6] 刘松玉, 蔡国军, 童立元, 等. 基于 CPTU 测试的先期固结压力确定方法试验研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(4): 490-495. (LIU Songyu, CAI Guojun, TONG Liyuan, et al.

- On preconsolidation pressure of clays from piezocone tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(4): 490-495. (in Chinese))
- [7] 马海鹏, 陈祖煜, 于 沐. 上海地区土体抗剪强度与静力触探比贯入阻力相关关系研究[J]. 岩土力学, 2014, **35**(2): 536-542. (MA Haipeng, CHEN Zuyu, YU Shu. Correlations of soil shear strength with specific penetration resistance of CPT in Shanghai Area[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(2): 536-542. (in Chinese))
- [8] SALGADO R, PREZZI M. Computation of cavity expansion pressure and penetration resistance in sands[J]. International Journal of Geomechanics, 2007, **7**(4): 251-265.
- [9] AHMADI M, KARAMBAKHSH P.  $K_0$  determination of sand using CPT calibration chamber[C]// 2nd International Symposium on Cone Penetration Testing, California, 2009.
- [10] BEEN K, CROOKS J H A, BECKER D E, et al. The cone penetration test in sands: part I, state parameter interpretation[J]. Géotechnique, 1986, **36**(2): 239-249.
- [11] MAYNE P. Calibration chamber database and boundary effects correction for CPT data[C]//Proceedings of the 1st International Symposium on Calibration Chamber Testing, New York, 1991.
- [12] SALGADO R, MITCHELL J K, JAMIOLKOWSKI M. Calibration chamber size effects on penetration resistance in sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, **124**(9): 878-888.
- [13] 邱延峻. 静力触探机理研究[J]. 西南交通大学学报, 1993(3): 46-52. (QIU Yanjun. Study of the mechanism of static penetration[J]. Journal of Southwest JiaoTong University, 1993(3): 46-52. (in Chinese))
- [14] 储 亚, 刘松玉, 蔡国军, 等. 基于电阻率静力触探的膨胀土膨胀性原位评价应用研究[J]. 地基处理, 2023(2): 91-96, 104. (CHU Ya, LIU Songyu, CAI Guojun, et al. Application of in situ evaluation of expansive soil's expansibility based on resistivity static cone penetration test[J]. Journal of Ground Improvement, 2023(2): 91-96, 104. (in Chinese))
- [15] 孔壮壮, 王 栋, 张民生, 等. 高压条件下石英砂中的静力触探试验及大变形模拟[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2023, **45**(4): 49-55. (KONG Zhuangzhuang, WANG Dong, ZHANG Minsheng, et al. High-pressure cone penetration tests in silica sand using calibration chamber and large deformation analysis[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2023, **45**(4): 49-55. (in Chinese))
- [16] PARKIN A, LUNNE T. Boundary effects in the laboratory calibration of a cone penetrometer for sand[J]. Norwegian Geotechnical Institute Publication, 1982.
- [17] HUANG W, SHENG D, SLOAN S W, et al. Finite element analysis of cone penetration in cohesionless soil[J]. Computers and Geotechnics, 2004, **31**(7): 517-528.
- [18] TOLOOYAN A, GAVIN K. Modelling the cone penetration test in sand using cavity expansion and arbitrary lagrangian eulerian finite element methods[J]. Computers and Geotechnics, 2011, **38**(4): 482-490.
- [19] GUPTA T, CHAKRABORTY T, ABDEL-RAHMAN K, et al. Large deformation finite element analysis of static cone penetration test[J]. Indian Geotechnical Journal, 2016, **46**(2): 115-123.
- [20] JIANG M J, YU H S, HARRIS D. Discrete element modelling of deep penetration in granular soils[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2006, **30**(4): 335-361.
- [21] ARROYO M, BUTLANSKA J, GENS A, et al. Cone penetration tests in a virtual calibration chamber[J]. Géotechnique, 2011, **61**(6): 525-531.
- [22] BUTLANSKA J, ARROYO M, GENS A, et al. Multi-scale analysis of cone penetration test (CPT) in a virtual calibration chamber[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2014, **51**(1): 51-66.
- [23] 王长虹, 汤道飞, 王 昆, 等. 静力触探试验的宏细观耦合分析方法与应用[J]. 岩土力学, 2021, **42**(7): 1815-1827. (WANG Changhong, TANG Daofei, WANG Kun, et al. Macro and micro coupling analysis method and application of cone penetration test[J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, **42**(7): 1815-1827. (in Chinese))
- [24] KIDANE M, PEÑA OLARTE A A, CUDMANI R. Coupled DEM-FDM simulation of cone penetration tests in coarse grained soils[J]. EPJ Web of Conferences, 2021, **249**: 11012.
- [25] Itasca Consulting Group, Inc. FLAC3D (Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3D) Theory and Background[R]. Minneapolis: Itasca Consulting Group, Inc., 2017.
- [26] SEIF EL DINE B, DUPLA J C, FRANK R, et al. Mechanical characterization of matrix coarse-grained soils with a large-sized triaxial device[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2010, **47**(4): 425-438.
- [27] 邓益兵, 杨彦骋, 史旦达, 等. 三维离散元大尺度模拟中变粒径方法的优化及其应用[J]. 岩土工程学报, 2017,

- [39(1): 62-70. (DENG Yibing, YANG Yancheng, SHI Danda, et al. Refinement and application of variable particle-size methods in 3D discrete element modelling for large-scale problems[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(1): 62-70. (in Chinese))]
- [28] YAN W M, DONG J J. Effect of particle grading on the response of an idealized granular assemblage[J]. International Journal of Geomechanics, 2011, **11**(4): 276-285.
- [29] IWASHITA K, ODA M. Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1998, **124**(3): 285-292.
- [30] GU X Q, ZHANG J C, HUANG X. DEM analysis of monotonic and cyclic behaviors of sand based on critical state soil mechanics framework[J]. Computers and Geotechnics, 2020, **128**: 103787.
- [31] MARTINEZ A, FROST J D, HEBELER G L. Experimental study of shear zones formed at sand/steel interfaces in axial and torsional axisymmetric tests[J]. Geotechnical Testing Journal, 2015, **38**(4): 20140266.
- [32] DA CRUZ F, EMAM S, PROCHNOW M, et al. Rheophysics of dense granular materials: discrete simulation of plane shear flows[J]. Physical Review E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2005, **72**(2 Pt 1): 021309.
- [33] JANDA A, OOI J Y. DEM modeling of cone penetration and unconfined compression in cohesive solids[J]. Powder Technology, 2016, **293**: 60-68.
- [34] GUI M, Bolton, GARNIER J, et al. Guidelines for cone penetration tests in sand[C]// Proceedings of the International Conference Centrifuge, Tokyo, 1998.
- [35] JAMIOLKOWSKI M, LO PRESTI D C F, MANASSERO M. Evaluation of relative density and shear strength of sands from CPT and DMT[C]// Soil Behavior and Soft Ground Construction. Cambridge, Massachusetts, USA. Reston, VA: American Society of Civil Engineers, 2003.
- [36] GHALI M, CHEKIRED M, KARRAY M. A laboratory-based study correlating cone penetration test resistance to the physical parameters of uncemented sand mixtures and granular soils[J]. Engineering Geology, 2019, **255**: 11-25.
- [37] YU H S, MITCHELL J K. Analysis of cone resistance: review of methods[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, **124**(2): 140-149.
- [38] FALAGUSH O, McDOWELL G R, YU H S. Discrete element modeling of cone penetration tests incorporating particle shape and crushing[J]. International Journal of Geomechanics, 2015, **15**(6): 04015003.
- [39] MOHAMED A, GUTIERREZ M. Comprehensive study of the effects of rolling resistance on the stress-strain and strain localization behavior of granular materials[J]. Granular Matter, 2010, **12**(5): 527-541.
- [40] JAEGER R A, MAKI I P. Estimating the peak friction angle of sandy soils in situ with state-based overburden normalized CPT tip resistance[C]// Proceedings of the 36th Annual USSD Conference: Celebrating the Value of Dams and Levees-Yesterday, Today and Tomorrow, Denver, 2016.
- [41] HARMAN D E. A Statistical Study of Static Cone Bearing Capacity: Vertical Effective Stress, and relative Density of Dry and Saturated Fine Sands in A Large Triaxial Test Chamber[D]. Gainesville: University of Florida, 1976.
- [42] BALDI G, BELLOTTI R, GHIONNA V, et al. Design parameters for sands from CPT[C]// Proceedings of the Second European Symposium on Penetration Testing, Amsterdam, 1982.